зонансного максимума в модели Мигдала — Ватсона. Изучалась та часть спектра, которая соответствует резонансу в подсистеме $(n+\alpha)$ с энергией $E_R = 1,0$ МэВ, Г = 0,6 МэВ. Как видно из рисунка, сдвиг положения максимума относительно положения, рассчитанного в рамках модели Мигдала — Ватсона (стрелка на рисунке), согласуется с нашими расчетами.

В заключение заметим, что предложенная здесь модель анализа влияния кулоновского поля на ядерные резонансы, образующиеся в ядерных реакциях, принципиально отличается от модели, предложенной в работе [11], где рассмотрен процесс, протекающий только под действием кулоновских сил и приводящий к образованию долгоживущих парных кулоновских резонансов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Мессиа А. Квантовая механика. М., 1978. Т. 2. [2] Сhandler С.//Nucl. Phys. 1981. А353. Р. 129. [3] Комаров В. В., Попова А. М., Шаблов В. Л. Вторичное квантование в теории рассеяния нескольких нерелятивистских частии. Курс лекийй. Ч. III. М., 1981. [4] Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Т. 4. Анализ операторов. М., 1982. [5] Lovelace C.//Proc. Int. Conf. «Strong Interactions and High Energy Physics». L., 1964. Р. 437. [6] Комаров В. В., Попова А. М., Шаблов В. Л.//ЭЧАЯ. 1985. 16, № 2. С. 407. [7] Nordsieck А.// //Phys. Rev. 1954. 93, N 4. P. 785. [8] Котагоv V. V., Ророvа А. М., Shablov V. L., Green A. М.//Mod. Phys. Lett. 1987. N 2. P. 81. [9] Вгипо М. et al.// //Phys. Rev. 1981. C24. P. 2751. [10] Dasgupta S. S. et al.//Phys. Rev. 1980. C22. P. 1815. [11] Кучиев М. Ю., Шейнерман С. А.//ЖЭТФ. 1986. 90, № 5. С. 1690.

Поступила в редакцию 17.06.88

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1989. Т. 30, № 5

РАДИОФИЗИКА

УДК 537.862

ЭЛЕКТРОНИКА ВОЛНОВОДА С ДИАФРАГМАМИ ПРИ НАЛИЧИИ В НЕМ ПЛАЗМЫ, ПРОНИЗЫВАЕМОЙ ЭЛЕКТРОННЫМ ПОТОКОМ

В. М. Лопухин, В. С. Никольский

(кафедра радиофизики СВЧ; кафедра общей физики для физического факультета)

Изучены волноводные свойства волновода, нагруженного диафрагмами, при наличии в нем электронной плазмы, которую пронизывает поток электронов. Проведен учет теплового движения электронов в плазме и потоке.

§ 1. Введение. Постановка задачи. Изучение взаимодействия электронных потоков с медленными электромагнитными волнами в вакуумных системах проводилось во многих работах (напр., [1—10]). В настоящей статье рассматривается задача о распространении электромагнитных волн в волноводе, нагруженном диафрагмами, при наличии в нем электронной плазмы, пронизываемой потоком электронов. При этом поток считается слаботочным, скорости его электронов — нерелятивистскими, а плазма — имеющей малую плотность. Поставленная нами задача не относится к релятивистской сильноточной плазменной СВЧэлектронике, изучению которой посвящено большое число исследований (в частности, [11—13]). Изучаемая замедляющая система представляет собой цилиндрический волновод радиуса b, нагруженный бесконечно тонкими диафрагмами с отверстиями радиуса a (рис. 1). Будем предполагать, что однородная неподвижная плазма и электронный поток, пронизывающий ее, заполняют все пространство взаимодействия (0 < r < a). Используем также следующие допущения: 1) система бесконечна в направлении оси z; 2) имеет место аксиальная симметрия ($\partial/\partial \phi = 0$); 3) поля в пространстве резонаторов (a < r < b) не зависят от координаты z; 4) в пространстве взаимодействия поле имеет вид бегущей волны с одним оп-

ределенным значением постоянной распространения β, что справедливо $l \ll \lambda$, $l \ll a$ (l — расстояние между соседними диафрагмами, λ — длина волны в волноводе); 5) конвекционный ток в электронном потоке направлен по оси z, так что $j = j_z$, $j_r = j_q = 0$, где j - плотность конвекционного тока; существует внешнее магнитное поле, направленное вдоль оси волновода и достаточно сильное, чтобы не учитывать поперечного расплывания электронного потока.

Методом совместного решения линеаризованной системы уравнений — кинетического уравнения для функции



Рис. 1

распределения электронов по скоростям и уравнений электромагнитного поля — находятся поля отдельно для пространства взаимодействия и резонаторов. При этом пренебрегаем столкновениями между частицами и движением положительных ионов и предполагаем, что объемные заряды электронов плазмы и потока скомпенсированы положительными зарядами ионов. Все переменные величины (поля, токи и т. д.) считаются пропорциональными $\exp\{i(\omega t - \beta z)\}$, где значение частоты колебаний ω фиксировано и вещественно, и находится β , которая в общем случае комплексна. Re β определяет фазовую скорость распространения волны в системе, а $\operatorname{Im} \beta > 0$ — усиление сигнала.

Приравнивая комплексные проводимости пространства взаимодействия и отдельного резонатора на границе раздела областей (r=a), находим дисперсионное уравнение, связывающее ω и β :

$$\frac{(1-A)^{1/2}}{\gamma a} \frac{I_1(\Gamma a)}{I_0(\Gamma a)} = \Psi(ka, kb),$$

....

$$\Psi(ka, kb) = \frac{1}{ka} \frac{J_1(ka) N_0(kb) - N_1(ka) J_0(kb)}{J_0(ka) N_0(kb) - N_0(ka) J_0(kb)};$$

 I_0, I_1 — модифицированные функции Бесселя нулевого и первого порядков; J_0, J_1 и N_0, N_1 — функции Бесселя и Неймана нулевого и первого порядков; $k = \omega/c$ — волновое число для свободного пространства; $\gamma = (\beta^2 - k^2)^{1/2}, \Gamma = \gamma (1 - A)^{1/2},$

$$A = -\frac{e^2}{m\epsilon_0\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{v \frac{\partial f_0}{\partial v} dv}{\omega - \beta v}$$

(где т и е — масса и заряд электрона, ε_0 — диэлектрическая постоян-

21

(2)

(1)

ная вакуума). Здесь $f_0(v) = f_p(v) + f_e(v)$, где $f_p(v)$ и $f_e(v)$ — стационарные функции распределения электронов по скоростям v в плазме и потоке соответственно. Для обычных условий газоразрядной плазмы fp(v) близка к максвелловской:

$$f_p(v) = \frac{N_p}{\sqrt{\pi} v_p} \exp\left\{-\frac{v^2}{v_p^2}\right\},\tag{3}$$

где $v_p = (2\bar{k}T_p/m)^{1/2}$, \tilde{k} — постоянная Больцмана; N_p и T_p — средняя концентрация и температура электронов плазмы.

В ряде работ (см., напр., [14]) принимается, что $f_e(v)$ имеет вид, близкий к распределению Максвелла со «смещением»:

$$f_e(v) = \frac{N_e}{\sqrt{\pi} c_e} \exp\left\{-\frac{(v-v_e)^2}{c_e^2}\right\},\tag{4}$$

где N_e и v_e — средняя концентрация и средняя скорость электронов иотока; $c_e = (2\tilde{\kappa}T_e/m)^{1/2}$; T_e — температура электронов, соответствующая максвелловскому распределению.

Дисперсионное уравнение (1) решаем методом возмущения полей «холодной» системы [5], отыскивая его корни, близкие к корням дисперсионного уравнения «холодной» системы [10]. Считаем средние плотности зарядов электронов плазмы ρ_p и потока ρ_e малыми, так что $A \ll 1$, а замедления фазовых скоростей v_ф — большими, т. е. β≫k, β₀≫k, где β₀ — постоянная распространения волны в «холодной» системе.

Полагая $\gamma a = \gamma_0 a + y$ (где $y \ll \gamma_0 a$; $\gamma_0 = (\beta_0^2 - k^2)^{1/2}$) и введя обозначение $x = y/(\beta_0 a)$, преобразуем (1) к следующему виду:

$$1/2) A (x + \Phi) - x = 0, (5)$$

где

$$\Phi = \frac{\Psi}{\beta_0 a G'(\beta_0 a)} = \frac{1}{\left[1/F(\beta_0 a) - F(\beta_0 a)\right]\beta_0 a - 2},$$

 $F(\beta_0 a) = \frac{I_1(\beta_0 a)}{I_0(\beta_0 a)}; \quad G(\gamma a) = \frac{F(\gamma a)}{\gamma a} - \Psi,$

G' (β₀a) — производная от G по y при γa=γ₀a=β₀a. § 2. Волновод, нагруженный диафрагмами, с плазмой, пронизываемой односкоростным электронным потоком. Допустим, что $f_e(v) =$ $=N_e\delta(v-v_e)$ (где $\delta(v)$ — дельта-функция), а $f_p(v)$ дается формулой (3). Используя (2), получим

$$A = \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left(1 + \frac{v_p^2}{\omega^2} \beta^2 \right) + \frac{\omega_e^2}{(\omega - \beta v_e)^2}, \tag{6}$$

где $\omega_p^2 = \frac{e\rho_p}{m\epsilon_0}; \quad \omega_e^2 = \frac{e\rho_e}{m\epsilon_0}.$ Тогда дисперсионное уравнение (1) примет вид

$$\frac{\Gamma_0}{\gamma_0 a} \frac{I_1(\Gamma_0 a)}{I_0(\Gamma_0 a)} = \Psi, \tag{7}$$

где $\Gamma_0 = \gamma_0 (1 - A)^{1/2}$ (А дается формулой (6)).

Далее, введя обозначения $x=1-\alpha$, $\alpha=\beta/\beta_0$, $\delta_p=\omega^2_p/\omega^2$, $\delta_e=\omega^2/\omega^2$, $\xi=\omega_e^2/\omega^2$, $\xi=v_e/v_0$, $\eta=v_p/v_0$ (v_0 — фазовая скорость волны в «холод-

ной» системе) и пренебрегая (при $\eta^{\simeq}10^{-2}$) членами $x^2\eta^2$, $x\eta^2$ по сравнению с единицей, из (5) и (6) найдем

$$\xi^{2} (1 - B) x^{3} - \xi [2d (1 - B) + B\xi \Phi] x^{2} + [d^{2} (1 - B) - 2Bd\xi \Phi - DJ] x - (Bd^{2} + DJ) \Phi = 0,$$
(8)

где $B = (\delta_p/2) (1 + \eta^2), D = e/(2m \varepsilon_0 \pi a^2 \omega^2 v_0); d = 1 + \xi, J$ — ток в потоке.

Рассмотрим конкретный пример решения уравнения (8), считая, что $\delta_{\rho} = 10^{-1}$, $\eta = 2 \cdot 10^{-2}$, $J = 10^{-1}$ А, a = 0.3 см, b = 1.23 см, $\lambda = 3$ см, $v_0 = 0.1$ с. Результаты решения уравнения (8) в виде зависимости $\alpha =$ = 1 + x от параметра $\xi = v_e/v_0$ при $\rho_p \neq 0$ представлены на рис. 2 (пунктирные кривые). На том же рисунке дана зависимость α от ξ при $\rho_p =$ = 0 для односкоростного потока ($J = 10^{-1}$ А), движущегося через волновод в отсутствие плазмы (сплошные кривые) [10].



Рис. 2

Рис. З

Из приведенных графиков можно сделать следующие выводы. 1. Существует область усиления ($\xi_1' < \xi < \xi_2'$), которая расширена и сдвинута в сторону бо́льших значений ξ по сравнению с тем случаем, когда в волноводе нет плазмы [10]. Наличие плазмы приводит к уменьшению максимального значения Im α , т. е: к падению усиления волны. 2. Im α достигает максимума при $\xi = 1,06$. Смещение max Im α объясняется тем, что поток электронов взаимодействует с волной, которая распространяется в присутствии плазмы с фазовой скоростью v_{ϕ} , большей v_0 . (Нетрудно показать, решая уравнение (5) для волновода с плазмой, но без потока, что с ростом ρ_p повышается отношение v_{ϕ}/v_0 ; для выбранных же значений параметров волновода и плазмы это отношение равно 1,06.)

Исследование корней уравнения (8) показало, что с увеличением ρ_p величина тах Im α уменьшается и смещается в сторону бо́льших значений ξ .

§ 3. Учет теплового движения электронов в потоке с помощью Побразной функции распределения. Теперь предположим, что поток дви-

23

жется со средней скоростью v_e в волноводе, заполненном плазмой, и имеет разброс по скоростям Δv . Тогда функцию распределения $f_e(v)$ можно представить в П-образной форме [8]:

$$f_e(v) = \frac{N_e}{\Delta v} \left\{ \int_{-\infty}^{v} \delta \left[v - v_e + \frac{\Delta v}{2} \right] dv - \int_{-\infty}^{v} \delta \left[v - v_e - \frac{\Delta v}{2} \right] dv \right\}.$$
(9)

Применяя (2) и (9), получим для Г₀:

$$\Gamma_0 = \gamma_0 \left[1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left(1 + \frac{v_p^2}{\omega^2} \beta^2 \right) - \frac{\omega_e^2}{(\omega - \beta v_e)^2 - \left(\beta \frac{\Delta v}{2} \right)^2} \right]^{1/2}.$$
 (10)

Дисперсионное уравнение в этом случае имеет вид (7), только Γ_0 дается формулой (10).

Сохраняя ход рассуждений, приближения и обозначения § 2, из (5) получим кубическое уравнение для определения *х*:

$$(\xi^{2} - \mu) (1 - B) x^{3} - [2 (1 - B) (d\xi - \mu) + B\Phi (\xi^{2} - \mu)] x^{2} + [(1 - B) (d^{2} - \mu) + 2B\Phi (d\xi - \mu) - DJ] x - B\Phi (d^{2} - \mu) - DJ\Phi = 0,$$
(11)

где $\mu = (\Delta v/2v_e)^2$ — квадрат относительного разброса по скоростям.

При µ=0 (односкоростной поток) уравнение (11) переходит в (8). Решим уравнение (11) для тех же конкретных параметров системы, плазмы и потока, которыми пользовались в § 2, а величину µ возьмем равной 10⁻⁴ при $J=10^{-1}$ А. Ход изменения α с ξ изображен на рис. 3 (штриховые кривые). Там же представлена зависимость α от ξ для µ=0 (сплошные кривые).

Сравнивая эти кривые, можно утверждать, что наличие теплового движения электронов в потоке приводит к следующим основным эффектам: а) максимальная величина усиления падает; б) область усиления ($\xi_1' < \xi < \xi_2'$) сужается, смещаясь в сторону бо́льших значений $\xi = v_e/v_0$. Аналогичные эффекты отмечались в работах [8—10].

§ 4. Учет теплового движения электронов в потоке в предположении максвелловского распределения электронов по скоростям. Пусть поток, пронизывающий плазму, помещенную в волновод с диафрагмами, имеет максвелловское распределение электронов по скоростям со «смещением» (см. формулу (4)). Тогда, учитывая (2) и (3) и считая, что ω/β — комплексная величина, с помощью теории вычетов найдем для вычета W относительно полюса $v = \omega/\beta$

$$W = i \cdot 2\sqrt{\pi} \frac{1}{\alpha^3} \left[\frac{\delta_p}{n_p^3} \exp\left\{ -\frac{1}{d^2 n_p^2} \right\} + \frac{\delta_e}{n_e^3} (1 - d\xi) \exp\left\{ -\frac{(1 - \alpha\xi)^2}{\alpha^2 n_e^2} \right\} \right],$$
(12)

где $n_p = v_p / v_0; n_e = c_e / v_0.$

Используя (5), (6) и (12), получим уравнение для $x = \alpha - 1$:

$$\frac{1}{2} \left[\delta_p \left(1 + \alpha^2 \eta^2 \right) + \delta_e \frac{1}{(1 - \alpha\xi)^2} + W \right] (x + \Phi) - x = 0.$$

Это уравнение решим методом последовательных приближений, полагая $\alpha = \alpha' + \alpha_{M}$, причем $|\alpha_{M}| \ll |\alpha'|$. Здесь $\alpha' = 1 + x'$ соответствует односкоростному потоку, где x' дается уравнением (8). Для первого приближения найдем

$$\alpha_{\rm M} = \frac{W}{2} \left(x' + \Phi \right) \frac{1}{1 - \left\{ Z \left(x' - \Phi \right) + x' / (x' + \Phi) + 0, 5 \left[K \left(x' + \Phi \right) + 1 \right] \right\}}, \quad (13)$$

rдe

$$Z = \delta_p^2 \eta^2 {\alpha'}^2 + \frac{2DJ}{(1-\alpha'\xi)^3}; \quad K = -\frac{3-2\alpha'\xi}{\alpha'(1-\alpha'\xi)} + \frac{2(1-\alpha'\xi)}{n_e^2 {\alpha'}^3}.$$

Пусть $\alpha_{M} = \tau + i\Delta$, где $\tau = \text{Re } \alpha_{M}$, $\Delta = \text{Im } \alpha_{M}$. Будем считать x' известным (при $\alpha_{M} = 0$ x' являются корнями уравнения (8)). Тогда по формулам (13) можно найти α_{M} .

Результаты решения (13) для конкретного случая ($\delta_p = 10^{-1}$, $n_p = 1.6 \cdot 10^{-2}$, $T_p \simeq 8800$ K, $v_0 = 0.1$ c, $n_e = 10^{-2}$, $T_e \simeq 1940$ K, $\eta = 2 \cdot 10^{-2}$, $J = 10^{-1}$ A, a = 0.3 см, b = 1.23 см, $\lambda = 3$ см) представлены в виде графиков на рис. 4, где изображены зависимости Im $\alpha = \text{Im } \alpha' + \Delta$ от ξ для. рассматриваемого случая (кривая 1),

а также аналогичные зависимости для П-функции распределения ($\mu = 10^{-4}$, что соответствует $T_e = 1940$ K) (кривая 2) и для односкоростного приближения (кривая 3 для $\mu = 0$).

Из хода этих кривых можно сделать следующие выводы. 1. Наличие в потоке электронов, скорости котораспределены по закону Максрых велла, приводит к тому, что: а) максимальная величина усиления падает; б) область усиления сужается и смещается в сторону больших значений $\xi = v_e / v_0.$ Подобные же результаты были получены в § 3 с помощью Пфункции распределения. 2. Максимум кривой І немного выше, чем максимум кривой 2, и первая кривая несколько смещена в сторону бо́льщих & относительно второй. 3. При одинаковых температурах электро-HOB в максвелловском И П-образном распределениях зависимости



Іт α от ξ , которые соответствуют двум методам учета тепловогодвижения электронов в потоке (кривые 1 и 2), мало отличаются друг от друга. Поэтому для решения задач, связанных с учетом теплового движения электронов потока, можно без большой погрешности пользоваться представлением распределения скоростей электронов в потоке в виде П-образной функции. Метод П-образной функции представляется нам более удобным в силу его простоты по сравнению с методом, основанным на применении максвелловского распределения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Pierce J.//Proc. Inst. Rad. Eng. 1947. 35. P. 111. [2] Chu L., Jackson D.//Ibid. 1948. 36. P. 859. [3] Лошаков Л. Н.//ЖТФ. 1949. 19. С. 578. [4] Лопухин В. М.//ЖТФ. 1951. 21. С. 516. [5] Fridman B.//J. Appl. Phys. 1951. 22. P. 443. [6] Parzen Ph., Goldstein L.//J. Appl. Phys. 1951. 22. P. 398. [7] Лопухин В. М., Васильев Е. И.//ЖТФ. 1952. 22. С. 1838. [8] Лопухин В. М., Никольский В. С.//ЖТФ. 1952. 22. С. 1599. [9] Васильев Е. И., Лопухин В. М., Никольский В. С.//Вести. Моск. ун-та. 1953. Физ.-мат. науки. № 5. С. 45. [10] Лопухин В. М., Никольский В. С.//ЖТФ. 1953. 23. С. 2205. [11] Богданкевич Л. С. Рабинович М. С., Рухадзе А. А.//Изв. вузов. Физика. 1979. № 10. С. 47. [12] Рухадзе А. А., Богданкевич Л. С. и др. Физика сильноточных релятивистских электронных пучков. М., 1980. [13] Кузелев М. В., Рухадзе А. А., Санадзе Г. В.//ЖЭТФ. 1985. 89, № 5(11). С. 1591. [14] Грановский В. Л. Электрический ток в газах. М., 1952.

Поступила в редакцию 08.06.88 После переработки 25.11.88

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1989. Т. 30, № 5

ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ

УДК 535.33

ВЛИЯНИЕ ДИСПЕРСИИ МАТРИЧНОГО ЭЛЕМЕНТА НА ОПТИЧЕСКИЕ Свойства широкощелевых диэлектриков

А. А. Кацнельсон, В. С. Степанюк, А. В. Козлов, В. В. Михайлин, О. В. Фарберович

(кафедра физики твердого тела)

Изучается роль дисперсии матричного элемента при проведении из первых принципов расчетов оптических характеристик диэлектриков. Показано, что учет дисперсии матричного элемента необходим для получения корректных данных об оптических свойствах широкощелевых диэлектриков.

В большинстве широкощелевых диэлектриков зона проводимости и валентная зона образуются за счет состояний различных атомов [1]. Это обстоятельство приводит к некоторым специфическим особенностям формирования оптических спектров. В случае межзонных переходов спектр мнимой части комплексной диэлектрической проницаемости (ε₂) рассчитывается по формуле [2]

$$\varepsilon_{2}(\omega) = (4\pi^{2}e^{2}/m^{2}\omega^{2})\sum_{\lambda,\lambda'}\int_{3.\mathrm{B}}\frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^{3}} |\mathbf{e}\mathbf{M}_{\lambda\lambda'}(\mathbf{k})|^{2} \delta(E_{\lambda'}(\mathbf{k})-E_{\lambda}(\mathbf{k})-\hbar\omega), \quad (1)$$

где ω — частота, e — заряд электрона, m — его масса, λ и λ' — индексы состояний валентной зоны и зоны проводимости соответственно, з. Б. обозначает зону Бриллюэна, k — волновой вектор, е — единичный вектор поляризации электромагнитной волны,

$$\mathbf{e}\mathbf{M}_{\lambda\lambda'}(k) = \langle \mathbf{k}\lambda | \mathbf{e}\mathbf{p} | \mathbf{k}\lambda' \rangle, \tag{2}$$

 $|\mathbf{k}\lambda\rangle$, $|\mathbf{k}\lambda'\rangle$ — состояния валентной зоны и зоны проводимости с энергиями $E_{\lambda}(\mathbf{k})$ и $E_{\lambda'}(\mathbf{k})$ соответственно, $\hat{\mathbf{p}}$ — оператор импульса, $\delta(x)$ — δ -функция Дирака, \hbar — постоянная Планка.

При расчетах оптических характеристик обычно используется приближение, в котором матричный элемент (2) считается постоянным, не зависящим от k. В этом приближении особенности спектра обусловлены только критическими точками Ван-Хова зонной структуры [3, 4]. Учет зависимости от k матричного элемента в (1) должен привести к модификации спектра. Исследования влияния матричного элемента на оптические свойства металлов при численных расчетах из первых прин-