СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Бахвалов Н. С., Панасенко Г. П. Осреднение процессов в периодических средах. М., 1984. [2] Ильюшин А. А., Победря Б. Е. Основы математической теории термовязкоупругости. М., 1970. [3] Победря Б. Е. Механика композиционных материалов. М., 1984. [4] Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М., 1972. [5] Ладыженская О. А. Краевые задачи математической физики. М., 1973.

Поступила в редакцию
13.06.88

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1989. Т. 30, № 4

УДК 539.123.17; 539.124.17

О САМОПОЛЯРИЗАЦИИ ЭЛЕКТРОНОВ, ДВИЖУЩИХСЯ В СПИРАЛЬНОМ МАГНИТНОМ ОНДУЛЯТОРЕ

В. Г. Багров, В. В. Белов, И. М. Тернов, А. Ю. Трифонов

(*кафедра теоретической физики*)

Изучено явление самополяризации электронного спина в процессе спонтанного излучения при движении электронов в спиральном магнитном ондуляторе. Показано, что количественные характеристики — степень поляризации и время релаксации — отличаются от аналогичных в синхротронном излучении.

Исследованию излучения электронов, движущихся в спиральном магнитном ондуляторе, посвящена обширная литература. Однако до сих пор не было проведено исследование возможности радиационной самополяризации электронов, движущихся в таком ондуляторе, аналогичной явлению, наблюдаемому в синхротронном излучении [1]. Здесь мы проводим такое исследование и показываем, что радиационная самополяризация должна иметь место, однако количественные характеристики явления отличаются от полученных в [1] для синхротронного излучения. Отметим, что основные свойства спонтанного излучения в рассматриваемом типе ондуляторов изучались в работах [2—8].

1. **Квазиклассические волновые функции электрона.** Рассмотрим электрон, движущийся в стационарном периодическом магнитном поле, определяемом векторным потенциалом

$$\mathbf{A}(z)=(A_1(z),\ A_2(z),\ 0),\quad \mathbf{A}(z+l)=\mathbf{A}(z), \tag{1}$$

где $A_i(z)$ — произвольные гладкие периодические (с периодом l) функции z. Вектор напряженности магнитного поля имеет вид (точкой обозначаем производную по z)

$$\mathbf{H}=(-\dot{A}_2(z),\ \dot{A}_1(z),\ 0). \tag{2}$$

Стационарные волновые функции электрона, являющиеся собственными для операторов:

$$\begin{gathered}\widehat{p}_1\psi=p_1\psi,\ \widehat{p}_2\psi=p_2\psi,\ (\Sigma\widehat{\mathbf{P}})\psi=\zeta\lambda\psi,\\ \widehat{\mathbf{p}}=-i\hbar\nabla,\ \widehat{\mathbf{P}}=\widehat{\mathbf{p}}-(e/c)\mathbf{A}(z),\ \zeta=\pm1,\end{gathered} \tag{3}$$

имеют вид

$$\Psi=N\exp\left(-\frac{i}{\hbar}Et+\frac{i}{\hbar}p_1x+\frac{i}{\hbar}p_2y\right)\varphi_{E,\mathbf{p}_\perp,\zeta}(z). \tag{4}$$

В формулах (3), (4) обозначено

$$\varphi_{E,\mathbf{p}_\perp,\zeta}(z)=\begin{pmatrix}1\\ \dfrac{\zeta c\lambda}{E+mc^2}\end{pmatrix}g(z,\hbar),\quad g=\begin{pmatrix}g_1\\ g_2\end{pmatrix},\quad \begin{aligned}&\lambda=(E^2c^{-2}-m^2c^2)^{1/2},\\ &\mathbf{p}_\perp=(p_1,\ p_2,\ 0).\end{aligned} \tag{5}$$

Двухкомпонентный спинор $g(z, \hbar)$ удовлетворяет уравнению

$$[(\sigma \mathbf{P}_{\perp}) + \sigma_3 \widehat{p}_3]\, g(z, \hbar) = \zeta\lambda g(z, \hbar),$$

$$\mathbf{P}_{\perp} = (P_1, P_2, 0), \quad P_k = p_k + (|e|/c)\, A_k(z), \quad k = 1, 2. \tag{6}$$

Из (6) легко найти

$$[(\widehat{p}_3 + \zeta\lambda)(P_1 - iP_2)^{-1}(\widehat{p}_3 - \zeta\lambda) + P_1 + iP_2]\, g_1(z, \hbar) = 0,$$

$$g_2(z, \hbar) = (P_1 - iP_2)^{-1}(\zeta\lambda - \widehat{p}_3)\, g_1(z, \hbar). \tag{7}$$

Решение системы (7) ищем в квазиклассическом приближении [9] при условии отсутствия точек поворота:

$$p^2(z) = \lambda^2 - \mathbf{P}_{\perp}^2 > 0. \tag{8}$$

В этом случае, полагая

$$g_1(z, \hbar) = (f_0 + \hbar f_1) \exp\left(\frac{i}{\hbar} S\right), \tag{9}$$

найдем

$$S = \int\limits_0^z p(z)\, dz,$$

$$f_0 = \exp \chi, \quad \chi = \int\limits_0^z dz \left[\frac{iP_2 - P_1}{2p(z)} \frac{d}{dz}\left(\frac{p(z) - \zeta\lambda}{P_1 - iP_2}\right)\right], \tag{10}$$

$$f_1 = i f_0 \int\limits_0^z dz \left[\frac{P_1 + iP_2}{2p(z)\, f_0} \frac{d}{dz}\left(\frac{\dot{f}_0}{P_1 - iP_2}\right)\right].$$

Функции (4) нормированы на единицу в кубе с ребром L, если нормировочный множитель имеет вид

$$N^2 = \frac{E + mc^2}{4c\lambda\, (2L)^3}. \tag{11}$$

2. **Поведение электронного спина в процессе спонтанного излучения.** Рассмотрим вероятность W переходов с переориентацией электронного спина в процессе спонтанного излучения. Будем предполагать, что мы знаем классическую траекторию электрона $r(t)$. После достаточно громоздких, но простых выкладок можно получить выражение

$$W = \frac{e^2}{8\pi c\hbar\beta^4\beta_{\parallel}^2}\left(\frac{mc^2}{E}\right)^2 \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^{\pi} \frac{\sin\theta d\theta}{1 - \beta_{\parallel}\cos\theta} \sum_{\nu=1}^{\infty} \omega_\nu \left(\frac{\hbar\omega_\nu}{E}\right)^2 [|(\mathbf{e}_\varphi \mathbf{B})|^2 +$$

$$+ |(\mathbf{e}_\theta \mathbf{B})|^2], \quad \omega_\nu = \frac{\beta_{\parallel}(\nu\omega_0 - \zeta\rho)}{1 - \beta_{\parallel}\cos\theta}, \tag{12}$$

$$\rho = \frac{c\lambda}{l} \int\limits_0^l \frac{\dot{P}_2 P_1 - \dot{P}_1 P_2}{p(z)\, P_{\perp}^2}\, dz, \quad \omega_0 = \frac{2\pi c}{l},$$

где $\mathbf{e}_\varphi$, $\mathbf{e}_\theta$ — единичные орты сферической системы координат, $c\beta_{\parallel}$ — скорость дрейфа вдоль оси z, $c\beta$ — модуль (постоянный) скорости электрона. С точностью до первой квантовой поправки имеем

$$\mathbf{B} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{\mathbf{R} \exp(i\xi)\, dt}{\sqrt{\beta^2 - \beta_3^2}}, \quad c\boldsymbol{\beta} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}, \quad c\boldsymbol{\beta}' = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2},$$

$$\mathbf{R} = \{i\beta\beta_2 - \zeta\beta_3\beta_2, \ -i\beta\beta_1 - \zeta\beta_3\beta_2, \ \zeta(\beta^2 - \beta_3^2)\}, \tag{13}$$

$$\xi = \omega_\nu \left[t - \frac{1}{c} (\mathbf{r}(t)\mathbf{n}) \right] - \zeta\beta \int_0^t \frac{\beta_2'\beta_1 - \beta_1'\beta_2}{\beta_3\sqrt{\beta^2 - \beta_3^2}}\, dt,$$

$$\mathbf{n} = (\sin\theta\cos\theta, \ \sin\theta\sin\varphi, \ \cos\theta), \quad T = l/c.$$

Отметим весьма любопытный факт. Частота излучения ω_ν, генерируемая при переходах с переориентацией спина, вообще говоря, зависит от начальной ориентации спина ζ, чего не наблюдается при синхротронном излучении.

Дальнейшие вычисления можно провести, задавая конкретные поля (2) и находя конкретный вид функций $\mathbf{r}(t)$.

Рассмотрим далее модель спирального ондулятора [10, 11], в котором движение осуществляется по винтовой линии:

$$\mathbf{r}(t) = c(\omega_0^{-1} \beta_\perp \cos\omega_0 t, \ \omega_0^{-1} \beta_\perp \sin\omega_0 t, \ \beta_\parallel t). \tag{14}$$

В этом случае вычисления удается произвести точно (детали вычислений можно найти в работе [12]). Наиболее простые выражения получаются в приосевом приближении, которое характеризуется условием $\beta_\perp^2 \ll \beta_\parallel^2$, справедливым в реальных спиральных ондуляторах. В этом приближении имеем

$$W = \frac{1}{2\tau}[1 - \zeta f(\beta)], \quad f(\beta) = \frac{5(1-\beta^2)}{5 - 2\beta^2 + 3\beta^4},$$
$$\tau = \frac{3\beta^4 f(\beta)}{\omega_0 \beta_\perp^2} \frac{\hbar c}{e^2} \left(\frac{mc^2}{\hbar\omega_0} \right)^2. \tag{15}$$

Функция $f(\beta)$ характеризует степень поляризации пучка, τ есть время релаксации. Функция $f(\beta)$ максимальна при $\beta = 0$, $f(0) = 1$, монотонно убывает до нуля с ростом β.

Нетрудно видеть, что в данном случае количественные характеристики самополяризации отличаются от соответствующих в теории синхротронного излучения [1], что лишний раз доказывает, что существенную роль в явлении самополяризации играет структура внешнего поля, а не только классическая траектория электрона.

Если оценивать время релаксации τ для лабораторно реализуемых спиральных ондуляторов ($E \sim 1$ с, $H \sim 10^4$ Гс), то такое время весьма велико и составляет 10^{10}—10^{12} с, так что эффект практически не наблюдаем. Однако при движении релятивистских электронных потоков в космических полях туманностей и звезд (а тем более в полях нейтронных звезд) возникновение преимущественной ориентации спина за счет рассмотренного здесь механизма вполне возможно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Соколов А. А., Тернов И. М.//ДАН СССР. 1963. 153. С. 1052. [2] Алферов Д. Ф., Башмаков Ю. А., Бессонов Е. Г.//Тр. ФИАН СССР. 1975. 80. С. 100. [3] Байер В. Н., Катков В. М., Страховенко В. М.// //ЖЭТФ. 1972. 63. С. 2121. [4] Павленко Ю. Г., Мусса А. Х.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1977. 18, № 2. С. 57. [5] Байер В. Н., Катков В. М., Страховенко В. М.//ЖЭТФ. 1981. 80. С. 1348. [6] Белов В. В., Холомай Б. В., Жуков-Хованский А. Д.//Изв. вузов. Физика. 1985. № 4. С. 50. [7] Багров В. Г., Белов В. В., Тернов И. М. и др. Деп. ВИНИТИ № 5622-84. М., 1984. [8] Багров В. Г., Белов В. В.//ТМФ. 1987. 70. С. 469. [9] Маслов В. П., Федорюк М. В. Квазиклассическое приближение для уравнений квантовой механики. М., 1976. [10] Соколов А. А., Тернов И. М. Релятивистский электрон. М., 1983. [11] Тернов И. М., Михайлин В. В. Синхротронное излучение. М., 1986. [12] Багров В. Г., Белов В. В., Трифонов А. Ю. Деп. ВИНИТИ № 751-В88. М., 1988.

Поступила в редакцию
21.10.88