

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 530.145.6

СУПЕРСИММЕТРИЧНЫЙ МЕХАНИЗМ ОБРАЗОВАНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ЩЕЛИ В СИСТЕМАХ С НУЛЕВЫМИ ФЕРМИОННЫМИ МОДАМИ

К. А. Свешников

(кафедра квантовой теории и физики высоких энергий)

Показано, что наличие нулевой фермионной моды в системах с юкавской связью приводит к возможности специфического механизма образования энергетической щели, обусловленного динамической суперсимметрией, т. е. смешиванием фермионов и бозонов за счет обмена фермионным числом при взаимодействии с нулевой модой.

Нулевые фермионные моды, т. е. фермионные уровни со строго нулевой энергией (относительно поверхности Ферми), обуславливают ряд специфических эффектов, представляющих большой интерес в физике элементарных частиц и конденсированного состояния. Так, в неабелевых калибровочных теориях они подавляют инстантонное туннелирование между топологическими вакуумами [1]. В других случаях они приводят к фракционализации (дробности) фермионного заряда [2] и к динамической суперсимметрии [3]. В этом сообщении мы покажем, что с двумя последними эффектами может быть связан новый суперсимметричный механизм образования энергетической щели в одном пространственном измерении.

Рассмотрим одномерную систему из фермионов и бозонов, описываемую гамильтонианом вида $H = H_0 + V$, где

$$H_0 = \sum_f \omega_f a_f^\dagger a_f + \sum_l v_l b_l^\dagger b_l. \quad (1)$$

a_f^\dagger, a_f — операторы рождения—уничтожения бозона с энергией ω_f , b_l^\dagger, b_l — операторы рождения—уничтожения фермиона с энергией v_l . Рождение—уничтожение фермиона на нулевом уровне с $v=0$ описываем операторами Z^\dagger, Z . Поскольку эти операторы не меняют энергию, то в H_0 они отсутствуют, но входят в заряд [2]:

$$Q = Z^\dagger Z - \frac{1}{2} + \sum_l b_l^\dagger b_l. \quad (2)$$

В результате основное состояние для H_0 есть фоковский вакуум по бозонам и фермионам $|0_B, 0_F\rangle$, оно двукратно вырождено по фермионному числу в зависимости от заполнения нулевого уровня, причем заряд принимает полуцелые значения $\pm 1/2$.

Для фермион-бозонной связи юкавского типа в качестве взаимодействия, в котором участвуют нулевые моды, будем рассматривать оператор

$$V = Z^\dagger W + W^\dagger Z, \quad W = \lambda \sum_{lf} A(l, f) b_l a_f^\dagger. \quad (3)$$

В отличие от общего случая взаимодействие (3) сохраняет помимо полного заряда (2) еще и полное число возбуждений с ненулевой энергией:

$$N = \sum_f a_f^\dagger a_f + \sum_l b_l^\dagger b_l. \quad (4)$$

Пусть $N=1$. В этом случае существует три типа состояний.

а) Однобозонное состояние с незаполненным нулевым уровнем $|1_B, 0_F, -1/2\rangle$ с $Q=-1/2$. Спектр полного гамильтониана для такого состояния совпадает с чисто бозонным спектром H_0 .

- б) Однофермионное состояние с заполненным нулевым уровнем $|0_B, 1_F, +1/2\rangle$ с $Q=3/2$ и чисто фермионным энергетическим спектром.
 в) Смешанное (суперсимметричное) состояние с $Q=1/2$ вида

$$|\Psi\rangle = \sum_f \alpha_f a_f^\dagger \left| +\frac{1}{2} \right\rangle + \sum_l \beta_l b_l^\dagger \left| -\frac{1}{2} \right\rangle. \quad (5)$$

Энергетический спектр в этом случае определяется из задачи на собственные значения

$$\begin{aligned} (\omega_f - E) \alpha_f + \lambda \sum_l A(l, f) \beta_l &= 0, \\ (v_l - E) \beta_l + \lambda \sum_f A^*(l, f) \alpha_f &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Для случая вырожденного ядра $A(f, l) = u_f v_l$ из (6) получаем уравнение щелевого типа

$$1 = \lambda^2 \left(\sum_l \frac{|v_l|^2}{v_l - E} \right) \left(\sum_f \frac{|u_f|^2}{\omega_f - E} \right). \quad (7)$$

Исследуем уравнение (7) на предмет наличия энергетической щели $E = -\varepsilon$, $\varepsilon > 0$, для случая слабой связи (малых λ), предполагая, что взаимодействие устроено по БКШ-типу: $|u_f| = 1$, $|f| \ll \Lambda_B$; $|v_l| = 1$, $|l| \ll \Lambda_F$, в противном случае коэффициенты u_f , v_l равны нулю. Наличие нетривиального корня $E = -\varepsilon$ в (7) полностью определяется поведением энергетических спектров бозонов и фермионов в окрестности нуля. Если оба спектра имеют щель, то корней нет. Если хотя бы один из спектров в нуле линейный (безмассовый), то корень есть. Пусть для определенности $v_l = v_F |l|$, а $\omega_f = \sqrt{m^2 + f^2}$. Тогда

$$\varepsilon = \Lambda_F \exp \left[-\frac{m v_F}{4\lambda^2} \ln \left(\frac{2\Lambda_B}{m} \right) \right] \quad (8)$$

и имеет типичный БКШ-непертурбативный характер. Если оба спектра бесщелевые ($v_l = v_F |l|$, $\omega_f = v_B |f|$), то

$$\varepsilon = (\Lambda_F \Lambda_B)^{1/2} \exp \left[- (v_B v_F)^{1/2} / 2 | \lambda | \right]. \quad (9)$$

При этом в (8) и (9) наличие щели возможно при обоих знаках λ .

Таким образом, обмен фермионным числом за счет взаимодействия с нулевой модой приводит к тому, что смешанное состояние (5) при определенных условиях может оказаться энергетически более выгодным, чем фоковские с отдельно фиксированным числом бозонов и фермионов. Такой непертурбативный эффект есть еще одно проявление динамической суперсимметрии в системах с нулевыми фермионными модами. Помимо этого, он может представлять отдельный интерес в связи с недавними попытками привлечь суперсимметрию для объяснения высокотемпературной сверхпроводимости [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Раджараман Р. Солитоны и инстантоны. М., 1985. [2] Jackiw R., Rebbi C. // Phys. Rev. 1976. D 13. P. 3398; Niemi A. J., Semenoff G. // Phys. Rep. 1986. C135. P. 99. [3] Semenoff G., Matsumoto H., Umezawa H. // Phys. Lett. 1982. 113 В. P. 371; Midorikawa S. // Phys. Lett. 1984. 138 В. P. 111; Свешников К. А. // ТМФ. 1988. 75. С. 218; 76. С. 31; Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1988. 29, № 3. С. 7. [4] Ge Y., Kou F. // Phys. Lett. 1988. 129 А. P. 404.

Поступила в редакцию
20.09.88