СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Кайсин В. К.//Бюл. Ин-та теор. астрон. АН СССР. 1970. 12, № 2 (135). С. 162. [2] Кайсин В. К. Дис. ... канд. физ.-мат. наук. М., 1971. [3] Шарлье К. Небесная механика. М., 1966. [4] Добронравов В. В. Основы аналитической механики. М., 1976. [5] Lehmann-Files R.//Astr. Nachr. 1904. 165, N 3950. P. 209. [6] Чуев М. А.//Дифф. уравнения. 1975. 11, № 12. С. 2183. [7] Демин В. Г.// //Астрон. журн. 1960. 37, № 6. С. 1068.

Поступила в редакцию
04.11.87

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1989. Т. 30, № 2

УДК 524.834

ИСКАЖЕНИЕ ФЛУКТУАЦИЙ РЕЛИКТОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ГРАВИТАЦИОННЫМИ ЛИНЗАМИ

М. В. Сажин

(ГАИШ)

Показано, что после прохождения в гравитационном поле галактик флуктуации реликтового излучения меняют свою статистику. Статистика выбросов δT после прохождения вблизи галактики изменяется так, что появляется степенное распределение. Это тождественно появлению нового поколения радиоисточников.

Сравнительно недавно была открыта первая гравитационная линза [1], хотя предсказания о ее существовании были сделаны свыше 40 лет назад [2—5]. Для появления линзы необходимо, чтобы далекий источник и тяготеющий центр с массой M разделял угол не больше чем $\sqrt{GM/bc^2}$, где b — радиус непрозрачности тела M. Естественно, что вероятность такого близкого соседства на небесной сфере двух объектов не слишком велика. Тем не менее довольно давно [6—8] стало понятно, что гравитационные линзы могут менять свойства подсчетов далеких объектов. Хотя линза не меняет поверхностной яркости объекта, она меняет телесный угол, под которым виден объект и, как следствие, меняется видимая светимость объекта. Вопрос об изменении статистики квазаров из-за этого механизма особенно подробно изучался в последние годы [9—12].

Существует источник, который лежит как угодно близко к любой галактике, т. е. к гравитационной линзе, равномерно заполняя все небо, — это реликтовое излучение. Если бы это излучение было изотропно, то после прохождения набора гравитационных линз оно также осталось бы изотропным. Однако реликтовое излучение должно обладать слабой анизотропией. Есть по крайней мере четыре механизма, которые должны приводить к образованию флуктуаций реликтового излучения. Кратко перечислим их. Это эффект Сакса — Вольфа, эффект Силка, эффект Сюняева — Зельдовича и образование анизотропии из-за доплер-эффекта неоднородных скоростей, нормальных лучу зрения. Другими словами, должны быть так называемые флуктуации реликтового излучения δT. Влияние гравитационных линз на реликтовое излучение можно разделить на два типа. Первый — формирование флуктуаций δT из изотропного распределения температуры по небу из-за нестационарности Вселенной. Второй — искажение уже имеющихся флуктуаций при прохождении фотонов реликтового излучения вблизи линз. Сосредоточимся на втором типе влияния.

Влияние гравитационных линз на δT рассматривалось в работе [14], где было получено усиление флуктуаций. Однако известно, что линзы не меняют общего количества энергии, приносимой к наблюдателю. Поэтому главный вопрос заключается в том, что происходит со случайным двумерным полем $\delta T(\theta, \varphi)$ после прохождения реликтовыми фотонами совокупности гравитационных линз. Покажем, что после прохождения гравитационных линз распределение случайного поля δT меняется и из гауссова процесса становится процессом со степенным распределением.

Продемонстрируем это на простых рассуждениях. Выражение, связывающее видимое распределение температуры $T_a(x)$, где x — угловая координата, с истинным распределением $T_i(x)$, имеет вид интегрального соотношения

$$T_a(x) = \int T_i(\xi) B(x, x-\xi) d\xi.$$

Видимое распределение температуры T_a является результатом свертки двух случайных функций. Одна $T_i(x)$ — функция с гауссовым распределением, вторая $B(x, x-\xi)$ — например, с пуассоновским распределением. На ядро $B(x, x-\xi)$ наложено интегральное условие, формально выражающее закон сохранения энергии в виде $\int B(x, x-\xi) d\xi = 1$. Спектральные свойства ядра $b(k', x) \exp[ik'(x-\xi)]$ должны удовлетворять единственному условию $b(0, x) = 1$. Поэтому статистика величины $T_a(x)$ может меняться. Покажем это на примере. В качестве начальной температуры $T_i(\xi) = e^{-a^2\xi^2}$ возьмем функцию с гауссовым распределением по пространству, а в качестве ядра — функцию $\cos k(x-\xi)$ с косинусоидальным распределением. Результат свертки есть

$$\frac{\sqrt{\pi}}{a} e^{-\frac{k^2}{2a^2}} \cos kx,$$

т. е. получаем функцию с косинусоидальным распределением.

Рассмотрим детально, как меняется статистика выбросов гауссова случайного процесса, которому подчиняется поле $\delta T(\theta, \varphi)$. Известно, что все предсказания о флуктуациях реликтового излучения формулировались в терминах усредненных величин. Чаще всего давали значения мультипольных коэффициентов при разложении флуктуаций по сферическим функциям, корреляционную функцию флуктуаций температуры $\beta(\theta)$ или дисперсию для разности температур, наблюдаемую двумя рупорами, раздвинутыми на определенный угол. Вопрос о конкретной реализации случайного процесса δT был рассмотрен сравнительно недавно: для крупных масштабов [15] и для мелких масштабов [16]. Для каждой реализации случайного процесса в мелких масштабах появляются выбросы этого процесса, которые можно рассматривать как диффузные источники радиоизлучения.

Главная цель настоящей работы заключается в том, чтобы рассмотреть, как меняется статистика таких источников после прохождения их изображений сквозь совокупность гравитационных линз. В начале пути δT представляет собой гауссов случайный процесс с нулевым средним и с дисперсией σ. Число выбросов $N(T_s)$ выше некоторого уровня T_s определяется формулой [16]

$$N(T_s) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{T_s}{\sigma} \frac{1}{\theta_0^2} \exp\left(-\frac{T_s^2}{2\sigma^2}\right), \tag{1}$$

где угол θ_0 определяется как

$$\theta_0^2 = -\sigma^{-2} \frac{d^2\beta(\theta)}{d\theta^2}\Big|_{\theta=0}.$$

Поток от одного выброса на длине волны λ есть

$$a = \frac{8\pi k\sigma}{\lambda^2}\,\theta_0^2, \quad S_\lambda = \frac{2k\sigma}{\lambda^2}\cdot 4\pi \frac{\sigma}{T_s}\,\theta_0^2.$$

Плотность числа таких источников $\mathcal{L}(T_s)$ определяется из равенства $N(T_s) = \int\limits_{T_s}^{\infty} \mathcal{L}(T)\,dT$. В терминах потоков S плотность $\mathcal{L}(S)$ выражается как

$$\mathcal{L}(S) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\frac{a}{S^2}\,\frac{1}{\theta_0^2}\left(\frac{a^2}{S^2} - 1\right)\exp\left(-\frac{a^2}{2S^2}\right) \qquad (2)$$

для $a \gg S$ и $\mathcal{L}(S) = 0$ для $S \gg a$. Здесь введено обозначение $a = 8\pi k\sigma\theta_0{}^2/\lambda^2$. Вид распределения $\mathcal{L}(S)$ для области больших потоков связан с тем, что формула (1), описывающая количество выбросов, справедлива только для $T_s > \sigma$. Поэтому будем считать, что распределение этого населения источников имеет вид (2) с обрывом в области больших потоков.

Теперь рассмотрим, как отдельная гравитационная линза усиливает поток удаленного источника. Коэффициент усиления A определяется выражением [17]

$$A = |1 - (\alpha^2/b^2)^2|^{-1},$$

где

$$\alpha^2 = (2GM_L/c^2)\,(1+z_L)\,(D_S - D_L)\,D_L/D_S,$$

а $b_\pm = (\sqrt{l^2 + 4\alpha^2} \pm l)/2$. Здесь l — «невозмущенный» линзой прицельный параметр луча света; b_+, b_- — минимальные расстояния от линзы до первого и второго лучей соответственно; M_L, z_L, D_L — соответственно масса, красное смещение и аффинный параметр линзы, а D_S — аффинный параметр источника света. Вводя согласно [12] величину $f = l/\alpha$, можно выразить полное усиление в виде $A = 1/f$ в области сильного усиления. В этой области вероятность иметь эквивалентный прицельный параметр f меньше 1 равна $P = P_0 \cdot 2\pi f df$, а вероятность усиления будет определяться из выражения $dP = P_1 dA/A^3$. Таким образом, статистическое распределение источников по потокам запишется в виде

$$dP \sim (S_i/S_a)^3 dS_a/S_i,$$

где S_i — истинный поток источника, а S_a — его видимый поток.

Уравнение, описывающее изменение распределения источников по потокам после прохождения совокупности гравитационных линз, аналогично уравнению излучения [12, 13]. Можно ввести эквивалентную оптическую толщу для рассеивающих центров согласно определению

$$\tau = \int n\pi b^2 dD_L,$$

где n — плотность линз на луче зрения.

Будем интересоваться наиболее реальным случаем малой оптической толщи: $\tau<1$. Тогда уравнение для эволюции функции распределения $\mathscr{L}_a(S)$ имеет вид [12]

$$\mathscr{L}_a(S)=(1-\tau)\,\mathscr{L}_i(S)+\frac{2\tau}{S^3}\int_0^S \tilde{S}^2\mathscr{L}(\tilde{S})\,d\tilde{S}+\tau\frac{d}{dS}\,[S\mathscr{L}_i(S)].$$

Обратим внимание на то, что это уравнение имеет такую форму, что $\mathscr{L}_a(S)$ удовлетворяет двум законам сохранения. Первый закон — в нашем случае закон сохранения полной вероятности:

$$\int_0^\infty \mathscr{L}_a(S)\,dS=\int_0^\infty \mathscr{L}_i(S)\,dS,$$

второй — это закон сохранения энергии:

$$\int_0^\infty S\mathscr{L}_a(S)\,dS=\int_0^\infty S\mathscr{L}_i(S)\,dS.$$

Однако для различных областей изменения S законы распределения $\mathscr{L}_a(S)$ различны. Для $S<a$ распределение имеет вид

$$\mathscr{L}_a(S)=(1-\tau)\,\mathscr{L}_i(S)+\frac{2\tau}{S^3}\int_0^S \tilde{S}^2\mathscr{L}_i(\tilde{S})\,d\tilde{S}+\tau\frac{d}{dS}\,[S\mathscr{L}_i(S)],$$

а при $S\geqslant a$

$$\mathscr{L}_a(S)=\frac{2\tau}{S^3}\int_0^a \tilde{S}^2\mathscr{L}_i(\tilde{S})\,d\tilde{S}.$$

В связи с этим качественно меняется дисперсия потоков этой популяции источников. Если до прохождения совокупности гравитационных линз дисперсия потока таких источников

$$\sigma_i^2=\int_0^\infty S^2\mathscr{L}_i(S)\,dS$$

составляла

$$\sigma_i^2=0{,}147a^2\theta_0^{-2},$$

то после прохождения гравитационных линз дисперсия формально расходится на верхнем пределе интегрирования. Поэтому определим видимую дисперсию всех источников до потока S включительно как

$$\sigma_a^2(S)=\int_0^S S^2\mathscr{L}(S)\,dS.$$

Для такой дисперсии справедливо выражение

$$\sigma_a^2(S)\approx[1-2\tau+2\tau\ln(S/a)]. \qquad (3)$$

Отметим любопытную аналогию с ситуацией путаницы в радиоастрономии. Распределение источников по потокам в простейшей ситуации неэволюционирующих однородно распределенных источников имеет вид

$$\mathscr{L}(S) \sim S^{-5/2}.$$

Дисперсия случайного процесса — потока формально расходится на верхнем пределе:

$$\sigma^2(\widetilde{S}) = \int_0^{\widetilde{S}} S^2 \mathscr{L}(S)\, dS \to \infty \quad \text{при} \quad \widetilde{S} \to \infty.$$

Это значит, что наибольший вклад в дисперсию потока дают наиболее яркие источники. Их выделяют, пользуясь критерием $S > (3 \div 5)\sigma(S)$, причем дисперсия источников, составляющих фон, уменьшается. Исключая наиболее сильные источники, астрономы искажают случайный процесс.

Поскольку дисперсия выбросов случайного процесса тоже определяется самыми сильными источниками-выбросами, то эти выбросы могут быть приняты за источники и исключены. В результате исказится сам случайный процесс и понизится его дисперсия.

Здесь уместно подчеркнуть главный вывод работы. После прохождения совокупности гравитационных линз у источников с распределением по потокам, аналогичным гауссову распределению

$$\mathscr{L}_i \sim \sqrt{S^{-2}}\, (a^2/S^2 - 1) \exp(-a^2/2S^2),$$

появляется степенной «хвост» в области больших потоков

$$\mathscr{L}_a(S) = (2\tau/S^3)\, \sigma_i^2.$$

Другими словами, распределение функции $\mathscr{L}(S)$ существенным образом меняется. Легко показать, что одновременно меняется и статистика выбросов $N(T_s)$.

Проанализируем еще один важный вопрос: какого именно размера выбросы будут усиливаться и какими объектами во Вселенной?

Вначале найдем размер области вокруг линзы, попадая в которую луч удовлетворяет условию сильного усиления. Проще всего это сформулировать на языке эффективного прицельного параметра $f = l/\alpha$. Условие усиления записывается как $f < 1$ или

$$4GM_L(1 + z_L) D_L > l^2 c^2.$$

Соответствующий размер в угловой мере есть $\beta = l/D_L$, откуда получаем площадку, внутри которой эффективно действует усиление

$$\omega \leqslant \pi \frac{4GM_L}{c^2 D_L}(1 + z_L) = \pi \beta_{cr}^2.$$

Для различных объектов размер площадки будет разный. Так, для галактик в диапазоне масс от 10^9 до 10^{13} $M_\odot$, а также скоплений галактик с массами 10^{15} $M_\odot$, удаленных на расстояние $1 \div 5000$ Мпк, соответствующий угол меняется от $0{,}03''$ до $30'$. Значит, эффективно будут усиливаться выбросы, имеющие угловые размеры от долей секунды до нескольких минут. Именно они будут симулировать новое поколение радиоисточников с распределением, пропорциональным S^{-3}.

Оценим также вероятность того, что какой-либо выброс попадает на площадку, удовлетворяющую критерию большого усиления. Площадь, занимаемая выбросом, определяется выражением

$$s_0 = 4\pi(\sigma/T_s)^2\theta_0^2,$$

она должна быть меньше, чем $\pi\beta_{cr}^2$. Площадка, в которой есть по крайней мере один выброс, равна

$$s_1 = 4\pi/N \approx (\sigma/T_s)\theta_0^2 \exp(T_s^2/2\sigma^2),$$

а вероятность попасть в область большого усиления $p = \pi\beta_{cr}^2/s_1$ есть

$$p = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{T_s}{\sigma}\frac{\beta_{cr}^2}{\theta_0^2}\exp(-T_s^2/2\sigma^2).$$

При $\theta_0 \ll \beta_{cr}$ вероятность может быть велика.

Значит, если во флуктуациях реликтового излучения присутствуют выбросы с размерами от одной секунды до нескольких минут, то они будут давать новое поколение радиоисточников. Эти источники будут довольно сложной формы, как показано в численном моделировании, проведенном в [17], даже если до линз они были почти круглой формы.

Однако этот эффект наиболее интересен для флуктуаций, лежащих в еще меньших масштабах: от $1''$ до $1'$. В таких масштабах уже не будет реликтовых флуктуаций, образовавшихся в эпоху рекомбинации. Тем не менее в более поздние эпохи должны образовываться флуктуации δT за счет эффекта Сюняева—Зельдовича на скоплениях горячего газа, входящего, например, в скопления галактик [18, 19]. Статистическое распределение δT уже может быть не гауссовым. Несмотря на это, после прохождения линз в $\mathscr{L}(S)$ тоже должна появиться степенная составляющая, симулирующая новое поколение радиоисточников.

Автор благодарен Я. Б. Зельдовичу, дискуссии с которым послужили стимулом к написанию этой работы. Автор искренне признателен Р. А. Сюняеву и В. А. Королеву за многочисленные и полезные обсуждения результатов работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Walsh D., Carswell R. F., Weymann R. J.//Nature. 1979. **279**. P. 381. [2] Тихов А. Г.//ДАН СССР. 1938. **16**, № 4. С. 207. [3] Эйнштейн А. Собрание трудов. М., 1966. Т. 2. [4] Климов Ю. Г.//ДАН СССР. 1963. **148**. С. 789. [5] Refsdal S.//Month. Notices of R. Astron. Soc. 1964. **128**. P. 307. [6] Зельдович Я. Б.// //Астрон. журн. 1964. **41**. С. 19. [7] Дашевский В. М., Слыш В. И.//Астрон. журн. 1966. **9**. С. 671. [8] Dyer C. C., Roeder R. C.//Astrophys. J. 1974. **189**. P. 167. [9] Turner E. L.//Astrophys. J. Lett. 1981. **242**. P. L 135. [10] Tyson J. A.// //Ibid. 1981. **248**. P. L 89. [11] Avni J.//Ibid. 1981. **248**. P. L 95. [12] Vietri M., Ostriker J. P.//Astrophys. J. 1983. **267**. P. 488. [13] Vietri M.//Astrophys. J. 1985. **293**. P. 343. [14] Chitre S. M., Narlikar J.-V., Padmanabham T. Preprint Tata Inst. of Fundamen Research. 13 sept. 1985. Bombay, India, 1985. [15] Abbott L. F., Wise M. B.//Astrophys. J. Lett. 1982. **282**. P. L 47. [16] Сажин М. В.//Письма в Астрон. журн. 1985. **11**. С. 569. [17] Press W. H., Gunn J. E.//Astrophys. J. 1973. **185**. [18] Rephaeli J.//Astrophys. J. 1981. **245**. P. 351. [19] Королев В. А., Сюняев Р. А., Якубцев Л. А.//Письма в Астрон. журн. 1986. **12**. С. 467.

Поступила в редакцию
05.01.88