(кривые 1, 2, 3, начерченные для различных энергий фотонов). По этому семейству была построена матрица оператора A и выполнены модельные расчеты, аналогичные предыдущим. Хотя уровень шума на кривой $\tilde{\xi}$ (см. рис. 2, б) невысок и соответствует относительной погрешности 0,1%, оценка $\tilde{\eta}=\tilde{R}\tilde{\xi}$ сильно отличается от исходного спектра $\mathcal{F}$ (см. рис. 2, а), т. е. для восстановления спектра предпочтительнее использовать нормальную фотоэмиссию из фотокатода с гладкой поверхностью (вольфрам), а не фотоэмиссию из катода с нерегулярной поверхностью.

Оперативная характеристика модели $[A, \Sigma, U]$ может служить паспортом комплекса «Прибор+ЭВМ». На рис. 3 представлены оперативные характеристики для фотокатода из вольфрама (1) и фотокатода с нерегулярной поверхностью (2). Чем ниже расположена кривая, тем точнее будут оценки редукции. Сравнение оперативных характеристик позволяет ориентироваться в выборе фотокатодов.

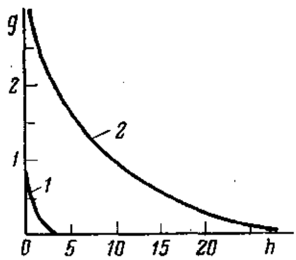

Рис. 3. Оперативные характеристики для фотокатода из вольфрама (1) и фотокатода с нерегулярной поверхностью (2)

В заключение следует подчеркнуть, что воспроизводимость кривых $N_{\hbar\omega}(E, \hbar\omega)$ от фотокатода к фотокатоду не играет принципиальной роли. Необходимо лишь, чтобы $N_{\hbar\omega}(E, \hbar\omega)$ можно было измерить для данного фотокатода (калибровка) и чтобы величина $N_{\hbar\omega}(E, \hbar\omega)$ оставалась стабильной на период измерения спектра $\mathcal{F}$. В основном стабильность нарушается загрязнением и старением поверхности катода, а также действием магнитного поля и колебаниями температуры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Лебедева В. В. Техника оптической спектроскопии. М., 1986. [2] Зайдель А. Н., Шрейдер Е. Я. Вакуумная спектроскопия и ее применение. М., 1976. [3] Михайлин В. В., Тернов И. М. Синхротронное излучение. М., 1986. [4] Бейкер А., Беттеридж Д. Фотоэлектронная спектроскопия. М., 1975. [5] Пытьев Ю. П.//Матем. сб. 1985. **126(168)**, № 4, С. 543. [6] Пытьев Ю. П.//Там же. 1983. **120(162)**, № 2. С. 240. [7] Пытьев Ю. П.//Там же. 1982. **118(160)**, № 1(5). С. 19. [8] Smith R. J. et al.//Solid State Comm. 1976. **19**, N 10. P. 976.

Поступила в редакцию
29.06.88

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1989. Т. 30, № 2

УДК 530.145.6

РЕЛЯТИВИСТСКИЙ ОДНОМЕРНЫЙ АТОМ ВОДОРОДА

В. Б. Гостев, В. К. Перес-Фернандес, А. Р. Френкин, Г. А. Чижов

(кафедра теоретической физики)

Найдено новое решение одномерного уравнения Клейна—Гордона с кулоновским потенциалом притяжения, имеющее нерелятивистский предел, совпадающий с физически приемлемым нерелятивистским решением для одномерного атома водорода.

Задача о движении релятивистской бесспиновой частицы в притягивающем кулоновском поле

$$V=-\lambda\,|x|^{-1},\ -\infty<x<\infty,\ \lambda>0 \tag{1}$$

рассматривалась в ряде работ [1] (обзор в [2, 3]) как обобщение известной [4, с. 527—528] нерелятивистской задачи с потенциалом (1). Основной проблемой, которую пытались решить с помощью релятивизации, была попытка из решения стационарного уравнения Клейна—Гордона, которое в безразмерных переменных ($\hbar=m=c=1$) имеет вид (E — энергия)

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}+(E^2-1+2\lambda E\,|\,x\,|^{-1}+\lambda^2x^{-2}), \tag{2}$$

получить предельным переходом физически удовлетворительное нерелятивистское решение без неприятных особенностей: вырождения уровней по четности и «падения» основного состояния [5]. Однако пока успех на этом пути не был достигнут, хотя неприемлемость решений с такими свойствами отмечалась в литературе [2, 6].

Мы предлагаем новое решение, дающее правильный нерелятивистский предел без вырождения и с устойчивым основным состоянием, недавно полученный в [7, 8].

Решение уравнения (2) возьмем в виде

$$\psi_+(x)=\psi_0(x)+h(p)\,f(E)\,\psi_-(x), \tag{3}$$

где $h(p)$, $f(E)$ — произвольные функции с «нормировкой»

$$f(1)=1, \tag{4}$$

$$\lambda^2=p(1-p),\quad p=1/2-\sqrt{1/4-\lambda^2},\quad 0\leqslant\lambda<1/2,\quad 0\leqslant p<1/2 \tag{5}$$

(неравенства (4) подробно обсуждаются в [9], [4, с. 143—146]),

$$\psi_-(x)=x^{1-p}F(-\mu-p+1,\ 2-2p,\ \rho)\,e^{-\rho/2} \tag{6}$$

— общепринятое нечетное (радиальное, $l=0$) решение (2),

$$\psi_0(x)=x^pF(-\mu+p,\ 2p,\ \rho)\,e^{-\rho/2} \tag{7}$$

— второе независимое решение (2) [2],

$$\rho=2x\sqrt{1-E^2},\quad \mu=\frac{\lambda E}{\sqrt{1-E^2}},\quad E=\frac{\mu}{\sqrt{\mu^2+p(1-p)}}, \tag{8}$$

$F(a, b, z)$ — вырожденная гипергеометрическая функция, регулярная при $z=0$. Нечетные уровни E_{n-} определяются по формуле (8), где

$$\mu=\mu_{n-}=n+1-p,\ n=0,1,\ \dots \tag{9}$$

Приравнивая

$$\psi_+(x)=Nx^{1-p}\,U(-\mu+p+1,\ 2-2p,\ \rho)e^{-\rho/2}, \tag{10}$$

где $U(a, b, z)$ — вырожденная гипергеометрическая функция, регулярная при $z\to+\infty$ [10, с. 321], мы удовлетворим условию $\psi(\infty)=0$.

Используя связь между различными вырожденными гипергеометрическими функциями и свойства Г-функции [10, с. 321—322, 81—82], получим характеристическое уравнение для определения четных уровней (8) ($0<E_{n+}<1$):

$$G(\mu,p)=u(p), \tag{11}$$

где

$$u(p)=\pi^{-1}\,2^{2p-1}(1-2p)\sin 2\pi p\Gamma^2(1-2p)\,h(p), \tag{12}$$

$$G(\mu,p)=f^{-1}(E)\,\mu\,(1-p\mu^{-1})\,[p(1-p)+\mu^2]^{p-1/2}\times$$

$$\times\,\Gamma(\mu-p)\,\Gamma^{-1}(\mu+p)\sin(\mu-p)\pi\sin^{-1}(\mu+p)\pi. \tag{13}$$

Из формул (8), (4) и асимптотики Г-функции следует асимптотическая ($\mu\gg1$) форма уравнения (11):

$$G(\mu,p)=\sin(\mu-p)\pi\sin^{-1}(\mu+p)\pi=u(p), \tag{14}$$

приводящая к эквидистантности ($n\gg1$) четных уровней в μ-шкале:

$$\mu_{n+}=n+r(p),\quad p\leqslant r(p)\leqslant1-p. \tag{15}$$

Из-за совпадения функций (6), (7) при $p=1/2$ следует (15), что $r(1/2)=1/2$. Из асимптотики нерелятивистского ($p\to+0$) характеристического уравнения [8]

$$g(\mu)=2\ln\mu-2\psi(\mu)-\mu^{-1}-2\pi\,\mathrm{ctg}\,\pi\mu=0, \tag{16}$$

при $\mu\gg1$

$$g(\mu)=-2\pi\,\mathrm{ctg}\,\pi\mu=0, \tag{17}$$

следует, что $r(0)=1/2$. Поэтому сделаем естественный выбор

$$r(p)=1/2, \tag{18}$$

что дает согласно асимптотике (14)

$$u(p)=1. \tag{19}$$

Потребовав переход при $p\to0$ уравнения (11) с условиями (12), (13) в уравнение (16), приходим от условия, справедливого для асимптотик ($\mu\gg1$) (14), (17),

$$\frac{d}{dp}G(\mu,\ p)\,|_{p=0}=g(\mu) \tag{20}$$

к уравнению (20) для всех $\mu>0$. Из требования (20) и нормировки (4) однозначно определяем

$$f(E)=E, \tag{21}$$

после чего характеристическое уравнение (11), (19) принимает окончательный вид:

$$(1-p\mu^{-1})\,[p\,(1-p)+\mu^2]^p\,\Gamma(\mu-p)\,\Gamma^{-1}(\mu+p)\sin(\mu-p)\,\pi\sin^{-1}(\mu+p)\,\pi=1. \tag{22}$$

В нерелятивистском пределе при $|\varepsilon|\ll1$ ($\varepsilon=E-1$) имеем аналог формулы Ридберга:

$$\varepsilon_{n+}=-\lambda^2\,(2\mu_{n+}^2)^{-1};\ \varepsilon_{n+}=-\lambda^2\,[2\,(n+1/2)^2]^{-1};\ n\gg1;\ \varepsilon_{n-}=-\lambda^2\,[2\,(n+1]^2]^{-1}. \tag{23}$$

Так как $\mu_{0+}(0)=0{,}470$, $\mu_{0-}(0)=1$ (9), то при $p\to0$ все уровни описываются нерелятивистски (8). Переходят при этом в нерелятивистские и волновые функции [7].

Значения $r(0)=r(1/2)=1/2$, т. е. при слабой и сильной связи (1) $\lambda=0$ и $\lambda=1/2$, совпадают. Это подтверждает сделанный в [7] чисто нерелятивистский вывод характеристического уравнения (16) с релятивистской точки зрения и объединяет релятивистское (22) и нерелятивистское (16) уравнения для четных уровней ((20), $\mu>0$).

Таким образом, нам удалось найти точное решение уравнения (2) для бесспинового одномерного релятивистского атома водорода, имеющее физически приемлемый нерелятивистский предел в отличие от решений, рассматривавшихся в литературе [2, 3], и подтверждающее выбор асимптотики четных уровней ($n\to\infty$), сделанный нами [8], в нерелятивистском случае.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Lapidus I. R.//Amer. J. Phys. 1988. 56. P. 92. [2] Moss R. E.//Amer. J. Phys. 1987. 55. P. 397. [3] Spector H. N., Lee J.//Amer. J. Phys. 1985. 53. P. 248. [4] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М., 1974. [5] Loudon R.//Amer. J. Phys. 1959. 27. P. 649. [6] Haines L. K., Roberts D. H.//Amer. J. Phys. 1969. 37. P. 1145. [7] Гостев В. Б., Гостев И. В., Френкин А. Р.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1987. 28, № 5. С. 77. [8] Гостев В. Б., Гостев И. В., Френкин А. Р.//Там же. 1988. 29, № 5. С. 53. [9] Бете Г. Квантовая механика. М., 1965. С. 229—232. [10] Справочник по специальным функциям/Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. М., 1979.

Поступила в редакцию
29.06.88