КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 530.12

О ХИГГСОВСКОМ СВОЙСТВЕ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ

О. А. Захаров, Г. А. Сарданашвили

(кафедра теоретической физики)

В рамках калибровочной теории гравитации в формализме расслоений исследуется согласование геометрии калибровочных полей на спинорных расслоениях, описывающих фермионные поля, с пространственно-временной геометрией на касательном расслоении. Квантовые поля это согласование нарушают.

Благодаря калибровочной теории (в формализме расслоений (РС)) все более проясняется хиггсовская природа гравитации [1, 2], в основе которой лежит согласованность калибровочной геометрии на спинорных РС, имеющих структурную группу Лоренца $L=SO(3, 1)$ и описывающих фермионные поля, с геометрией на касательном РС над ориентированным многообразием пространства-времени X^4, структурной группой которого является $GL^+(4, R)$. Квантовые поля это согласование нарушают.

В формализме РС материальные поля φ описываются глобальными сечениями векторного РС $\lambda=(\mathrm{tl}\,\lambda, \pi, X, V, G, \Psi_\lambda)$ с тотальным пространством $\mathrm{tl}\,\lambda$, паракомпактной базой X, проекцией $\pi:\mathrm{tl}\,\lambda\to X$, типичным слоем V, структурной группой G и атласом $\Psi_\lambda=\{U_i, \psi_{\lambda i}\}$, в котором поле φ задается семейством V-значных функций $\{\varphi_i(x)=\psi_{\lambda i}(x)\varphi(x), x\in U_i\}$. Поле φ определяется также V-значной функцией f на $P=\mathrm{tl}\,\Lambda$ — тотальном пространстве ассоциированного с λ главного РС Λ: $\varphi(\pi(p))=[p]f(p)$, $f(pg)=g^{-1}f(p)$, $p\in P$, $g\in G$, где $[p]$ — ограничение на $\{p\}\times V$ канонической проекции $P\times V\to\mathrm{tl}\,\lambda$. Атласы Ψ_λ и $\Psi=\{U_i, \psi_i\}$ РС Λ считаются ассоциированными, если они определяются одним набором $\{z_i\}$ локальных сечений Λ, т. е. $\Psi_\lambda=\{U_i, \psi_{\lambda i}(x)=[z_i(x)]^{-1}\}$, $z_i(\pi(p))=p\psi_i^{-1}(p)$. В частности, $\varphi_i(x)=f(z_i(x))$. Калибровочные поля отождествляются с коэффициентами локальной 1-формы связности $A_i=z_i{}^*A$, где A — форма связности на главном РС Λ.

Дираковские фермионные поля φ описываются сечениями спинорного расслоения λ со структурной группой Лоренца L и лоренцевской связностью A_i, и на них определен оператор Дирака $L_D=h_a{}^\mu\gamma^a D_\mu-m$. Величины $h_a{}^\mu\gamma^a$ в L_D показывают, что атлас Ψ_λ РС λ должен быть ассоциирован с некоторым атласом Ψ_T касательного РС TX. Для этого потребуем, чтобы спинорное РС λ было ассоциировано, как с главным, с некоторым редуцированным подрасслоением Λ_h главного РС Λ, ассоциированного с TX. Структурной группой Λ_h является группа Лоренца, а это означает, что структурная группа TX тоже редуцирована к L и существуют атласы Ψ^h РС Λ и $\Psi_T{}^h$ РС TX с лоренцевскими функциями перехода, определяемые сечениями $\{z_i{}^h\}$ со значениями в $\mathrm{tl}\,\Lambda_h\subset P$. Связность A_i на λ задает связность A на Λ_h, которая может быть продолжена до связностей Γ_A на Λ и Γ_{Ai} на TX, группа голономии которых принадлежит L. Причем в атласе $\Psi_T{}^h$ форма $\Gamma_{Ai}=(z_i{}^h)^*\Gamma_A=(z_i{}^h)^*A$ принимает значения в алгебре Ли группы L. Обратно, если на Λ есть связность Γ, она должна быть редуцирована к связности на Λ_h, при этом Γ_{Ai} и Γ_i могут отличаться кручением.

В теории гравитации возможность согласования спинорной и пространственно-временной геометрий обеспечивается принципом эквивалентности, который выделяет группу Лоренца как точную подгруппу пространственно-временных симметрий. Он требует существования лоренцевских инвариантов и их сохранения при параллельном переносе в некоторой системе отсчета, что означает редукцию структурной группы касательного РС TX и группы голономии связности на TX к группе Лоренца.

Имеется биекция множества редуцированных лоренцевских подрасслоений Λ_h на множество глобальных сечений h ассоциированного с Λ РС на фактор-пространства $\Sigma=GL^+(4, R)/L$. При этом связность Γ на Λ редуцируема к связности Λ_h, только если h параллельно самому себе относительно Γ. Это определяет подрасслоение Λ_h, с которым может быть ассоциировано данное расслоение λ со связностью A_i, и поле h. Поле h — это тетрадное поле, описывающее, как принято считать, гравитацию (включая плоский случай, когда существует голономный атлас Ψ^h). В произвольном атласе оно представимо семейством тетрадных функций $h_i(x)=\psi_i(x)z_i{}^h(x)=[z_i(x)]^{-1}[z_i{}^h(x)]$, $x\in U_i$, с точностью до умножения справа на элементы калибровочных групп Лоренца $L(U_i)$. Функции h_i можно отождествить с калибровочными преобразованиями между атласами $\Psi_T{}^h=\{U_i, \Psi^h{}_{Ti}(x)=[z_i{}^h(x)]^{-1}\}$ и $\Psi_T=\{U_i, \psi_{Ti}(x)=[z_i(x)]^{-1}=h_i(x)\psi_{Ti}{}^h(x)\}$ РС TX, и в этом качестве они входят в выражение для оператора Дирака L_D.

Таким образом, РС λ, ассоциированное с Λ_h, описывает фермионные поля в тетрадном гравитационном поле h. Полям φ и φ' в разных полях h и h' отвечают РС λ и λ', ассоциированные с разными подрасслоениями Λ_h и $\Lambda_{h'}$ РС Λ. В частности, их полевые функции $\varphi_i=\psi^h_{\lambda i}\varphi$ и $\varphi'_i=\psi^{h'}_{\lambda i}\varphi$, как и оператор Дирака на них, всегда записаны в разных системах отсчета, так как не существует лоренцевских калибровочных преобразований перехода между атласами Ψ^h_T и $\Psi^{h'}_T$. Поэтому фермионные поля следует всегда рассматривать только в комплексе с тетрадными полями. Опишем такой комплекс (φ, h).

Пространство $P=\mathrm{tl}\,\Lambda$ может быть представлено как тотальное пространство главного РС Λ_L со структурной группой Лоренца и базой P/L. Пусть $\lambda_L=(V, L, P/L)$ — РС, ассоциированное с Λ_L. Тогда для любого h РС λ является подрасслоением λ_L над $\mathrm{tl}\,\Lambda_h/L\subset P/L$ и всякое сечение φ_L РС λ_L определяет сечение λ. Обратно, можно показать, что сечения λ всегда могут быть продолжены (неоднозначно) до сечений λ_L, которые, таким образом, описывают комплекс (φ, h). Они являются функциями не только координат x, но и элементов пространства Σ. Однако последней зависимостью можно пренебречь. Выберем атласы

$$\Psi_L=\{U_{Li}, \ \psi_{\lambda_{Li}}(q)=[z_{Li}(q)]^{-1}, \ q\in U_{Li}\subset P/L\}\ \text{РС}\,\lambda_L \ \text{и}\ \Psi=\{U_i, \psi_i\}\ \text{РС}\,\Lambda$$

и запишем в них полевые функции

$$\varphi_{Li}(q)=f(z_{Li}(q))=f(\psi_i^{-1}g_i(q))=f'(g_i(q)), \quad q\in U_{Li}, \ \pi(q)\in U_i,$$

где $g_i(q)$ — элемент смежного класса $\psi_{\Sigma i}q\in\Sigma$. Имеет место свойство

$$f'(g_i(q)k)=f(z_{Li}(q)k)=k^{-1}f(g_i(q)), \ k\in L,$$

и функции $\varphi_{Li}(q)$ реализуют индуцированное представление

$$g_0:\varphi_{Li}(q)=f'(g_i(q))\to f'(g_0^{-1}g_i(q))=f'(g_i(q')k)=k^{-1}\varphi_{Li}(q'),$$

$$k=g_i^{-1}(q')g_0^{-1}g_i(q)\in L, \ \psi_{\Sigma i}q'=g_0^{-1}\psi_{\Sigma i}q, \ q, q'\in U_{Li},$$

группы $GL^+(4, R)$. Отсюда следует, что всякое изменение гравитационного поля $h\to h'=g_0^{-1}h$ порождает преобразование фермионных полей

$$\varphi_i(x)=\varphi_{Li}(h)\to k^{-1}\varphi'_i(x)=k^{-1}\varphi_{Li}(h'), \ k\in L.$$

Но мы можем пренебречь фактором k^{-1} в этом выражении в силу калибровочной эквивалентности $k^{-1}\varphi_i'$ и φ_i', заменив его, например, на $\varphi_i\to\varphi_i'=\varphi_i$. Но из последнего не следует, что $\varphi'=\varphi$, поскольку функции φ_i и φ_i' даны в разных системах отсчета, так как атласы $\Psi^h=\Psi_L|_{\mathrm{tl}\,\Lambda_h}$ и $\Psi^{h'}=\Psi_L|_{\mathrm{tl}\,\Lambda_{h'}}$ РС Λ_h и $\Lambda_{h'}$ не могут быть расширены до одного и того же атласа РС Λ. Некомпенсируемые преобразования спинорных атласов при изменениях гравитационного поля делают невозможным его квантование в присутствии фермионной материи.

В квантовой теории поля хронологические средние квазисвободных фермионных полей (в том числе в хиггсовском вакууме), образующих векторное топологическое пространство Φ, определяются формой F на коммутативной Z_2-градуированной тензорной алгебре пространства Φ с гауссовой производящей функцией, матрица ковариации которой задается функцией Грина некоторого дифференциального оператора на Φ, в данном случае L_D. Но фермионные поля в разных гравитационных полях не образуют векторного пространства, они даны в разных атласах, и операторы Дирака для них различны. Поэтому их можно квантовать, только фиксировав поле h. Причем для разных h и h' формы F и F' неэквивалентны и описывают разные хиггсовские вакуумы [3]. Кроме того, хотя конечный набор частиц в классическом хиггсовском поле можно описать как взаимодействие свободных частиц с некоторым квантовым полем, для фермионов в гравитационном поле это не так. Оператор Дирака определен только при $h_i\neq 0$, т. е. всегда должен быть классический фон h', и поле φ в h нельзя представить как поле φ' в h', дополнительно взаимодействующее с девиациями σ ($h=h'\sigma$), так как φ и φ' всегда даны в разных атласах. Но можно предположить, что φ и φ' заданы в одном атласе $\Psi^{h'}$, поле h уже не является тетрадным и σ не есть девиация гравитационного поля, а совпадает с известной по калибровочной теории группы Пуанкаре припаивающей формой, что позволяет квантовать σ, используя лагранжианы этой теории.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Иваненко Д. Д., Пронин П. И., Сарданашвили Г. А. Калибровочная теория гравитации. М., 1985. [2] Ivanenko D., Sardanashvily G.// //Pramana J. Phys. 1987. **29**. P. 21. [3] Sardanashvily G., Ichlov B.//Acta Phys. Hung. 1989. **65**, N 1. P. 79.

Поступила в редакцию
21.02.89

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1989. Т. 30, № 5

УДК 539.1.01

ОБ ОДНОМ ЭФФЕКТЕ В ЗАДАЧЕ О РАСШИРЯЮЩЕЙСЯ ОБОЛОЧКЕ В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

А. А. Власов

(кафедра квантовой теории и физики высоких энергий)

Отсутствие теоремы Биркгоффа в РТГ приводит к новым гравитационным эффектам, что, в частности, показано на примере задачи о радиально движущейся оболочке в линейном приближении теории.

Уравнения релятивистской теории гравитации (РТГ) (см., напр., [1]) имеют вид

$$S^{ik}=8\pi\,(T^{ik}-g^{ik}T/2). \qquad (1)$$

Здесь $S^{ik}\equiv R^{ik}-\mu^2(g^{ik}-g^{ip}g^{kq}\gamma_{pq})/2$ и

$$D_i\,(\sqrt{-g}\,g^{ik})=0, \qquad (2)$$

где μ — масса гравитона, в единицах $G=c=\hbar=1$ меньшая, чем 10^{-28} см$^{-1}$, g_{ik} — метрика эффективного риманова пространства с тензором кривизны R^{ik}, γ_{ik} — метрика базового пространства — пространства Минковского, D_i — ковариантная по γ_{ik} производная. Уравнения (2) являются необходимым условием для выполнения уравнений движения вещества $\nabla_i T^{ij}=0$ (∇_i — ковариантная по g_{ij} производная). Как следует из (1)—(2), РТГ является общековариантной теорией, содержит явно метрику плоского пространства γ_{ik}, хотя и не обладает калибровочным произволом, если под последним понимать произвол в выборе метрики γ_{ik} для заданной метрики g_{ik} (или произвол в нахождении g_{ik} при фиксированной γ_{ik}). В РТГ гравитационные явления описываются с помощью тензорного поля второго ранга — $\Psi^{ik}\equiv\sqrt{g/\gamma}\,g^{ik}-\gamma^{ik}$, действующего в базовом пространстве-времени с метрикой γ_{ik}. Эффективное пространство g_{ik} при этом играет вторую роль; g_{ik} позволяет компактно представить нелинейные уравнения для поля Ψ_{ik}(1). Система координат в РТГ, как и в другой любой теории поля в плоском пространстве, задается изначально (до решения конкретной физической задачи) соответствующим выбором метрики γ_{ik} и заданием областей изменения координат. Тогда физическая интерпретация получаемых в РТГ решений вполне однозначна и ясна. Кроме того, инвариантными характеристиками гравитационного поля могут служить следующие инварианты: $R_{ijpq}\gamma^{ip}\gamma^{jq}$, $g_{ij}\gamma^{ij}$, g/γ и т. п. В данной заметке мы приведем решение уравнений (1)—(2) при $\mu=0$ в линейном приближении ($|\gamma_{ij}|\gg|\Psi_{ij}|$) для радиально движущейся массивной дельтообразной оболочки и на примере пробного тела покажем, к каким эффектам это решение ведет.

Линейное приближение уравнений (1)—(2) очевидно ($\mu=0$):

$$\Box\,\Psi_{ij}=-16\pi T_{ij}\quad(\Box\equiv\gamma^{pq}D_pD_q), \qquad (3)$$

$$D_i\Psi^{ij}=0\quad(D_iT^{ij}=0). \qquad (4)$$