

Они покидают звезду за время $t_d \sim 1$ с. К моменту окончания нейтронизации $\rho \sim 10^{14}$ г/см³, $\rho_F^* < T \sim 10^{11}$ К и однонуклонные процессы сильно подавлены. В этом случае при линейной связи магнитного поля с плотностью $H = H_0 \rho / \rho_0$, $H_0 \ll 10^{18}$ Гс

$$v_H^{ep} \simeq +0,09 H_{0,16} \text{ км/с.}$$

Знак показывает направление скорости относительно магнитного поля, $H_{15} = H/10^{15}$ Гс. При разумных предположениях о величине поля величина v_H^{ep} оказывается слишком малой. В следующей статье будет показано, что значительно больший вклад в самоускорение звезды может вносить отдача от нейтринного излучения, испускаемого на стадии ее остывания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Чугай Н. Н. // Письма в Астрон. журн. 1984. 10. С. 210. [2] Лоскутов Ю. М. Препринт физ. фак. МГУ № 4/1984. М., 1984. [3] Лоскутов Ю. М. // Письма в ЖЭТФ. 1984. 39. С. 438; ДАН СССР. 1984. 275. С. 1396; ТМФ. 1985. 65. С. 141. [4] Дорофеев О. Ф., Родионов В. Н., Тернов И. М. // Письма в Астрон. журн. 1985. 11. С. 302. [5] Корнилов В. Г., Линунов В. М. // Астрон. журн. 1984. 61. С. 686. [6] Линунов В. М. // Астрон. журн. 1982. 59. С. 888. [7] Шапиро С. Л., Тьюколски С. А. Черные дыры, белые карлики и нейтронные звезды. Физика компактных объектов. М., 1985. [8] Дорофеев О. Ф. и др. Препринт физ. фак. МГУ № 7/1986. М., 1986. [9] Мигдал А. Б. Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. М., 1983. [10] Воскресенский Д. Н., Сенаторов А. В. // ЖЭТФ. 1986. 90. С. 1505.

Поступила в редакцию
03.06.88

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1989. Т. 30, № 5

УДК 530.145

ЭФФЕКТИВНЫЕ ПОТЕНЦИАЛЫ КВАРКОВ В НЕАБЕЛЕВЫХ ХРОМОМАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

А. С. Вшивцев, Б. В. Магницкий

(НИИЯФ)

Рассмотрено влияние химического потенциала на термодинамический потенциал равновесной системы кварков и антикварков в неабелевых хромомангнитных полях. Показано, что термодинамический потенциал является гладкой функцией температуры, поля и химического потенциала.

В данной работе рассмотрено влияние отличного от нуля химического потенциала μ на термодинамический потенциал Ω равновесной системы кварков и антикварков в неабелевых хромомангнитных полях. Интерес к такой постановке задачи связан с изучением температурных эффектов в калибровочных теориях с учетом свойств непертурбативного вакуума. Температурные эффекты в квантовой хромодинамике могут играть существенную роль при изучении свойств вещества, находящегося в экстремальных условиях высокой плотности и/или температуры. Так, например, в литературе рассматривается возможность образования кварк-глюонной плазмы в результате столкновения высокоэнергетических тяжелых ионов [1—3].

Используя технику мнимого времени [2], квантовополевой аналог термодинамического потенциала кварк-антикваркового газа можно

описывать температурной амплитудой вероятности перехода вакуум—вакуум

$$\exp(-\beta\Omega) = \int [dA_a^\mu] [d\bar{\varphi}] [d\varphi] \exp(-S_E), \quad (1)$$

где Ω — термодинамический потенциал, $\beta=1/T$ — обратная температура, A_a^μ , φ , $\bar{\varphi}$ — потенциалы калибровочного хромоманнитного, кваркового и антикваркового полей соответственно. Входящее в (1) евклидово действие S_E определяется выражением

$$S_E = \int_0^\beta d\tau \int d^3x \mathcal{L}(\varphi, A).$$

Функциональный интеграл (1) вычисляется в мнимом времени по периодически продолженным полям для бозонов и антипериодически — для фермионов:

$$A_a^\mu(0) = A_a^\mu(\beta), \quad \varphi(0) = -\varphi(\beta).$$

Процедура периодического или антипериодического продолжения бозонных и фермионных полей в мнимом времени описывается формальной заменой нулевой компоненты четырехимпульса p_0 на ω_n по правилу [3]

$$p_0 \rightarrow \omega_n = \begin{cases} i\omega n & \text{— бозоны,} \\ i\omega(n + 1/2) & \text{— фермионы,} \end{cases}$$

где $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$, $\omega=2\pi/\beta$ — мацубаровская частота. Так как мы рассматриваем равновесную систему из кварков и антикварков с ненулевым химическим потенциалом μ , то эта замена несколько усложняется [3]:

$$p_0 \rightarrow \omega_n + \mu.$$

Для простоты рассмотрим калибровочную группу $SU(2)$ и зададим постоянное и однородное хромоманнитное поле неабелевыми потенциалами A_a^μ :

$$A_1^\mu = (0, \sqrt{\lambda}, 0, 0), \quad A_2^\mu = (0, 0, \sqrt{\lambda}, 0), \quad A_3^\mu = 0,$$

где $\lambda = \text{const}$, которая может быть связана с глюонным конденсатом, присутствующим в вакууме [4]. При таком задании A_a^μ из общего выражения для тензора поля

$$F_a^{\mu\nu} = \partial^\mu A_a^\nu - \partial^\nu A_a^\mu + g\epsilon_{abc} A_b^\mu A_c^\nu$$

следует, что $F_3^{12} = H = g\lambda$, $F_3^{12} = -F_3^{21}$, а остальные компоненты тензора поля равны нулю. Такой выбор потенциалов описывает однородное и постоянное хромоманнитное поле, направленное вдоль третьей изотопической оси.

Вычисляя термодинамический потенциал кварк-антикваркового газа в таком хромоманнитном поле в однопетлевом приближении, т. е. в пренебрежении взаимодействием между частицами, иными словами, в приближении идеального газа, получим [5]

$$\Omega = \Omega(H) + \Omega(H, T, \mu) = \frac{1}{2(2\pi)^2} \int_0^\infty dp_\perp^2 \int_0^\infty \frac{ds}{s} \exp \left[-s \left(p_\perp^2 + m^2 + \frac{gH}{2} \right) \right] \times \\ \times \operatorname{ch} \left[s \sqrt{(gH/2)^2 + gHp_\perp^2} \right] \left[1 + 2 \sum_{n=1}^\infty (-1)^n \exp(-n^2\beta^2/4s) \operatorname{ch}(n\mu\beta) \right], \quad (2)$$

где m — масса кварка. В этом выражении учтен явный вид спектра частиц в поле напряженности H [6]. Для температурной части потенциала после взятия интеграла по dp_\perp^2 получаем выражение

$$\Omega(H, T, \mu) = -\frac{1}{(2\pi)^2} \sum_{n=1}^\infty (-1)^n \operatorname{ch}(\mu\beta n) \int_0^\infty \frac{ds}{s} \exp \left[-s \left(m^2 + \frac{gH}{2} \right) - \right. \\ \left. - \frac{n^2\beta^2}{4s} \right] \left[\operatorname{ch}(sgH/2) + \frac{1}{2} \exp(sgH/2) \sum_{k=1}^\infty (-1)^{k+1} \frac{(sgH)^k}{(k-1)!(2k-1)!} \right]. \quad (3)$$

Вычисляя в этом выражении интеграл по ds , получаем

$$\Omega(H, T, \mu) = -\frac{8m^2}{\pi^2\beta^2} (S_1 + S_2 + S_3),$$

где

$$S_1 = \sum_{n=1}^\infty \frac{(-1)^n}{n^2} \operatorname{ch} \left(n \frac{\mu}{m} \omega \right) K_2(n\omega),$$

$$S_2 = \left(1 + \frac{gH}{m^2} \right) \sum_{n=1}^\infty \frac{(-1)^n}{n^2} \operatorname{ch} \left(n \frac{\mu}{m} \omega \right) K_2 \left(n\omega \sqrt{1 + \frac{gH}{m^2}} \right),$$

$$S_3 = \sum_{k=1}^\infty \frac{(-1)^{k+1}}{(k-1)!(2k-1)!} \left(\frac{\beta gH}{2m} \right)^k \sum_{n=1}^\infty (-1)^n n^{k-2} \operatorname{ch} \left(n \frac{\mu}{m} \omega \right) K_{k-2}(n\omega),$$

где $\omega = m\beta$. Применим к выражениям для S_1 , S_2 и S_3 интегральное преобразование Меллина по параметру ω и вычислим получающиеся интегралы с помощью формулы [7]

$$\int_0^\infty x^{\alpha-1} \operatorname{ch}(bx) K_\nu(cx) dx = \frac{2^{\alpha-2}}{c^\alpha} \Gamma \left(\frac{\alpha+\nu}{2} \right) \Gamma \left(\frac{\alpha-\nu}{2} \right) {}_2F_1 \left(\frac{\alpha+\nu}{2}, \frac{\alpha-\nu}{2}; \frac{1}{2}, \frac{b^2}{c^2} \right).$$

Применяя далее обратное преобразование Меллина, получим для S_1 , S_2 и S_3 выражения через контурные интегралы, которые будем вычислять с помощью суммирования вычетов в полюсах соответствующих подынтегральных выражений. Описанная процедура дает возможность снять суммирование по индексу n . Этот метод позволяет получить высокотемпературное разложение Ω -потенциала, которое в общем случае справедливо при выполнении следующих ограничений: $(m\beta/\pi) < 1$, $(\mu/m) < 1$, $(gH/m^2) < 1$, необходимых для обеспечения сходимости степенных рядов по параметрам разложения.

Заметим, что процедура суммирования рядов специальных функций, предложенная в работе [8] (при $\mu=0$), некорректна ввиду ошиб-

ки, допущенной автором при аналитическом продолжении дзета-функции Римана и ее производной (см., напр., формулу (B. 5) в [8]).

Описанный метод суммирования позволяет получить ответ с любой наперед заданной точностью по степеням параметров $(m\beta)$, (μ/m) , (gH/m^2) . Приведем ответ с точностью до членов $(m\beta)^3$, $(\mu/m)^2$, $(gH/m^2)^3$. Тогда для S_1 , S_2 и S_3 получаем выражения

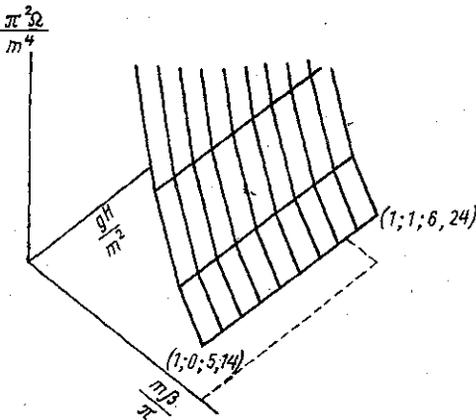
$$\begin{aligned}
 S_1 &= -\frac{7}{4} \frac{\pi^4}{45} (m\beta)^{-2} + \frac{\pi^2}{24} + \frac{(m\beta)^2}{16} \left(\ln \frac{m\beta}{\pi} - \frac{3}{4} + C \right) - \\
 &\quad - \frac{1}{4} \left(\frac{\mu}{m} \right)^2 \left[\frac{\pi^2}{3} - \frac{1}{2} (m\beta)^2 \right], \\
 S_2 &= \left(1 + \frac{gH}{m^2} \right) \frac{\pi^2}{24} + \left(1 + \frac{gH}{m^2} \right)^2 \frac{(m\beta)^2}{16} \left[\frac{1}{2} \ln \left(1 + \frac{gH}{m^2} \right) + \right. \\
 &\quad \left. + \ln \frac{m\beta}{\pi} - \frac{3}{4} + C \right] - \frac{1}{8} \left(\frac{\mu}{m} \right)^2 \left(1 + \frac{gH}{m^2} \right)^2 \frac{2\pi^2}{3} + \\
 &\quad + \frac{1}{8} \left(\frac{\mu}{m} \right)^2 \left(1 + \frac{gH}{m^2} \right)^3 (m\beta)^2, \\
 S_3 &= \frac{\beta gH}{2m} \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{\pi^2}{6} (m\beta)^{-1} + \frac{m\beta}{2} \left(\ln \frac{m\beta}{\pi} - \frac{1}{2} + C \right) - \frac{7\zeta(3)}{8(2\pi)^2} (m\beta)^3 \right] - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{4}{218} \left(\frac{\mu}{m} \right)^2 \left[m\beta - \frac{7\zeta(3)}{(2\pi)^2} (m\beta)^3 \right] \right\} + \\
 &\quad + \frac{1}{314} \left(\frac{\beta gH}{2m} \right)^2 \left[-2 \left(\ln \frac{m\beta}{\pi} + C \right) + \frac{7\zeta(3)}{(2\pi)^2} (m\beta)^2 + \frac{4}{21} \left(\frac{\mu}{m} \right)^2 \frac{7\zeta(3)}{(2\pi)^2} (m\beta)^2 \right] + \\
 &\quad + \frac{1}{514} \left(\frac{\beta gH}{2m} \right)^3 \left[\frac{7\zeta(3)}{(2\pi)^2} m\beta - \frac{4!3! \zeta(5)}{2^4 (2\pi)^4} (m\beta)^3 - 4 \left(\frac{\mu}{m} \right)^2 \frac{4!3! \zeta(5)}{2^4 (2\pi)^4} (m\beta)^3 \right].
 \end{aligned}$$

где $\zeta(n)$ — дзета-функция Римана, $C=0,577\dots$ — постоянная Эйлера. Ввиду довольно сложного явного аналитического выражения для Ω -потенциала, определяемого выражениями (2), (3), нами проведено численное исследование этой функции.

В результате построены поверхности Ω в зависимости от параметров $(m\beta/\pi) \in [0,1; 0,5]$, $(gH/m^2) \in [0; 1]$ для значений $(\mu/m) = 0; 0,25; 0,5; 0,75$. Указанные области значений аргументов соответствуют приближению высоких температур и слабого поля. Одна из рассчитанных поверхностей ($\mu/m=0,25$) показана на рисунке. Все рассчитанные поверхности подобны друг другу и поднимаются одна над другой по мере возрастания (μ/m) .

Из рисунка видно, что Ω -потенциал является гладкой функцией своих аргументов в

рассмотренной области их изменения, т. е. не имеет в этой области особенностей, из чего можно заключить, что в данной модели отсутствует фазовый переход кварк-антикварковая плазма—адроны. По-види-



тому, для построения модели, в которой существовал бы фазовый переход кварк-глюонная плазма—адроны, необходимо ввести межкварковое взаимодействие. Моделирование потенциала межкваркового взаимодействия, который учитывал бы зависимость от глюонного конденсата, температуры, химического потенциала и т. д., является весьма сложной задачей, не решенной в настоящее время. Несколько иной способ, позволяющий продемонстрировать наличие такого фазового перехода, основан на модели мешков и довольно подробно обсуждался в литературе [1].

Аналогичные вычисления были проделаны для симметрично выбранных неабелевых потенциалов A_a^μ :

$$A_1^\mu = (0, \sqrt{\lambda}, 0, 0), \quad A_2^\mu = (0, 0, \sqrt{\lambda}, 0), \quad A_3^\mu = (0, 0, 0, \sqrt{\lambda}).$$

Результаты расчетов также представляют собой систему подобных поверхностей, которые не имеют особенностей. Из этих результатов так же, как и в предыдущем случае, можно сделать вывод об отсутствии фазового перехода.

Авторы благодарят В. К. Перес-Фернандеса за помощь в проведении численных расчетов, а также В. Ч. Жуковского и А. В. Борисова за полезные обсуждения данной работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Горенштейн М. И., Зиновьев Г. М., Шелест В. П. // Адронная материя в экстремальных условиях. Киев, 1986. Ч. 1. [2] Bernard C. W. // Phys. Rev. D9. P. 3312; Dolan L., Jackiw R. // Ibid. P. 3320. [3] Kislinger M. B., Mogley P. D. // Phys. Rev. 1976. D13. P. 2765. [4] Вшивцев А. С., Татаринцев А. В. // Укр. физ. журн. 1988. 33. С. 165; Агаев Ш. С., Вшивцев А. С., Жуковский В. Ч. и др. Деп. ВИНТИ № 8022-84 от 17.12.84. М., 1984. [5] Багров В. Г., Вшивцев А. С., Перес-Фернандес В. К., Николаев А. В. Препринт Томского филиала СО АН СССР № 8. Томск, 1988. [6] Вшивцев А. С., Жуковский В. Ч., Мидодашвили П. Г., Татаринцев А. В. // Изв. вузов. Физика. 1986. № 5. С. 47. [7] Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И. Интегралы и ряды. Специальные функции. М., 1983. [8] Actor A. // Proc. 16th GIFT Int. Semin. Theor. Phys., Japa, June 3—8, 1985. Singapore, 1986.

Поступила в редакцию
23.06.88

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1989. Т. 30, № 5

УДК 533.9

ДВУМЕРНАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ ТОКА В КВАЗИНЕЙТРАЛЬНОЙ ПЛАЗМЕ С УЧЕТОМ СОБСТВЕННОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

А. А. Быков, В. Ю. Попов, А. Г. Свешников, С. А. Якунин

(кафедра математики)

Рассматривается двумерная самосогласованная нелинейная задача о течении тока в плазме с учетом собственного магнитного поля. Приводятся описание вычислительного алгоритма и результаты численного эксперимента, в котором получен эффект, отсутствующий в одномерной задаче.

В сильноточных ускорителях плазмы, где генерируется магнитное поле большой величины (см. [1]), а также в ускорительных системах, где плазма имеет высокую проводимость (см. [2]), собственное магнитное поле тока электронной компоненты может заметно влиять на