

поле, если выравнивающие поляризацию релаксационные процессы будут протекать достаточно медленно [8].

Однако полученные результаты позволяют предположить, что изучение процесса ускорения пульсаров за счет отдачи от нейтринного излучения будет полезно как для проверки правильности описания ранней стадии эволюции нейтронной звезды, так и для понимания особенностей взаимодействия нуклонов в нейтронном веществе. Наконец, рассмотренные эффекты интересны и сами по себе как необычайно редкий пример проявления в астрономических масштабах особенностей структуры сразу всех типов микроскопических взаимодействий — в их создании участвуют электромагнитное, слабое и сильное взаимодействия.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Лоскутов Ю. М., Парфенов К. В. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1989. 30, № 5. С. 3. [2] Воскресенский Д. Н., Сенаторов А. В. // ЖЭТФ. 1986. 90. С. 1505. [3] Friman V. L., Maxwell O. V. // Astroph. J. 1979. 232. P. 541. [4] Мигдал А. Б. Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. М., 1983. [5] Tsuruta S. // Phys. Rep. 1979. 56. P. 239. [6] Trimble V. // Rev. Mod. Phys. 1982. 54. P. 1183; 1983. 55. P. 511. [7] Корнилов В. Г., Липунов В. М. // Астрон. журн. 1984. 61. С. 686. [8] Захарцов В. М., Лоскутов Ю. М. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1985. 26, № 2. С. 24.

Поступила в редакцию  
03.06.88

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1989. Т. 30, № 6

УДК 517.9:538.5

#### АНАЛИЗ ЯВЛЕНИЯ РЕЗОНАНСНОГО ПОГЛОЩЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН МЕТОДОМ ДИСКРЕТНЫХ ИСТОЧНИКОВ

Ю. А. Еремин, А. Г. Свешников

(кафедра математики)

Рассматривается вопрос создания теоретических основ дозиметрии электромагнитных излучений. На основе реализации метода дискретных источников исследуются эффекты резонансного поглощения электромагнитных волн биологическими рассеивателями.

Повсеместное внедрение электромагнитных устройств, таких, как телевизоры, видеотехника, персональные компьютеры, бытовые СВЧ-печи и др., в повседневную жизнь современного общества привлекает внимание к той возможной опасности, которой подвергается человеческий организм, находящийся в поле электромагнитного излучения. Во многих странах проводятся интенсивные исследования, связанные с анализом влияния электромагнитного излучения на живые организмы [1—2]. Поскольку проведение подобных исследований на человеческом организме заранее исключается, то значительно возрастает роль теоретических исследований с применением современных средств математического моделирования.

Первоочередной задачей при исследовании математических моделей биологических рассеивателей является разработка теоретических основ дозиметрии электромагнитных излучений, где понятие «доза» является гораздо более сложным, чем в случае ионизирующих излучений [2], так как электромагнитные излучения различной длины волны и поляризации по-разному взаимодействуют с биологическими тканями.

ми. Поскольку биологическое воздействие оказывает только поглощенная энергия, то весьма актуальна разработка методов оценки величин поглощенной электромагнитной энергии тканями живого организма.

Перейдем к исследованию явления резонансного поглощения электромагнитных волн биологическими объектами на основе математического моделирования с использованием метода дискретных источников (МДИ) [3]. В качестве математической модели рассмотрим задачу дифракции внешнего электромагнитного поля  $\{\mathbf{E}^0; \mathbf{H}^0\}$  на однородном диэлектрическом теле  $D_i$  с поверхностью  $\partial D$ :

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{E}_{e,i} &= i\omega \mu_{e,i} \mathbf{H}_{e,i}; \quad \operatorname{rot} \mathbf{H}_{e,i} = -i\omega \varepsilon_{e,i} \mathbf{E}_{e,i} \quad \text{в областях } D_{e,i}, \\ \left[ \mathbf{v}, \begin{matrix} \mathbf{E}_i - \mathbf{E}_e \\ \mathbf{H}_i - \mathbf{H}_e \end{matrix} \right] &= \left[ \mathbf{v}, \begin{matrix} \mathbf{E}^0 \\ \mathbf{H}^0 \end{matrix} \right] \quad \text{на } \partial D, \\ \left[ \sqrt{\varepsilon_e} \mathbf{E}_e; \sqrt{\mu_e} \mathbf{H}_e \right], \quad r/r &+ \left[ \sqrt{\mu_e} \mathbf{H}_e; -\sqrt{\varepsilon_e} \mathbf{E}_e \right] = o(r^{-1}), \quad r \rightarrow \infty, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $D_e = \mathbf{R}^3 \setminus \bar{D}_i$ ,  $\varepsilon_{e,i}$ ,  $\mu_{e,i}$  — диэлектрическая и магнитная проницаемости в областях  $D_{e,i}$ ,  $\mathbf{v}$  — нормаль к поверхности  $\partial D$ , квадратными скобками обозначено векторное произведение. В случае  $\operatorname{Im} \varepsilon_i, \mu_i \geq 0$  существует единственное решение задачи (1) [4]. Предположим, что  $\partial D$  — поверхность вращения, а  $\{\mathbf{E}^0; \mathbf{H}^0\}$  — поле линейно поляризованной плоской волны:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^0 &= \left\{ \begin{matrix} \cos \gamma \mathbf{e}_x - \sin \gamma \mathbf{e}_z \\ -\mathbf{e}_y \end{matrix} \right\} \exp \{-ik_e(\rho \cos \varphi \sin \gamma + z \cos \gamma)\}, \\ \mathbf{H}^0 & \end{aligned} \quad (2)$$

падающей под углом  $\pi - \gamma$  к оси  $Oz$ . В этом случае приближенное решение задачи (1) может быть представлено в виде [3]

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{e,i}^N &= \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^N \left\{ \begin{matrix} p_{nm}^{e,i} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \\ -i\omega \varepsilon_{e,i} \operatorname{rot} \end{matrix} \left[ Y_{nm}^{e,i} \cos m\varphi \mathbf{e}_x \right] + \right. \\ &+ q_{nm}^{e,i} \frac{i\omega \mu_{e,i} \operatorname{rot}}{\operatorname{rot} \operatorname{rot}} \left[ Y_{nm}^{e,i} \cos m\varphi \mathbf{e}_y \right] \left. + \sum_{n=1}^N r_n^{e,i} \frac{\operatorname{rot} \operatorname{rot}}{-i\omega \varepsilon_{e,i} \operatorname{rot}} \left[ Y_{n0}^{e,i} \mathbf{e}_z \right], \right. \end{aligned} \quad (3)$$

где  $Y_{nm}^e = h_m^{(1)}(k_e R_{\eta z_n}) P_m^n(\cos \theta_{z_n})$ ;  $Y_{nm}^i = j_m(k_i R_{\eta z_n}) P_m^n(\cos \theta_{z_n})$ ,  $k_{e,i}^2 = \omega^2 \varepsilon_{e,i} \mu_{e,i}$ ;  $h_m$ ,  $j_m$  — сферические функции Ханкеля и Бесселя соответственно;  $R_{\eta z_n}^2 = \rho^2 + (z - z_n)^2$ ,  $\theta_{z_n}$  — угол в сферической системе координат, под которым видна точка  $\eta = (\rho, z)$  из начала координат в точке  $z_n$ ,  $\sin \theta_{z_n} = \rho / R_{\eta z_n}$ ;  $P_m^n(\cos \theta) = (2m - 1)!! \sin^m \theta$ ;  $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$  — базис декартовой системы координат. Представление (3) удовлетворяет системе уравнений Максвелла в областях  $D_{e,i}$  и условиям излучения на бесконечности (1), а определение амплитуд дискретных источников  $p_{nm}^{e,i}$ ,  $q_{nm}^{e,i}$ ,  $r_n^{e,i}$  производится посредством удовлетворения граничному условию на  $\partial D$  (1).

Основную сложность при анализе математических моделей биологических рассеивателей представляют большие значения относительной диэлектрической проницаемости биологических тканей [5], которые обладают сильной частотной дисперсией (таблица). Эти обстоятельства делают затруднительным использование интегральных уравнений [6] для исследования биологических рассеивателей. В то же время использование МДИ позволяет проводить эффективный анализ подобных рассеивателей, так как приближенное решение (3) строится

на основе линейной комбинации элементарных функций. Разлагая плоскую волну в ряд

$$\exp\{-ik_e \rho \sin \gamma \cos \varphi\} = \sum_{m=0}^{\infty} (2 - \delta_{0m}) (-i)^m J_m(k_e \rho \sin \gamma) \cos m\varphi, \quad (4)$$

удовлетворяя граничному условию на поверхности рассеивателя и используя симметрию вращения, удается получить рекуррентную систему линейных алгебраических уравнений для определения неизвестных амплитуд дискретных источников [3]. При рассмотрении каждой отдельной гармоники Фурье по  $\varphi$  система линейных уравнений получается с применением метода коллокаций, т. е. поточечным сшиванием гармоник Фурье для полей на образующей поверхности вращения. Простота конструкции приближенного решения (3) позволяет апостериорно оценивать точность полученного приближенного решения посредством вычисления невязки поля на поверхности  $\partial D$  в сеточных нормах  $L_2$  и  $C$ . Таким образом, получение устойчивых контролируемых результатов в рамках численной реализации МДИ позволяет вычислять энергетические характеристики рассеяния в диапазоне длин волн при различных углах падения плоской волны.

$\lambda$ , см	Re $\varepsilon/\varepsilon_e$	Im $\varepsilon/\varepsilon_e$
300	71,0	173,9
150	55,9	115,6
100	54,1	82,2
75	52,8	64,5
60	52,1	53,7
50	51,6	46,3
43	51,2	40,9
38	50,9	36,7
33	50,6	33,3
30	50,4	31,1
15	48,8	20,0
10	47,9	15,5
6	46,9	11,2
5	46,5	10,0
3	45,4	7,3

Исследуем поведение полного сечения поглощения  $\sigma_{\Pi}$  в диапазоне длин волн  $\lambda$  для углов падения  $\gamma=0, \pi/2$ . Для этого достаточно определить полное сечение рассеяния, которое имеет вид

$$\sigma_p(\lambda, \gamma) = \int_{\Omega} |\mathbf{F}|^2 d\omega,$$

где  $\mathbf{F}$  — диаграмма направленности рассеянного поля  $\mathbf{E}_e^N$ , а  $\Omega$  — единичная сфера. Полное сечение поглощения определяется из оптической теоремы [7]:

$$\sigma_{\Pi} = \frac{4\pi}{k_e^2} \operatorname{Im}(\mathbf{F}, \mathbf{k}_e) - \sigma_p. \quad (5)$$

Поскольку  $\mathbf{F}$  имеет лишь две независимые компоненты  $F_{\theta, \varphi}$ , то

$$\sigma_p(\lambda, \gamma) = \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} \{|F_{\theta}^{\gamma}(x, \varphi)|^2 + |F_{\varphi}^{\gamma}(x, \varphi)|^2\} d\varphi dx, \quad (6)$$

где  $x$  — переменная  $\cos \theta$ ,  $F^{\gamma}(x, \varphi)$  — компоненты, соответствующие углу  $\gamma$ , которые имеют вид [3]

$$F_{\theta}^{\gamma} = \sum_{m=0}^M f_{m, \theta}^{\gamma}(x) \cos m\varphi \cos \varphi + T^{\gamma}(x), \quad (7)$$

$$F_{\varphi}^{\gamma} = \sum_{m=0}^M f_{m, \varphi}^{\gamma}(x) \cos m\varphi \sin \varphi.$$

Подставляя (7) в (6) и проводя интегрирование по  $\varphi$  в явном виде, получим

$$\int_0^{2\pi} |F_{\theta}^{\gamma}|^2 d\varphi = \frac{\pi}{2} \left\{ \sum_{m=0}^M (1 + \delta_{0m}) (1 + 0,5\delta_{1m}) |f_{m,\theta}^{\gamma}|^2 + \right. \\ \left. + \operatorname{Re} \sum_{m=0}^{M-2} (1 + \delta_{0m}) f_{m,\theta}^{\gamma} f_{m+2,\theta}^{\gamma*} + |T^{\gamma}|^2 + 2\operatorname{Re} (T^{\gamma} f_{1,0}^{\gamma*}) \right\}.$$

$$\int_0^{2\pi} |F_{\varphi}^{\gamma}|^2 d\varphi = \frac{\pi}{2} \left\{ \sum_{m=0}^M (1 + \delta_{0m}) (1 - 0,5\delta_{1m}) |f_{m,\varphi}^{\gamma}|^2 - \right. \\ \left. - \operatorname{Re} \sum_{m=0}^{M-2} (1 + \delta_{0m}) f_{m,\varphi}^{\gamma} f_{m+2,\varphi}^{\gamma*} \right\}.$$

Здесь введены обозначения:

$$f_{m,\theta}^{\gamma} = (-i)^{m+1} (1 - x^2)^{m/2} [xS_m^1(x) + S_m^2(x)],$$

$$f_{m,\varphi}^{\gamma} = (-i)^{m+1} (1 - x^2)^{m/2} [S_m^1(x) + xS_m^2(x)],$$

$$T(x) = i \sqrt{1 - x^2} \sum_{n=1}^N r_n^e \exp(-ik_e z_n x),$$

$$S_m^1(x) = \sum_{n=1}^N p_{nm}^e \exp(-ik_e z_n x),$$

$$S_m^2(x) = \sum_{n=1}^N q_{nm}^e \exp(-ik_e z_n x).$$

Используя полученные соотношения, легко вычислить полное сечение рассеяния, интегрируя лишь по одной переменной  $x$  в (6). При анализе явления резонансного поглощения электромагнитных волн биологическими рассеивателями наибольший интерес представляют случаи  $K$ - ( $\gamma=0$ ) и  $E$ - ( $\gamma=\pi/2$ ) поляризаций [2]. Будем рассматривать задачу дифракции плоской волны на вытянутых сфероидах, соотношения осей которых  $b:a$  ( $b>a$ ) выбраны таким образом, чтобы моделировать вполне определенное лабораторное животное. Исследуем зависимость полного сечения поглощения  $\sigma_p$  от  $\kappa=2b/\lambda$ . На рис. 1 приведены результаты расчетов для сфероида с осями  $a=1,15$  см и  $b=2,7$  см (лабораторная мышь). Кривая 1 соответствует случаю  $K$ -, а 2 — случаю  $E$ -поляризации. На рис. 2 приведены результаты расчетов  $\sigma_p$  для сфероида с осями  $a=1,25$  см и  $b=3,8$  см. Кривые для случая  $K$ -поляризации существенно отличаются от результатов, полученных приближенными методами [5]. На рис. 3 приведены результаты, соответствующие сфероиду с осями  $a=3,55$  см и  $b=11$  см (морская свинка). На том же рисунке штриховыми кривыми показаны результаты, взятые из [5]. Для случая  $E$ -поляризации характерным является наличие максимума при значении  $2b/\lambda \approx 0,4$ .

Итак, на основе применения МДИ к анализу математических моделей биологических рассеивателей удастся создать эффективный инструмент анализа явления резонансного поглощения электромагнитных волн различными моделями лабораторных животных. Получен-

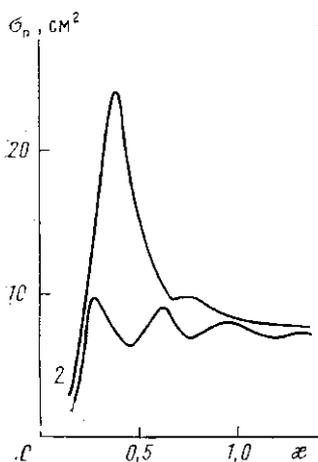


Рис. 1

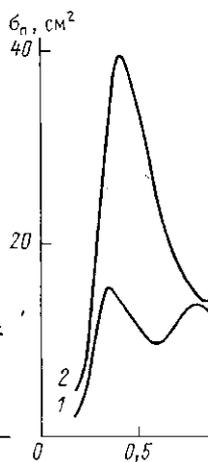


Рис. 2

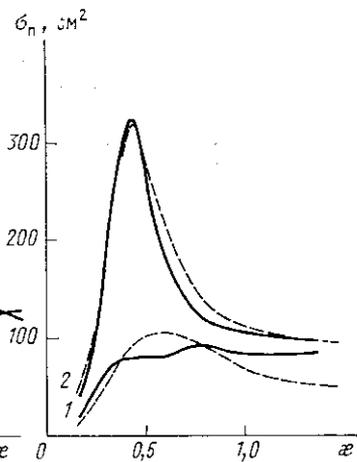


Рис. 3

ные результаты позволяют создать теоретическую основу дозиметрии неионизирующих излучений, что дает возможность более обоснованно формировать гигиенические нормы СВЧ-излучения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Дерни К. Х. // ТИИЭР. 1980. 68, № 1. С. 40. [2] Давыдов Б. И., Тихончук В. С., Антипов В. В. Биологическое действие, нормирование и защита от электромагнитных излучений. М., 1984. [3] Еремин Ю. А., Свешников А. Г. // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. 28, № 5. С. 647. [4] Колтон Д., Кресс Р. Методы интегральных уравнений в теории рассеяния. М., 1987. [5] Durney C. H. et al. Radiofrequency radiation dosimetry handbook. SAM-TR-78-22, 1978. [6] Васильев Е. Н. Возбуждение тел вращения. М., 1987. [7] Морс Ф. М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. М., 1960. Т. 1.

Поступила в редакцию  
26.09.88