УДК 537.871.64

ВРЕМЕННО-УГЛОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КОГЕРЕНТНОГО СИНХРОТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ СГУСТКА ЧАСТИЦ

Н. П. Клепиков

(кафедра теоретической физики)

Представлен вариант теории временно-углового распределения излучения системы релятивистских частиц, учитывающий распределение вероятностей сдвигов их траекторий в сгустке.

1. **Центр системы распределенных событий.** Допустим, что фазовые координаты $\mathbf{r}$, t, $\mathbf{p}$, $\mathscr{E}$ событий, происходящих с одинаковыми релятивистскими частицами, не заданы, а известно лишь распределение вероятностей того, что частицы принадлежат определенным движениям, задаваемым параметрами Φ, и найдем центр [1—3] этой системы событий. Делая в выражениях (5) и (6), приведенных в [3], подстановку $\alpha_a = 1/N$, замену обозначений $\mathscr{E} \to N\mathscr{E}$, $\mathbf{P} \to N\mathbf{P}$, $M \to NM$ и переход

$$\frac{1}{N}\sum_a \to \int f(\Phi)\, d\Phi,$$

где $f(\Phi)$ — плотность распределения, для координат центра событий получим

$$\mathbf{R} = \frac{1}{Mc^2}\int f(\Phi)\, d\Phi \left\{ \mathbf{r}(\Phi)\left(\mathscr{E}(\Phi) - \frac{c^2\mathbf{P}\mathbf{p}(\Phi)}{\mathscr{E}+Mc^2}\right) + c\mathbf{P}\mathbf{r}(\Phi)\left[\frac{1}{\mathscr{E}+Mc^2}\left(c\mathbf{p}(\Phi) + \frac{\mathbf{P}}{Mc}\mathscr{E}(\Phi)\right) - \frac{\mathbf{P}}{Mc}\right] - ct(\Phi)\left[c\mathbf{p}(\Phi) + \frac{\mathbf{P}}{Mc}\left(\frac{c^2\mathbf{P}\mathbf{p}(\Phi)}{\mathscr{E}+Mc^2} - \mathscr{E}\right)\right]\right\}, \tag{1}$$

$$T = \frac{1}{M^2c^4}\int f(\Phi)\, d\Phi \left\{\mathbf{P}\mathbf{r}(\Phi)\left(\mathscr{E}(\Phi) - \mathscr{E}\right) + t(\Phi)\left(\mathscr{E}^2 - c^2\mathbf{P}\mathbf{p}(\Phi)\right)\right\}, \tag{2}$$

где

$$\mathscr{E} = \int f(\Phi)\,\mathscr{E}(\Phi)\, d\Phi, \quad \mathbf{P} = \int f(\Phi)\,\mathbf{p}(\Phi)\, d\Phi, \quad M^2c^4 = \mathscr{E}^2 - c^2\mathbf{P}^2. \tag{3}$$

2. **Преобразование системы уравнений для моментов излучения волн частицами.** Для нахождения моментов $t(\Phi)$ событий излучения системой одинаковых заряженных частиц электромагнитных волн, способных интерферировать в один и тот же момент полевого времени t в одной и той же точке волновой зоны, нужно [4, 5] решить систему уравнений, которая после перехода, указанного в разделе 1, и использования (2) приобретает вид

$$t(\Phi) - t(\Phi') = \frac{1}{c}\,\mathbf{n}\left(\mathbf{r}(\Phi) - \mathbf{r}(\Phi')\right), \tag{4}$$

$$t_0 = \frac{1}{M^2c^4}\int f(\Phi)\, d\Phi \left\{\mathbf{P}\mathbf{r}(\Phi)\left(\mathscr{E}(\Phi) - \mathscr{E}\right) + t(\Phi)\left(\mathscr{E}^2 - c^2\mathbf{P}\mathbf{p}(\Phi)\right)\right\}, \tag{5}$$

где t_0 — лабораторное время, а $\mathbf{n}$ — единичный вектор направления излучения, определенный относительно некоторой системы осей, направление которых может зависеть от t_0.

Система уравнений (4)—(5) неудобна для решения, так как (4) представляет собой функциональное соотношение, эквивалентное бесконечному числу алгебраических уравнений. Легко видеть, однако, что (4) и (5) удовлетворяются тождественно, если $t(\Phi)$ является решением интегрального уравнения

$$t(\Phi) = t_0 + \frac{1}{c}\,\mathbf{nr}(\Phi) - \int f(\Phi')\,\frac{d\Phi'}{M^2c^4}\,\Big\{\mathrm{Pr}(\Phi')\,(\mathscr{E}(\Phi') - \mathscr{E}) +$$

$$+ \frac{1}{c}\,\mathbf{nr}(\Phi')\,(\mathscr{E}^2 - c^2\mathrm{Pp}(\Phi'))\Big\}. \qquad (6)$$

Такое преобразование делает возможным решение системы.

Уравнения (4)—(6) удовлетворяются, если плотность $f(\Phi)$ стягиваются к одной точке Φ_0, причем $t(\Phi_0)=t_0$. Поэтому функции $t(\Phi)$, $\mathbf{r}(\Phi)$, $\mathbf{p}(\Phi)$ и $\mathscr{E}(\Phi)$ могут быть представлены разложениями по возрастающим степеням отклонений параметров от их значений для Φ_0, причем выражения для трех последних функций не сводятся к разложениям по степеням величины $t(\Phi)-t_0$. Члены, содержащие высокие степени отклонений параметров, не могут быть существенными для расчета интенсивности излучения в силу обрезающего действия фактора $f(\Phi)$.

3. **Приближенное решение $t(\Phi)$ для системы частиц, движущихся по окружностям.** Рассмотрим систему N частиц, движущихся в сгустке с одинаковыми постоянными скоростями v в параллельных плоскостях по окружностям одинакового радиуса a, сдвинутым четырьмя способами:

$$\mathbf{r}(t) = \{x + a\cos(\omega_0 t + \varphi),\quad y + a\sin(\omega_0 t + \varphi),\ h\},\quad \omega_0 = \frac{v}{a}, \qquad (7)$$

$$\mathbf{p}(t) = \frac{mv}{\sqrt{1-\beta^2}}\,\{-\sin(\omega_0 t + \varphi),\quad \cos(\omega_0 t + \varphi),\ 0\},\quad \beta = \frac{v}{c}. \qquad (8)$$

Средние значения параметров φ, h, x и y предполагаются равными нулю (точка Φ_0). Углы, характеризующие вектор $\mathbf{n}$, отсчитываем относительно касательной к окружности, по которой движется центр сгустка, в момент t_0:

$$\mathbf{n} = \{\cos\omega_0 t_0 \sin\theta\cos\psi - \sin\omega_0 t_0\cos\theta,\quad \sin\omega_0 t_0 \sin\theta\cos\psi +$$

$$+ \cos\omega_0 t_0\cos\theta,\quad -\sin\theta\sin\psi\}. \qquad (9)$$

Плотность распределения параметров возьмем в виде некоррелированного нормального распределения:

$$f(\Phi) = \frac{1}{(2\pi)^2\,\delta_\varphi\delta_h\delta_x\delta_y}\exp\left\{-\frac{\varphi^2}{2\delta_\varphi^2} - \frac{h^2}{2\delta_h^2} - \frac{x^2}{2\delta_x^2} - \frac{y^2}{2\delta_y^2}\right\},\quad d\Phi = d\varphi\, dh dx dy. \qquad (10)$$

В качестве приближенного (с точностью до третьих степеней параметров) решения уравнения (6) в рассматриваемом случае находим

$$t(\Phi) = t_0 + \frac{1}{\omega_0}\left\{-\varphi + \frac{d(\Phi)}{F} + \frac{\beta\sin\theta\cos\psi}{2F^3}\,(\Delta^2 - d^2(\Phi)) +\right.$$

$$\left. + \left(\frac{\beta^2\sin^2\theta\cos^2\psi}{2F^5} - \frac{\beta\cos\theta}{2F^4}\right) d^3(\Phi) - \frac{\beta^2\sin^2\theta\cos^2\psi}{2F^5}\,d(\Phi)\,\Delta^2\right\}, \qquad (11)$$

где

$$F = 1 - \beta\cos\theta,\quad d(\Phi) = \varphi + \frac{\beta}{a}\,(xn_x + yn_y + hn_z),\quad \Delta^2 = \delta_\varphi^2 +$$

$$+ \frac{\beta^2}{a^2}\,(\delta_x^2 n_x^2 + \delta_y^2 n_y^2 + \delta_h^2 n_z^2). \qquad (12)$$

4. **Интенсивность излучения.** Пользуясь формулами (12.7) и (12.8) работы [5] и переходя к непрерывному распределению параметров, для рассматриваемого случая находим интенсивность излучения:

$$\frac{d\mathscr{E}}{\partial t_0} = \frac{ce^2}{4\pi}\int d\Omega\,\frac{dt}{dt_0}\left\{\frac{N}{c^4}\int d\Phi f(\Phi)\left[\frac{\mathbf{w}^2}{(1-\mathbf{nv}/c)^4} - \frac{(1-\beta^2)(\mathbf{nw})^2}{(1-\mathbf{nv}/c)^6}\right] +\right.$$

$$+ \frac{N(N-1)}{c^4}\int d\Phi d\Phi' f(\Phi)\, f(\Phi')\left[\frac{\mathbf{ww}'}{(1-\mathbf{nv}/c)^2\,(1-\mathbf{nv}'/c)^2} -\right.$$

$$
-\frac{\mathbf{vw'}\cdot\mathbf{nw}}{c\,(1-\mathbf{nv}/c)^3\,(1-\mathbf{nv'}/c)^2}-\frac{\mathbf{v'w}\cdot\mathbf{nw'}}{c\,(1-\mathbf{nv}/c)^2\,(1-\mathbf{nv'}/c)^3}-
$$

$$
-\frac{\mathbf{nw}\cdot\mathbf{nw'}\,(1-\mathbf{vv'}/c^2)}{(1-\mathbf{nv}/c)^3\,(1-\mathbf{nv'}/c)^3}\Bigg]\Bigg\}, \tag{13}
$$

где $\mathbf{v}$ и $\mathbf{w}$ — скорость и ускорение и

$$
\frac{dt}{dt_0}=\Bigg\{1+\int\frac{f(\Phi)\,d\Phi}{1-\mathbf{nv}/c}\left[\frac{\mathbf{nv}}{c}+\frac{1}{M^2c^3}\,(\mathbf{nv}\,(\mathbf{P}^2-\mathbf{Pp})-\mathbf{nr}\cdot\mathbf{P}\dot{\mathbf{p}})\right]+
$$

$$
+\frac{2}{M^2c^3}\int\frac{f(\Phi)\,d\Phi}{1-\mathbf{nv}/c}\int f(\Phi')\,d\Phi'\mathbf{nr'}\left(\mathbf{P}\dot{\mathbf{p}}\,\frac{\mathscr{E}^2-\mathbf{Pp'}}{M^2c^4}-\mathbf{p'}\dot{\mathbf{p}}\right)\Bigg\}^{-1}, \tag{14}
$$

причем $\dot{\mathbf{p}}$ — производная по времени от импульса (8). Нештрихованные функции относятся к переменным Φ, а штрихованные — к Φ'.

5. **Полная интенсивность излучения как функция времени для тесного сгустка частиц.** Рассмотрим настолько тесный сгусток, что решение (11) для моментов излучения достаточно точно во всей области пространства параметров, где фактор (10) не очень мал. Подставляя (10) в (13) и (14) и интегрируя по углам, с точностью до первых степеней величин δ_φ^2, δ_h^2, δ_x^2 и δ_y^2 для отношения R интенсивности совместного излучения к интенсивности некогерентного излучения N частиц в тех же условиях находим

$$
R=N-\frac{2\,(5+21\beta^2+9\beta^4)}{5\,(1-\beta^2)^3}\,\delta_\Phi^2-\frac{2\beta^2\,(2+3\beta^2)}{5\,(1-\beta^2)^2}\,\frac{\delta_h^2}{a^2}-\frac{2\beta^2}{35a^2\,(1-\beta^2)^2}\times
$$

$$
\times\left[(7-16\beta^2)\,(\delta_x^2\cos^2\omega_0t_0+\delta_y^2\sin^2\omega_0t_0)+\frac{14+163\beta^2+68\beta^4}{1-\beta^2}\times\right.
$$

$$
\left.\times\,(\delta_x^2\sin^2\omega_0t_0+\delta_y^2\cos^2\omega_0t_0)\right]. \tag{15}
$$

Из (15) видно, что когерентность излучения быстро разрушается с ростом размера сгустка почти для всех видов его формы. Исключением является случай, когда δ_φ^2, δ_h^2 и δ_y^2 весьма малы по сравнению с δ_x^2, $\beta^2>7/16$ и $\sin^2\omega_0t_0<9(1-\beta^2)/245$. В этом случае интенсивность излучения не только не падает с размером сгустка, но даже вначале растет. Это явление уже было отмечено нами в [4—6]. Оно объясняется тем, что, как показывает более подробный анализ, энергия, теряемая частицами сгустка, в течение значительной части полупериода копится в ближней зоне поля (лазерная летаргия), а затем выбрасывается коротким импульсом в дальнюю зону. Такие явления невозможно описать теорией, предполагающей одновременное излучение интерферирующих волн всеми частицами сгустка (см., напр., [7, 8]), что допустимо лишь для достаточно медленных частиц.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Клепиков Н. П., Шатний А. Н.//Ядерная физика. 1980. **31**, № 3. С. 841. [2] Клепиков Н. П., Шатний А. Н.//ТМФ. 1981. **46**, № 1. С. 50. [3] Датта М., Клепиков Н. П.//ТМФ. 1981. **48**, № 2. С. 210. [4] Клепиков Н. П., Соколов С. Н. Излучение системы релятивистских частиц: Препринт ИФВЭ 84-57. Серпухов, 1984. [5] Клепиков Н. П.//УФН. 1985. **146**, № 2. С. 317. [6] Клепиков Н. П., Ященко А. К.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1985. **26**, № 5. С. 15. [7] Kroll N. M., McMullin W. A.//Phys. Rev. 1978. **A 17**, N 2. P. 300. [8] Кузьмин В. Г., Савин В. Б.//Зарубежн. радиоэлектроника. 1982. № 2. С. 43.

Поступила в редакцию
23.02.88