ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1989. Т. 30, № 4

УДК 521.12

ЦЕНТРАЛЬНО-СИММЕТРИЧНЫЙ ГРАВИТАЦИОННЫЙ ИСТОЧНИК НА ФОНЕ ПОЛЯ НЕМЕТРИЧНОСТИ

А. Л. Михайлов

(*кафедра теоретической физики*)

Получена квазишварцшильдовская метрика для центрально-симметричного гравитационного источника на фоне поля неметричности. Найдено ограничение на величину неметричности в Солнечной системе по результатам анализа классических тестов для теорий гравитации.

В работе [1] в теории с неметричностью (без кручения), в пространстве-времени Вейля, было получено точное электровакуумное решение для центрально-симметричного источника. В этой работе неметричность связывается с электромагнитным полем и при его исчезновении она сводится к нулю. Цель настоящей заметки — найти приближенное решение для гравитационного поля центрально-симметричного источника, когда неметричность пространства можно рассматривать как некоторый небольшой по величине фон. При этом можно избежать необходимости связи поля неметричности с наличием у источника электрического заряда.

Уравнение гравитационного поля при пренебрежении тензором энергии-импульса поля неметричности имеет вид [2, 3]

$$R_{(\mu\nu)}=0. \tag{1}$$

Для центрально-симметричного гравитационного поля в сферической системе координат пространственно-временной интервал ds^2 имеет вид [4]

$$ds^2=e^{\nu(r,\,t)}dt^2-r^2d\Omega^2-e^{\lambda(r,\,t)}dr^2, \tag{2}$$

где $d\Omega^2=d\theta^2+\sin^2\theta d\varphi^2$ (будем пользоваться геометрической системой единиц, в которой $c=G=1$). Используем известные формулы для тензора Риччи $R_{\mu\nu}$ и связности $\Gamma^{\rho}{}_{\mu\nu}$ (которые выражаются через символы Кристоффеля и тензор неметричности $Q_{\mu\nu\rho}=-\nabla_\mu g_{\nu\rho}$ [3]). Будем считать, что структура $Q_{\mu\nu\rho}$ по последним двум индексам аналогична структуре $g_{\nu\rho}$ и неисчезающие компоненты связности $\Gamma^{\rho}{}_{\mu\nu}$ соответствуют риманову случаю центрально-симметричного гравитационного поля. В результате это эквивалентно тому, что в уравнение (1) входят лишь компоненты тензора неметричности Q_{000}, Q_{011}, Q_{100}, Q_{111}, Q_{233}, Q_{122} и Q_{133}.

Решение уравнения (1) представляет собой довольно сложную задачу. Поэтому ограничимся частным случаем, сохраняющим свойство $R_{33}=R_{22}\sin^2\theta$, характерное для поля Шварцшильда. Тогда ненулевыми из приведенного списка компонент $Q_{\mu\nu\rho}$ являются только последние две, причем

$$Q_{133}=Q_{122}\sin^2\theta\overset{\text{def}}{=\!=}-2x\sin^2\theta. \tag{3}$$

Уравнение (1) сводится при этом к следующей системе:

$$d\lambda/dr=(1+2dx/dr-e^{\lambda}+r^{-2}x^2)/(r+x), \tag{4}$$

$$d\nu/dr=-(1-e^{\lambda}-r^{-2}x^2)/(r+x), \tag{5}$$

$$d\lambda/dt=0,\ dx/dt=0. \tag{6}$$

До сих пор мы еще не фиксировали явный вид зависимости x от расстояния r. Для постоянного фона неметричности

$$dx/dr=0. \tag{7}$$

При этом на достаточном удалении от гравитирующего тела ($r\gg x$) из (4)—(6) следует соотношение $d\nu/dt=0$ и пространственно-временной интервал (2) принимает вид

$$ds^2=\left(1-\frac{r_g}{r+x}\right)dt^2-r^2d\Omega^2-\left(1-\frac{r_g}{r+x}\right)^{-1}dr^2, \tag{8}$$

где $r_g=2M$ — гравитационный радиус, а M — масса тела (мы использовали ньютоновский предел при $r \to \infty$). Таким образом, мы пришли к аналогу теоремы Биркгофа, которой соответствует квазишварцшильдовская метрика (8).

Проанализируем, к каким специфическим эффектам может приводить существование такого фона неметричности x, например, в Солнечной системе и какие ограничения необходимо наложить на ее допустимую величину. Кратко рассмотрим классические эффекты общей теории относительности: смещение перигелия планеты, гравитационное изменение длины волны света, отклонение луча света гравитационным полем и гравитационное запаздывание сигнала.

Расширяя гипотезу о римановых геодезических, естественно предположить, что движение свободной частицы и световых лучей будет происходить по геодезической рассматриваемого пространства-времени [5]

$$\frac{d^2x^\sigma}{ds^2} + \Gamma^\sigma_{\mu\nu}\frac{dx^\mu}{ds}\frac{dx^\nu}{ds} = 0. \tag{9}$$

Используя ранее вычисленные значения компонент связности $\Gamma^\sigma{}_{\mu\nu}$, с помощью стандартных несложных вычислений (см., напр., [6]) приходим к следующим результатам. Величина смещения перигелия орбиты оказывается равной

$$\delta\varphi = \frac{6\pi M}{a(1-e^2)}\left(1 - \frac{x}{3M}\right) = \delta\varphi_{\text{ОТО}}\left(1 - \frac{x}{3M}\right), \tag{10}$$

где $\delta\varphi_{\text{ОТО}}$ — эйнштейновское значение смещения перигелия. Для Меркурия наблюдаемое аномальное вековое смещение перигелия составляет $\Delta\varphi_{☿} = 43{,}11 \pm 0{,}45''$, которое, возможно, включает дополнительный вклад ($<4''$ в столетие), вызываемый квадрупольным моментом Солнца [7]. Можно записать $\Delta\varphi_{☿\,\text{эксп}} / \Delta\varphi_{☿\,\text{ОТО}} = 1{,}00 \pm 0{,}01$, откуда на величину неметричности x получаем следующее ограничение:

$$x \leqslant 4{,}5 \cdot 10^3 \text{ см}. \tag{11}$$

Из полученного результата видно, что наше предположение о малости x по сравнению с r вполне оправданно.

Нетрудно показать, что из уравнения распространения для света, получаемого из (9), следует, что влияние неметричности x на отклонение света гравитационным полем очень мало и по крайней мере в Солнечной системе практически не будет проявляться.

Гравитационное смещение длины волны сигнала из метрики (8) следует в виде

$$1+z = (\lambda + \delta\lambda)/\lambda \simeq 1 + M/(r+x). \tag{12}$$

Из результатов известного эксперимента по мёссбауэровскому испусканию γ-квантов (см. [7]) получаем следующее ограничение на величину неметричности: $x \leqslant 5 \cdot 10^7$ см. Для эксперимента с солнечным зондом, который планируется [7], точность измерения величины α в $z = (1+\alpha)\Delta U$, где ΔU — разница гравитационных потенциалов, будет повышена еще на 4 порядка. Это может дать оценку величины x, сравнимую с ограничением (11).

Кроме того, в нашем случае можно выписать также приближенные параметры Эддингтона—Робертсона [4, 7], а именно: $\alpha = \gamma = 1$, $\beta = 1 + x/M$. Величина гравитационной задержки сигнала зависит от параметра γ и не зависит от β (см., напр., [4]). Поэтому мы можем сделать вывод, что величина этой задержки будет совпадать с результатом ОТО.

Автор благодарен А. К. Арынгазину и В. Г. Кречету за проявленный интерес и обсуждение работы, участникам семинара Д. В. Гальцова за критические замечания по поводу первоначального варианта интерпретации полученных результатов. Особенно глубокую благодарность выражаю профессорам Н. В. Мицкевичу и В. Р. Халилову за большую помощь и поддержку в работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Кречет В. Г.//Изв. вузов. Физика. 1984. № 8. С. 50. [2] Пономарев В. Н., Барвинский А. С., Обухов Ю. Н. Геометродинамические методы и калибровочный подход к теории гравитационных взаимодействий. М., 1985. [3] Hehl F. W. et al.//Gen. Relat. and Grav. 1978. 9. P. 691; 1981. 13. P. 1037. [4] Вейнберг С. Гравитация и космология. М., 1975. [5] Норден А. П. Пространства аффинной связности. М., 1976. [6] Эддингтон А. С. Теория относительности. Л.; М., 1934. [7] Уилл К. Теория и эксперимент в гравитационной физике. М., 1985.

Поступила в редакцию
23.11.88