

УДК 621.385.6

**ЧИСЛЕННОЕ ИЗУЧЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ С ВИРТУАЛЬНЫМ КАТОДОМ**

А. Д. Поезд, А. Г. Свешников, С. А. Якунин

*(кафедра математики)*

Приводятся результаты численного моделирования самосогласованной задачи для электронного пучка со сверхпределным током и возбуждаемого им электромагнитного поля в волноводных системах.

Как известно [1—3], при инжекции плотных электронных пучков в экранированные направляющие структуры возникают сильные электромагнитные поля, стремящиеся затормозить частицы пучка. При некоторых условиях, а именно при токах, больших предельного вакуумного, возникает отражение электронов от некоторой области вблизи плоскости инжекции, которая условно называется виртуальным катодом. Энергия электростатического поля вблизи виртуального катода становится больше кинетической энергии заряженных частиц пучка, что и приводит к их отражению. Приборы, использующие колебания виртуального катода для генерации электромагнитных волн СВЧ диапазона, весьма перспективны для получения сигналов большой мощности.

Выражение для предельного тока [4] получается из гидродинамических уравнений и уравнения Пуассона. При этом находится максимальный ток, который может распространяться в системе вдали от плоскости инжекции в предположении стационарности всех процессов и их однородности вдоль продольной координаты. В частности, для бесконечно тонкого трубчатого пучка радиуса  $r_b$  получается [4]

$$I_{\text{пр}} = \frac{mc^3}{e} \frac{(\gamma^{2/3} - 1)^{3/2}}{2 \ln R/r_b}, \quad (1)$$

где  $\gamma$  — релятивистский фактор электронного потока,  $R$  — радиус волновода,  $m$ ,  $e$  — масса и заряд электрона.

Несмотря на то что процессы, развивающиеся при формировании виртуального катода, являются существенно нестационарными, соотношение (1) в достаточно длинных цилиндрических системах дает в целом верные значения для предельных токов. Для более сложных геометрий направляющих структур получить аналитические выражения для максимальных токов весьма затруднительно. Анализ нестационарности также практически невозможен без применения численного моделирования.

Пусть система представляет собой отрезок цилиндрического металлического волновода длиной  $L$  и радиусом  $R$ , совмещенный с полубесконечным коаксиальным волноводом внутреннего радиуса  $R_1$ . Торцевая часть  $z=0$  закрыта металлической сеткой или фольгой, сквозь которую в систему инжектируется кольцевой трубчатый сильнооточный релятивистский электронный пучок ( $r_b < R_1$ ). Попадая на закрытую часть торца ( $0 < r < R_1$ ) коаксиального волновода, электроны мгновенно поглощаются. Внешнее магнитное поле намагничивает электроны, так что их движение можно считать одномерным вдоль оси  $z$ . Предполагается аксиальная симметрия системы.

Численное моделирование самосогласованной задачи для электронного пучка и возбуждаемого им электромагнитного поля проводи-

лось с помощью консервативных конечно-разностных схем [5]. В сечении  $z=L_0>L$ , где в коаксиальном волноводе существуют лишь уходящие электромагнитные волны, использовался дискретный аналог нестационарных условий излучения для электромагнитного поля [6]. Такой подход позволяет проследить эволюцию самосогласованных процессов в системе на больших промежутках времени без накопления ошибок, искажающих физическую картину явления. Задача решалась в полной электродинамической постановке для инжекции электронного моноэнергетического пучка с резким фронтом. Граничные условия для электромагнитного поля на металлической поверхности обычные — равенство нулю тангенциальных компонент электрического поля. В силу аксиальной симметрии системы и сильной замагничности пучка в ней возбуждаются только волны ТМ типа.

На ЭВМ решалась следующая самосогласованная система уравнений:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \left\langle \mathbf{v}, \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} \right\rangle + e \left\langle \mathbf{E}, \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} \right\rangle = 0, \quad (2)$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \quad \text{div } \mathbf{E} = 4\pi\rho, \quad (3)$$

$$\text{rot } \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}; \quad \text{div } \mathbf{B} = 0, \quad (4)$$

где  $f=f(t, \mathbf{r}, \mathbf{p})$  — функция распределения электронов,  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{p}$  — скорость и релятивистский импульс частиц. Плотности заряда и тока вычислялись по формулам

$$\rho(t, \mathbf{r}) = e \int_{R^3} f(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) d^3\mathbf{p}; \quad \mathbf{j}(t, \mathbf{r}) = e \int_{R^3} f(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) \mathbf{v} d^3\mathbf{p}. \quad (5)$$

Моделирование проводилось при следующих параметрах:  $R=2$  см,  $R_1=1$  см,  $r_b=0,5$  см,  $L=5$  см,  $\gamma=7$ , толщина пучка  $\Delta=0,2$  см. На рис. 1 изображено характерное распределение компоненты  $E_z$  в прост-

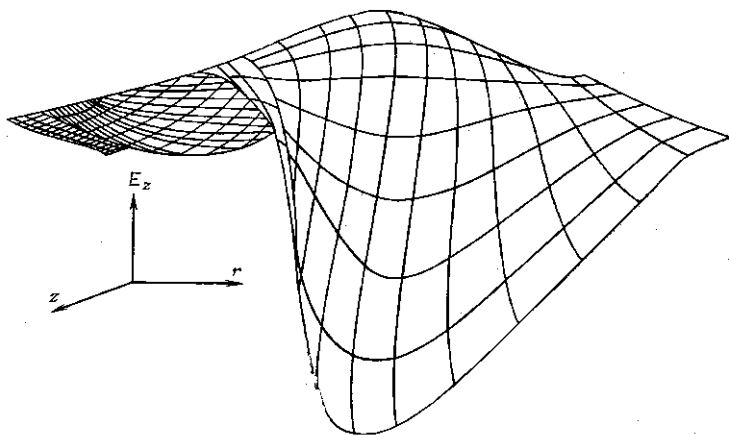


Рис. 1

ранстве взаимодействия в некоторый момент времени после образования виртуального катода в области  $\{0 < r < R, 0 < z < L\}$ . Видно, что вблизи плоскости инжекции формируется потенциальный минимум; за-

медляющий электроны пучка и отбрасывающий часть из них назад. Такая конфигурация электромагнитных полей является нестационарной по времени, что приводит к сильной бунчировке первоначально немодулированного пучка и к генерации СВЧ импульсов. На рис. 2 приводится зависимость от времени  $E_z$  вблизи среднего положения виртуального катода для трех различных токов инжекции:  $I=40$  (1); 80 (2) и 100 кА (3). Колебания носят нерегулярный характер. Как показывает их фурье-анализ по времени, спектр колебаний весьма широк. При увеличении тока пучка их частота имеет тенденцию к увеличению. Это соответствует ряду экспериментов, в которых наблюдаемая частота колебаний виртуального катода составляла примерно  $\omega_b = (4\pi n e^2 / m \gamma)^{1/2}$ , где  $n$  — плотность пучка. Увеличение тока инжек-

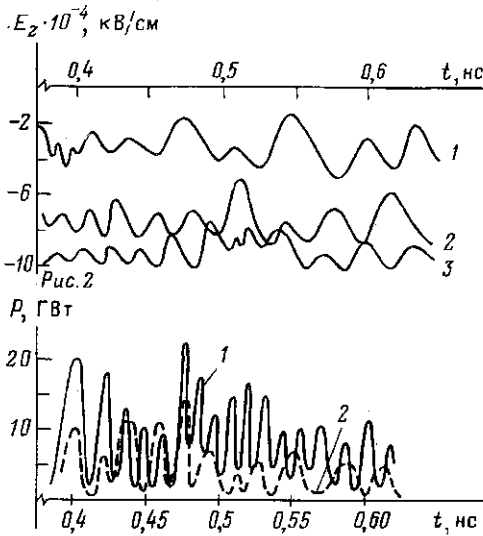


Рис. 3

ции приводит также к углублению потенциального барьера для частиц пучка. При  $I/I_{пр} = 3-5$  величина потенциального барьера в среднем в 2—3 раза больше кинетической энергии инжектируемых электронов. При этом большую часть времени область виртуального катода находится в запертом состоянии, т. е. не пропускает ток. Среднее расстояние от металлической фольги до виртуального катода оказывается равным примерно  $\omega_b^{-1} a$ , где  $a \approx 1$  при  $I \approx I_{пр}$ , причем  $a$  медленно убывает при увеличении тока.

На рис. 3 изображена зависимость от времени мгновенной мощности излучения на выходном торце прибора при различных токах пучка:  $I=80$  (1) и 40 кА (2). По мере увеличения плотности электронного потока мощность растет, частота колебаний немного увеличивается. Таким образом, генераторы, работающие на колебаниях виртуального катода, обладают рядом преимуществ по сравнению с классическими СВЧ приборами [3]. Во-первых, при их использовании достаточно легко регулировать частоту генерации. Во-вторых, для них практически не существует ограничений на предельно допустимые токи, эффективность их в целом не падает при увеличении плотности пучков. Это иллюстрирует рис. 4, на котором даются зависимости усредненного электронного КПД от времени для разных токов:  $I=40$  (1), 80 (2) и 100 кА (3). Следует заметить, что в нестационар-

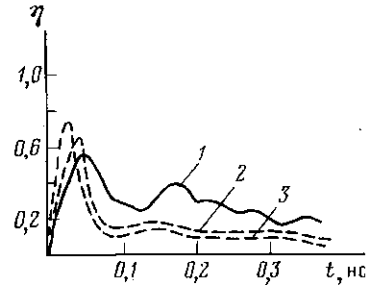


Рис. 4

ной постановке электронный КПД не может быть получен из данных об излучаемой электромагнитной мощности, хотя во многих работах приводятся оценки именно такого плана [3, 7]. Используемые в данной работе консервативные конечно-разностные методы позволяют математически корректно вычислять значения мгновенного и усредненного электронного КПД на каждом временном шаге. Из приведенных графиков видно, что эффективность передачи энергии электронного пучка электромагнитному полю медленно убывает при увеличении тока инжекции. Однако, как нетрудно убедиться, абсолютная величина этой энергии продолжает расти. Скорее всего, при некотором токе достигается ее максимум. К сожалению, исследование предела больших токов:  $I/I_{пр} \approx 10$  наталкивается на серьезные трудности, поскольку в этом случае область виртуального катода прижимается к плоскости инжекции, что приводит к необходимости измельчения пространственно-временной сетки, а это выходит за рамки возможностей применяемой ЭВМ.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Mahafey R. A., Sprangle P., Golden J., Karpetanacos C. A. // Phys. Rev. Lett. 1977. 39, N 13. P. 843. [2] Диденко А. Н., Жерлицын А. Г., Сулакшин А. С. и др. // Письма в ЖТФ. 1983. 9, № 24. С. 1510. [3] Burkhardt S. C., Scarpetti R. D., Lundberg R. L. // J. Appl. Phys. 1985. 58, N 1. P. 28. [4] Богданкевич Л. С., Рухадзе А. А. // УФН. 1971. 103, № 4. С. 609. [5] Свешников А. Г., Якунин С. А., Майков А. Р. // ДАН СССР. 1986. 288, № 3. С. 597. [6] Майков А. Р., Свешников А. Г., Якунин С. А. // ЖВМ и МФ. 1985. 25, № 3. С. 883. [7] Kwan T. J., Thode L. E. // Phys. Fluids. 1984. 27, N 7. P. 1570.

Поступила в редакцию  
27.01.88

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1989. Т. 30, № 2

#### ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ

УДК 535.075.8

#### СУПЕРОПЕРАТОРНАЯ ТЕХНИКА В ЗАДАЧАХ НЕЛИНЕЙНОЙ И НЕМАРКОВСКОЙ РЕЛАКСАЦИИ

Б. А. Гришанин, В. М. Петникова, В. В. Шувалов

(кафедра общей физики и волновых процессов)

Кратко изложена супероператорная техника математического описания релаксирующих систем в терминах теории случайных процессов, особенно эффективная при исследовании релаксационных свойств нелинейных и немарковских систем нелинейной оптики на основе их динамических микроскопических моделей.

1. Введение. Сокращение длительности и повышение интенсивности лазерных импульсов требуют перехода от марковских уравнений Блоха с независимыми от поля релаксационными константами к более общим — нелинейным и немарковским. Это соответствует переходу к динамическому описанию релаксации. Соответствующий полный гамильтониан описывает оптически активную систему, шумовые подсистемы и взаимодействие между ними, приводящее к соответствующим каналам релаксации [1—3]. Однако в рамках математического аппарата замкнутых систем приемлемое изложение теории релаксации невозможно. Необходим переход к методам квантовой теории