тод исключения Гаусса для блочных матриц [4]. При этом, поскольку получаемая в результате треугольная матрица является треугольным разложением исходной матрицы, процесс вычисления собственных векторов **Y** (т. е. электрических компонент поля E_r и E_φ) чрезвычайно упрощается.

В качестве примера приведем расчет градиентного *OB*, профиль показателя преломления которого имеет вид

$$n^2(r)=\begin{cases} n_1^2\left(1-2\Delta\left(\dfrac{r}{a}\right)^2\right), & r<a, \\ n_2^2, & r\geqslant a, \end{cases}$$

где $n_1=1{,}46$, $n_2=1{,}45$, $\Delta=(n_1^2-n_2^2)/(2n_1^2)$. На рис. 1 представлены дисперсионные характеристики, а на рис. 2 — зависимость компоненты E_r для основной HE_{11}-моды от нормированного радиуса r/a. Время расчета одной моды на ЭВМ ЕС-1045 $\sim$1 с, точность — не менее четырех верных знаков.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Красюк Б. А., Корнеев Г. И. Оптические системы связи и световодные датчики. Вопросы технологии. М., 1985. [2] Ikeuchi M., Sawami H.//IEEE Micr. Theory Techn. 1981. **MTT-29**, N 3. P. 234. [3] Самарский А. А., Андреев В. Б. Разностные методы для эллиптических уравнений. М., 1976. [4] Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. М., 1967.

Поступила в редакцию
12.10.88

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1989. Т. 30, № 3

УДК 539.1.01

К КОСМОЛОГИЧЕСКИМ РЕШЕНИЯМ В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

А. А. Власов

(кафедра квантовой теории и физики высоких энергий)

Получены новые решения уравнений релятивистской теории гравитации, отвечающие модели Вселенной, однородной и изотропной в эффективном искривленном пространстве, но не в пространстве Минковского.

В работе [1] в релятивистской теории гравитации (РТГ) рассматривались модели фридмановой Вселенной, однородной и изотропной как в эффективном искривленном пространстве с метрикой g_{ij}, так и в пространстве Минковского, базовом пространстве для РТГ, с метрикой γ_{ij}. Для этих моделей, а также с учетом того факта, что в РТГ имеют смысл только те движения вещества, которые описываются одной картой в пространстве Минковского (см., напр. [2]), было показано, что в РТГ из трех возможных типов фридмановой Вселенной реализуется только так называемая «плоская» модель (напомним, что полная система уравнений РТГ включает кроме уравнений Гильберта—Эйнштейна еще и ковариантное уравнение, связывающее g_{ij} и γ_{ij}:

$$D_j\left(\sqrt{-g}\,g^{ij}\right)=0,$$

где D_j — ковариантная по γ_{ij} производная; это уравнение в РТГ существенно для описания гравитационной физики и не имеет ничего общего с традиционной «калибровкой», от наложения которой физика, по определению, не зависит). Данный результат, однако, не исключает существования в РТГ других, отличных от разобранных в [1], решений. Действительно, приведем решения уравнений РТГ, которые отвечают однородной и изотропной модели Вселенной с традиционным интервалом Робертсона—Уокера

$$ds^2=d\tau^2-R^2(\tau)\left[\frac{dr^2}{1-kr^2}+r^2\,d\omega^2\right], \tag{1}$$

но не описывают однородную и изотропную модель Вселенной в пространстве Минковского. С этой целью найдем связь (однокартовую, взаимно однозначную) между переменными (τ, r) решения (1) и переменными (t, ρ) пространства Минковского, в котором интервал $d\sigma^2$ имеет вид $d\sigma^2=\gamma_{ij}d\xi^i d\xi^j=dt^2-d\rho^2-\rho^2 d\omega^2$. Связь эта определяется с помощью уравнений РТГ, эквивалентных [3] уравнению $D_i(\sqrt{-g}\, g^{ij})=0$;

$$\Box \xi^i = -\gamma^i_{pq}(\xi)\frac{\partial \xi^p}{\partial x^m}\frac{\partial \xi^q}{\partial x^n} g^{mn}(x). \qquad (2)$$

Здесь $\Box$ — оператор Лапласа—Бельтрами, построенный из метрики g_{ij}, γ^i_{pq} — символы Кристоффеля для метрики γ_{ij}. В нашем случае система (2) для функции $t=t(\tau, r)$ и $\rho=\rho(\tau, r)$ и метрики g_{ij} в виде (1) принимает вид

$$\begin{gathered}\ddot{t}+3\frac{\dot R}{R}\dot t-\frac{1}{R^2}\left[(1-kr^2)t''+\frac{2-3kr^2}{r}t'\right]=0,\\ \ddot\rho+3\frac{\dot R}{R}\dot\rho-\frac{1}{R^2}\left[(1-kr^2)\rho''+\frac{2-3kr^2}{r}\rho'-\frac{2}{r^2}\rho\right]=0\end{gathered} \qquad (3)$$

(здесь точка обозначает производную по τ, штрих — по r). Решение уравнений (3) ищем методом разделения переменных: $t\equiv t_1(\tau)t_2(r)$; $\rho\equiv\rho_1(\tau)\rho_2(r)$. Тогда общий вид функций t_1, t_2, ρ_1, ρ_2 следующий:

$\underline{k<0}$

$$\begin{gathered}t_2=\frac{1}{\operatorname{sh} z}\frac{d}{dz}(a_1e^{\alpha z}+a_2e^{-\alpha z});\quad \rho_2=\frac{d}{dz}\left[\frac{1}{\operatorname{sh} z}\frac{d}{dz}(a_3e^{\alpha z}+a_4e^{-\alpha z})\right];\\ z\equiv\operatorname{arcch}\sqrt{1-kr^2};\quad \alpha\equiv\sqrt{1-q^2/k};\end{gathered} \qquad (4)$$

здесь $a_1, \ldots$ — постоянные, q — параметр разделения;

$\underline{k=0}$

$$t_2=z^{-1/2}(a_5K_{1/2}(z)+a_6I_{1/2}(z));\quad \rho_2=\frac{d}{dz}[z^{-1/2}(a_7K_{1/2}(z)+a_8I_{1/2}(z))],$$

$$z\equiv qr;$$

здесь K_ν и I_ν — стандартные цилиндрические функции порядка ν.

Функции t_1 и ρ_1 в отличие от приведенных решений зависят от конкретного уравнения состояния вещества Вселенной, но не зависят явно от k:

$$t_1=w^{-\nu}[a_9I_\nu(w)+a_{10}K_\nu(w)],\quad \rho_1=w^{-\nu}[a_{11}I_\nu(w)+a_{12}K_\nu(w)], \qquad (5)$$

где для начальной стадии развития Вселенной (при $p=\varepsilon/3$, p — давление, ε — плотность вещества), когда решение уравнений Гильберта—Эйнштейна есть $R=R_1\tau^{1/2}$ ($R_1=\text{const}$), имеем $\nu=1/2$, $w=2q\tau^{1/2}/R_1$; а для современной стадии развития Вселенной, $p=0$ и $R=R_2\tau^{2/3}$ ($R_2=\text{const}$), имеем $\nu=3/2$, $w=3q\tau^{1/3}/R_2$.

Параметры $a_1, \ldots, a_{12}$ в решении (4)—(5) мы выберем так, чтобы выполнялись требования а) положительности якобиана $J=\dot t\rho'-t'\dot\rho$, б) монотонности функций t_1, t_2, ρ_1, ρ_2 ($\dot t_1>0$, $t'_2>0$, $\dot\rho_1<0$, $\rho_2'>0$), в) возможности равенства $g_{ij}=\gamma_{ij}$ в некий момент $\tau_н$, который мы будем считать «настоящим моментом времени» (что необходимо для корректного описания постньютоновских эффектов в Солнечной системе [4]), г) положительности интервала $d\sigma^2$ для радиального луча света, т. е. для траекторий $\dot r^2=(1-kr^2)/R^2$ (что необходимо для корректного с точки зрения принципа причинности описания Вселенной в пространстве Минковского). Анализ показывает, что в (4)—(5) достаточно считать

$$a_1=a_3=-a_2=-a_4=1/2,\ a_5=0,\ a_6=1,\ a_7=0,\ a_8=1,$$

$$a_9=0;\ a_{10}\equiv-A,\ A>0;\ a_{11}=0;\ a_{12}\equiv B,\ B>0;$$

при этом область изменения величины ρ есть интервал $(0, \infty)$, а величины t — интервал $(-\infty, 0)$ при изменении τ и r от нуля до бесконечности. Особо подчеркнем, что решение с $k>0$ в РТГ не существует.

Полученные решения описывают однородную и изотропную Вселенную в эффективном пространстве, в пространстве же Минковского Вселенная (4)—(5) уже не является однородной и изотропной.

Автор благодарен А. А. Логунову и М. А. Мествиришвили за полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Власов А. А., Логунов А. А.//ТМФ. 1986. 69, № 3. С. 341. [2] Власов А. А.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1988. 29, № 1. С. 87; № 2. С. 78. [3] Власов А. А., Логунов А. А.//ТМФ. 1987. 70, № 2. С. 171. [4] Уилл К. Теория и эксперимент в гравитационной физике. М., 1985.

Поступила в редакцию
12.10.88

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1989. Т. 30, № 3

АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

УДК 539.14:539.124

ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЯДЕРНЫХ ФОРМФАКТОРОВ НА ОБРАЗОВАНИЕ δ-ЭЛЕКТРОНОВ РЕЛЯТИВИСТСКИМИ ЯДРАМИ

Б. И. Горячев, Н. В. Линькова

(НИИЯФ)

На основе предложенной модельной функции электрического ядерного формфактора от переданной энергии получены аналитические выражения сечений и энергетических потерь, связанных с процессом образования δ-электронов релятивистскими ядрами.

Исследование прохождения релятивистских ядер через вещество стимулируется в настоящее время развитием экспериментальной ядерной физики высоких энергий и астрофизики космических лучей.

При взаимодействии налетающих ядер с атомными электронами, которое определяет ионизационные потери ядер, энергия Q, передаваемая электронам, ограничивается за счет электромагнитных ядерных формфакторов [1, 2]. Это приводит к эффекту уменьшения тормозной способности, по порядку величины равному эффекту плотности [3]. Пренебрегая малым влиянием магнитных моментов ядер-снарядов и следуя [1, 2], получаем выражение для сечения образования δ-электронов σ_δ в интервале $\{Q_{\min}, Q_{\max}\}$ в расчете на атом среды:

$$\sigma_\delta(x_{\min}, x_{\max}) = \pi r_0^2 Z_P^2 Z_T \int\limits_{x_{\min}}^{x_{\max}} [x^{-2} - \gamma^{-2}x^{-1} - 2\gamma^{-1} m_e M^{-1}(x+1)^{-1}]\, G_E^2(x)\, dx = K[F(x_{\max}) - F(x_{\min})], \quad (1)$$

где r_0 и m_e — соответственно классический радиус и масса электрона; M, G_E и γ — масса, электрический формфактор и лоренц-фактор ядра-снаряда; Z_P и Z_T — атомные номера налетающего ядра и ядра-мишени соответственно; $K = \pi r_0^2 Z_P^2 Z_T$. Параметр $x = Q/2m_e c^2$ численно равен энергии Q, выраженной в мегаэлектрон-вольтах. Формула (1) справедлива при $x \ll (M/m_e)^2$. Функция

$$F(x, A) = F_1(x, A) - \gamma^{-2} F_2(x, A) - \gamma^{-1} \cdot 1{,}1 \cdot 10^{-3} A^{-1} F_3(x, A), \quad (2)$$

где A — атомный вес ядра-снаряда, причем F_i ($i = 1, 2, 3$) приобретают зависимость от A за счет зависимости $G_E(A)$.

Цель настоящей работы — получить аналитические выражения для сечений и энергетических потерь, связанных с процессом образования δ-электронов, опираясь