этой ситуации при V_{m1}, $V_{m2} \to V_{m\,\min}$ и являются стационарные малые возмущения на границе режима магнитной изоляции.

Выражение (8) для скорости распространения малых возмущений не зависит от их формы и справедливо при условии, что длина возмущений в лабораторной системе λ превышает $\frac{x_m - x_c}{\psi} \sqrt{1-u_\pm^2} = \lambda_\pm$. Для $\lambda_\pm$ выполняется соотношение $\lambda_- \geqslant \lambda_+$, причем равенство достигается только в режиме полного заполнения пучком межэлектродного пространства при $V_m = V$. В случае сильно прижатого к катоду электронного слоя, когда $V_m \to 0$, асимптотическое поведение нижней границы длины возмущений $\lambda_\pm$ описывается выражением $\lambda_\pm = 2V_m/V^{3/2}$. Зависимость $\lambda_\pm$ от потенциала границы электронного слоя V_m при заданном анодном напряжении V приведена на рис. 4. Все ее особенности представляются очевидными следствиями хода кривых для $\frac{2J_c}{g} = \frac{x_a - x_c}{x_m - x_c}\psi$ (рис. 2) и $u_\pm$ (рис. 3), рассмотренных выше. Максимальное значение λ_- приблизительно соответствует границе магнитной изоляции и уменьшается с ростом V. В широком диапазоне анодных напряжений величина $\lambda_\pm$ не превышает межэлектродного расстояния и в основном много меньше его. Поэтому полученные результаты справедливы во всех случаях, когда имеется в системе или ее части режим однородной магнитной изоляции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Василенко О. И. Вопросы теории магнитной изоляции линий и диодов: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. М. (МГУ), 1978. [2] Василенко О. И.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1978. 19, № 5. С. 17. [3] Данилов В. Н.//Радиотехн. и электроника. 1963. 8, № 11. С. 1892. [4] Данилов В. Н.//Там же. 1966. 11, № 11. С. 1994. [5] Creedon J. M.//J. Appl. Phys. 1975. 46, № 7. P. 2946. [6] Василенко О. И.//ЖТФ. 1979. 49, № 1. С. 76. [7] Гордеев А. В., Заживихин В. В.//Вопросы атомной науки и техники. Сер. Термоядерный синтез. 1982. Вып. 1 (9). С. 55. [8] Voronin V. S., Kolomensky A. A., Krastelyev E. G. et al.//Proc. 3rd Intern. Topical Conf. on High Power Electron and Ion Beam. Research and Technology. Novosibirsk, 1979. Vol. 2. P. 593.

Поступила в редакцию
24.10.88

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1990. Т. 31, № 1

УДК 533.9

КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ВОЗБУЖДЕНИЯ НЕМОНОСКОРОСТНЫМ ПУЧКОМ ЭЛЕКТРОНОВ ШИРОКОГО СПЕКТРА СПИРАЛЬНЫХ ВОЛН В КОНЕЧНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ В УСЛОВИЯХ АНОМАЛЬНОГО ЭФФЕКТА ДОПЛЕРА

М. В. Кузелев, Р. В. Романов

(кафедра физической электроники)

Изложена нелинейная теория излучения горячим электронным пучком широкого спектра спиральных электромагнитных волн в конечном магнитном поле в условиях аномального эффекта Доплера. Выяснен механизм стабилизации неустойчивости, приведены численные и аналитические решения.

В последнее время большой интерес исследователей вызывает изучение кинетических и гидродинамических неустойчивостей в условиях аномального эффекта Доплера. В линейном гидродинамическом приближении эта неустойчивость была исследована в работе [1]. Аналитические и численные решения данной задачи в нелинейном случае для одномодового и многомодового режимов приведены в [2]. В работе [3] изложена аналитическая нелинейная теория излучения волн горячим электронным прямолинейным пучком в условиях аномального эффекта Доплера в кинетическом одномодовом режиме.

Настоящая работа посвящена кинетической теории излучения немоноскоростным пучком электронов широкого спектра спиральных волн в условиях аномального эффекта Доплера. Перейдем к строгому рассмотрению задачи.

Пусть немоноскоростной нейтрализованный электронный пучок распространяется вдоль направления внешнего магнитного поля B_0 (по оси Oz) в пространстве, заполненном однородным изотропным диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_0>1$, и взаимодействует с циркулярно поляризованным волновым возмущением, распространяющимся в том же направлении. В этом случае уравнения движения электронов для компонент скорости $v_\parallel$ и $v_\perp=v_x+iv_y$, а также уравнение для поперечной компоненты векторного потенциала $A_\perp=A_x+iA_y$ запишутся в виде [2]

$$
\begin{aligned}
& dv_\perp/dt+i\omega_B v_\perp=-(e/(mc))\,(\partial A_\perp/\partial t+v_\parallel\,\partial A_\perp/\partial z),\\
& dv_\parallel/dt=(e/(2mc))\,(v_\perp\partial A_\perp^*/\partial z+\text{к. с.}),\\
& \partial^2 A_\perp/\partial t^2-c_0^2\partial^2 A_\perp/\partial z^2=(4\pi c/\varepsilon_0)\,j_\perp,
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

где $c_0^2=c^2/\varepsilon_0$, ω_B — электронная циклотронная частота, e и m — заряд и масса электрона. Поперечная компонента тока пучка определяется соотношением [4]

$$
j_\perp=en_b\iint f_0(v_0)\,v_\perp(t,\ z_0,\ v_0)\,\delta[z-z(t,\ z_0,\ v_0)]\,dz_0dv_0, \qquad (2)
$$

где n_b — невозмущенная плотность электронов пучка, $f_0(v_0)$ — невозмущенная функция распределения электронов по продольным скоростям, а $z(t,\ z_0,\ v_0)$ — координата электрона, выходящего при $t=0$ из точки z_0. Первые два уравнения системы (1) дополняются начальными условиями $v_\parallel(t=0)=v_0$, $v_\perp(t=0)=0$, последнее из которых означает, что в невозмущенном пучке поперечные скорости отсутствуют.

Решение системы (1) будем искать в виде широкого спектра спиральных волн

$$
A_\perp=(mc/e)\sum_s \varepsilon_s(t)\exp(i\omega_s t-ik_s z), \qquad (3)
$$

где $\varepsilon_s(t)$ — медленно меняющиеся амплитуды. Кроме того, учитывая, что волны циркулярной поляризации не модулируют электронный пучок по плотности [2, 5], воспользуемся соотношениями

$$
\begin{aligned}
& v_\parallel(t,\ z_0,\ v_0)=v_\parallel(t,\ v_0),\quad v_\perp=\sum_s V_s(t)\exp(i\omega_s t-ik_s z),\\
& z(t,\ z_0,\ v_0)=z_0+\int_0^t v_\parallel(t',\ v_0)\,dt',
\end{aligned}
\qquad (4)
$$

где z, как и в (3), — независимая переменная. Выполняя в (2) интегрирование по z_0 и подставляя (3), (4) в систему (1), имеем следующую систему уравнений и начальных условий:

$$d\varepsilon_s/dt = -i\,(\omega_b^2/2\omega_s)\int f_0(v_0)\,V_s dv_0, \quad \varepsilon_s(t=0)=\varepsilon_{s0},$$
$$dV_s/dt + i\,(\omega_s - k_s v_\parallel + \omega_B)\,V_s = i\omega_B\varepsilon_s, \quad V_s(t=0)=0, \tag{5}$$
$$dv_\parallel/dt = -(i/2)\sum_s k_s\,(V_s^*\varepsilon_s - \text{к. с.}), \quad v_\parallel(t=0)=v_0,$$

обобщающую уравнения, полученные в [2], на случай немоноскоростного пучка. Заметим также, что при выводе (5) сделаны следующие предположения.

1. Поскольку в сильном взаимодействии с волнами участвуют электроны с $v_\parallel=(\omega+\omega_B)/k$ (условие аномального доплеровского резонанса), то в правой части второго уравнения системы (5) произведена замена $k_s v_\parallel - \omega_s = \omega_B$.

2. При подстановке (3) и (4) во второе уравнение из (1) правая часть уже зависит от продольной координаты z и предположение об отсутствии модуляции пучка по плотности, вообще говоря, несправедливо. Однако если начальные фазы волн распределены случайным образом и корреляция фаз в дальнейшем не наступает, то однонаправленный вклад дают только диагональные члены, а остальные в среднем компенсируют друг друга. Тот же факт, а именно, что корреляция фаз волн со временем не наступает, следует и из первых двух уравнений системы (5). Действительно, корреляция фаз могла бы возникнуть только в том случае, если бы в этих уравнениях помимо амплитуды с индексом s содержались бы явно и амплитуды с другими индексами.

Легко также показать, что система (5) имеет интегралы

$$v_\parallel = v_0 - (1/2\omega_B)\sum_s k_s|V_s|^2, \quad |\varepsilon_s|^2 - (\omega_b^2/(2\omega\omega_B))\int f_0(v_0)\,|V_s|^2 dv_0 = |\varepsilon_{s0}|^2,$$
$$\sum_s k_s^2(|\varepsilon_s|^2 - |\varepsilon_{s0}|^2) + (\omega_b^2/c_0)\int f_0(v_0)\,(v_\parallel - v_0)\,dv_0 = 0, \tag{6}$$

второй из которых отражает закон сохранения энергии, а третий — импульса, причем любой из них является следствием двух других.

Для изучения динамики функции распределения будем использовать формулу [4]

$$f(v_\parallel) = \sum_j f_0(v_{0j})\,|\partial v_\parallel(t, v_{0j})/\partial v_0|^{-1}, \tag{7}$$

где v_{0j} — корни уравнения $v_\parallel = v_\parallel(t, v_0)$, в котором $v_\parallel$ считается независимой переменной.

Для дальнейшего упрощения задачи формально решим второе уравнение из системы (5):

$$V_s = \varepsilon_s\omega_B/(\omega_s - k_s v_\parallel + \omega_B), \tag{8}$$

где $\omega_s \to \omega_s - i\delta\omega_s$ и $\delta\omega_s$ — линейный инкремент. Подставляя далее (8) в первое уравнение из системы (5), умноженное на ε^*, и складывая с комплексно сопряженным, получим

$$d|\varepsilon_s|^2/dt = 2\delta\omega_{sn}|\varepsilon_s|^2, \tag{9}$$

где

$$\delta\omega_{sn} = \frac{\omega_b^2\omega_B}{2\omega_s}\int f_0(v_0)\frac{\delta\omega_s}{(\omega_s - k_s v_\parallel + \omega_B)^2 + \delta\omega_s^2}\,dv_0 \tag{10}$$

— нелинейный инкремент. После подстановки (8) в третье уравнение системы (5) имеем

$$\frac{dv_\parallel}{dt} = -\omega_B\sum_s k_s\frac{\delta\omega_s}{(\omega_s - k_s v_\parallel + \omega_B)^2 + \delta\omega_s^2}|\varepsilon_s|^2. \tag{11}$$

В дальнейшем более удобным является переход от дискретного к непрерывному спектру, что можно сделать, формально заменив $\sum_s|\varepsilon_s|^2$ на $\int E^2(k)\,dk$. Кроме того, считая, как обычно [6], что в кинетическом режиме $\delta\omega_s\to 0$, и применяя известные из квазилинейной теории преобразования, окончательно имеем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} &dv_\parallel/dt = -\pi\omega_B^2E^2(t,\ k_r)/(v_\parallel - c_0)^2,\\ &dE^2/dt = (\pi\omega_b^2\omega_B/(k^2c_0))\,f_0(\tilde v)\,|\partial v_\parallel(\tilde v)/\partial v_0|^{-1}E^2, \end{aligned} \tag{12}$$

где $\tilde v$ — корень уравнения $v_\parallel(t,\ \tilde v) = c_0 + \omega_B/k$, $k_r = \omega_B/(v_\parallel - c_0)$, которая дополняется интегралом и начальными условиями:

$$\begin{aligned} &\int k^2(E^2 - E_0^2)\,dk + (\omega_b^2/c_0)\int f_0(v_0)(v_\parallel - v_0)\,dv_0 = 0,\\ &E^2(t=0) = E_0^2,\quad v_\parallel(t=0) = v_0. \end{aligned} \tag{13}$$

Аналитическое решение системы (12) невозможно, поэтому были использованы численные методы с переходом к безразмерным переменным

$$\alpha = k/\bar k,\quad \tau = \overline{\delta\omega}t,\quad x = \bar k(v_\parallel - c_0)/\omega_B,\quad B = \pi\bar k^3E^2/\omega_B\overline{\delta\omega},$$

где $\overline{\delta\omega} = (\pi\omega_b^2\omega_B/(2c_0\bar k^2))\,f_0(\bar v)$ — средний линейный инкремент и $\bar k$ — среднее волновое число волнового пакета. При этом условие резонанса волна-частица запишется как $x\alpha = 1$, а (12) и (13) перепишутся в форме, удобной для численного анализа:

$$\begin{aligned} &\frac{dx}{d\tau} = -\frac{1}{x^2}B(\tau,\ \alpha_r),\quad \alpha_r = \frac{1}{x},\ x(\tau=0) = x_0,\\ &\frac{dB}{d\tau} = 2\frac{1}{\alpha^2}\,\frac{\varphi_0(\tilde x)}{\varphi_0(\bar x_0)}\left|\frac{\partial x}{\partial x_0}(\tilde x)\right|^{-1}B,\quad x(\tau,\ \tilde x) = \frac{1}{\alpha},\quad B(\tau=0) = B_0,\\ &\int\alpha^2(B - B_0)\,d\alpha + 2\int\frac{\varphi_0(x_0)}{\varphi_0(\bar x_0)}(x - x_0)\,dx_0 = 0. \end{aligned} \tag{14}$$

Отметим, что $\varphi_0(x)$ — невозмущенная функция распределения, а $\bar x_0$ — средняя скорость электронов пучка. Из условия резонанса следует, что $\bar x_0 = 1$. Функция распределения в последующие моменты времени вычисляется, согласно (7), как $\varphi(x) = \varphi_0(x_{0j})\,|\partial x(x_{0j})/\partial x_0|^{-1}$, где x_{0j} — корень уравнения $x(\tau,\ x_0) = x$, а знак суммы опущен (как и при выводе (12)) в связи с тем, что уравнение имеет не более одного корня.

Для численных расчетов необходимо конкретизировать функцию распределения, которую выберем в виде

$$\varphi_0(x_0)=\frac{\Theta}{\pi}\frac{1}{(x_0-\bar{x}_0)^2+\Theta^2}, \tag{15}$$

где Θ — полуширина функции распределения.

Следует подчеркнуть, что в кинетическом режиме должно выполняться следующее неравенство:

$$\delta\omega/k\ll\Delta V, \tag{16}$$

где ΔV — полуширина функции распределения в размерных переменных, или

$$\frac{1}{\alpha}\frac{\delta\omega}{\omega_B}\ll\Theta. \tag{17}$$

Поскольку при выводе (12) полагали, что инкремент $\delta\omega$ (точнее, $\delta\omega_s$) стремится к нулю, то неравенство (17) считаем выполненным для любых Θ.

Прежде чем перейти к рассмотрению результатов численных расчетов, оценим время насыщения неустойчивости и максимальную амплитуду волн, для чего систему (14) перепишем в линейном приближении:

$$dx/d\tau=B(\alpha_r)/x_0^2,\quad dB/d\tau=2B/\alpha^2,\quad \alpha_r=1/x_0.$$

Решениями ее будут следующие выражения:

$$B=B_0\exp(2\tau/\alpha^2),\quad x=x_0-(B_0/(2x_0^4))(\exp(2x_0^2\tau)-1).$$

За время насыщения τ_{max} примем максимальный промежуток времени, необходимый для того, чтобы любой электрон из области резонанса затормозился до минимальной скорости, соответствующей данной ширине спектра:

$$\tau_{max}=\max\{\ln(2(x_0-x_{min})x_0^4/B_0+1)/2x_0^2\},$$

где $x_{min}=1/\alpha_{max}$. Максимальная амплитуда для $\alpha=1$ в этом случае будет равна $B=B_0\exp(2\tau_{max})$. Так, для спектра с $\alpha\in[0{,}8;\ 1{,}2]$ и $B_0=0{,}001$ имеем $\tau_{max}=2{,}9$, $B(\tau_{max},\ 1)=0{,}35$, что совпадает (как будет показано ниже) с результатами численных расчетов.

Перейдем к обсуждению результатов численных расчетов. Система (14) интегрировалась при $\alpha\in[0{,}8;\ 1{,}2]$ и при различных значениях Θ. Приведем характерные результаты, полученные для $\Theta=2$ и полуширины спектра $\Delta\alpha=0{,}2$. На рис. 1 представлена временная динамика отдельных волн спектра. Видно, что до момента времени $\tau\approx3$ амплитуда увеличивается экспоненциально, после чего практически выходит на стационарное значение. На рис. 2 показана динамика всего спектра: с течением времени граница неустойчивости смещается в сторону больших α. На линейной стадии наибольший рост характерен для волн с меньшим α (соответственно k), что объясняется наличием множителя α^{-2} во втором уравнении системы (14). В дальнейшем основную роль начинает играть множитель $|\partial x/\partial x_0|^{-1}$. После достижения τ_{max} скорость нарастания амплитуды волны существенно уменьшается, что говорит о насыщении неустойчивости. Заметим, что время насыщения и максимальная амплитуда совпадают с оценками, полученными в линейном приближении. Следует отметить, что на нелинейной стадии в области больших α наблюдается значительное нарастание амплитуды.

Это объясняется тем, что большая часть частиц приобретает минимально возможную для данной ширины спектра скорость, что обусловлено конечностью ширины спектра. Наконец, на рис. 3 представлена динамика функции распределения для трех последовательных моментов

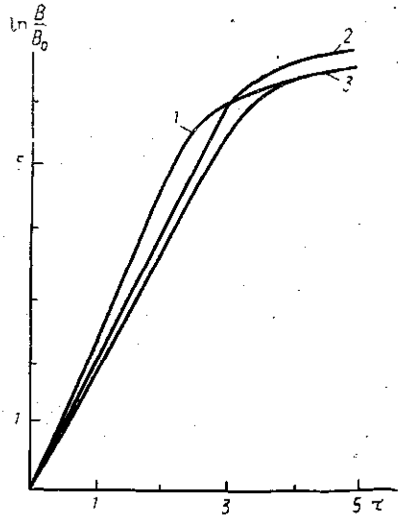

Рис. 1. Временная динамика отдельных волн спектра $\alpha=0{,}9$ (*1*); 1,0 (*2*) и 1,1 (*3*)

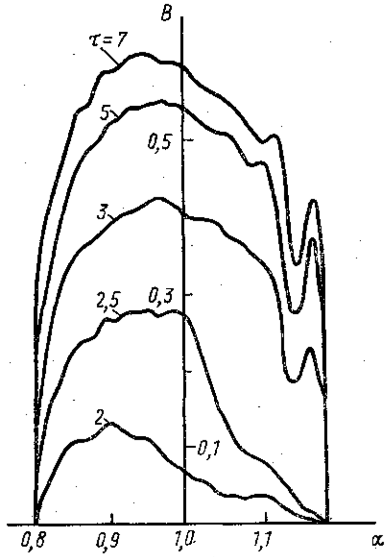

Рис. 2. Динамика спектра для различных моментов времени

времени. Частицы, находящиеся в области резонанса, тормозятся, отдавая энергию соответствующей волне, после чего попадают в резонанс с соседней волной и начинают отдавать энергию ей. Процесс продол-

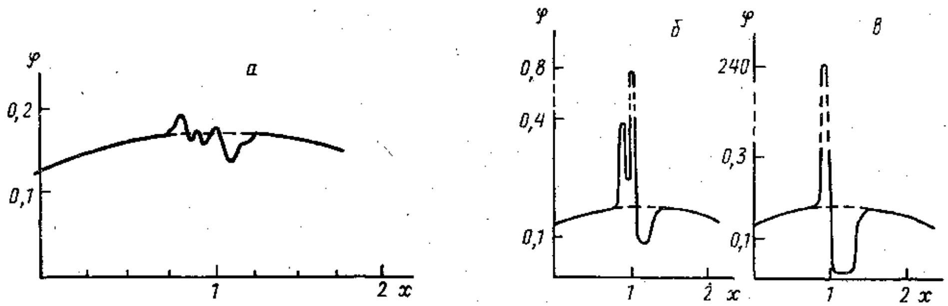

Рис. 3. Динамика функции распределения для трех последовательных моментов времени: $\tau=2$ (*а*); 2,5 (*б*) и 5 (*в*)

жается до тех пор, пока все частицы не приобретут минимально возможную скорость, соответствующую заданной ширине спектра, что приводит к образованию на функции распределения резкого пика при этом значении скорости и глубокого провала во всей резонансной области. Движение же частиц, находящихся вне области резонанса, практически не испытывает никаких изменений. Можно говорить о том, что из всего потока электронов выделился моноэнергетический пучок с температурой гораздо меньшей (примерно в 1500 раз) исходной.

В заключение отметим, что изложенная выше теория является, по существу, квазилинейной кинетической теорией пучковой неустойчивости. Но в отличие от традиционной квазилинейной теории [6], учитывающей эффекты резонансного взаимодействия волна-частица черенковского типа, настоящая работа учитывает резонансные взаимодействия в условиях аномального эффекта Доплера. По этой причине развитие нелинейной многомодовой неустойчивости приводит не к образованию плато на функции распределения, как в обычной квазилинейной теории, а к формированию на функции распределения провала в области резонансных скоростей электронов пучка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Железняков В. В.//Изв. вузов. Радиофизика. 1959. **2**, № 1. С. 14; 1960. **3**, № 1. С. 57. [2] Богданов А. Т., Кузелев М. В., Рухадзе А. А.//Изв. вузов. Радиофизика. 1986. **29**, № 12. С. 1431. [3] Кузелев М. В., Романов Р. В., Рухадзе А. А.//Кр. сообщ. по физике ФИАН. 1988. № 12. С. 68. [4] Кузелев М. В., Рухадзе А. А., Бобылев Ю. В., Панин В. А.//ЖЭТФ. 1986. **91**. С. 1620. [5] Незлин М. В.//УФН. 1976. **120**, № 3. С. 431. [6] Романов Ю. А., Филиппов Г. Ф.//ЖЭТФ. 1961. **40**. С. 123.

Поступила в редакцию
06.12.88
После переработки
11.01.89

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1990. Т. 31, № 1

УДК 553.082.5

«СВЕРХРАЗРЕШЕНИЕ» КЛАССИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ В НЕСТАЦИОНАРНЫХ КВАНТОВЫХ ШУМАХ

А. В. Гусев, В. В. Кулагин

(ГАИШ)

Предложен метод восстановления сигналов, использующий алгоритм сверхразрешения, в нестационарных шумах с частотно-зависимым сжатием. Предельно достижимая точность восстановления растет с ростом коэффициента сжатия шумов.

Фундаментальной проблемой теории квантовых невозмущающих измерений является обнаружение сверхслабых классических воздействий на квантовый макроскопический осциллятор. В качестве современного измерительного устройства можно использовать оптический интерферометр Фабри-Перо с подвижным зеркалом [1], жестко связанным с массой осциллятора M и оптической системой индикации отражательного типа с новым элементом — каналом формирования обратной волны [2, 3]. В предлагаемой работе мы покажем, что подобный принцип синтеза измерительного прибора можно использовать для решения существенно нового класса задач: для реконструкции (восстановления) классического узкополосного сигнала $F(t)=F_c(t)\cos\omega_s t - F_s(t)\sin\omega_s t$ в нестационарных квантовых шумах (с частотно-избирательным сжатием) [4] при ограниченной априорной информации [5, 6]. Пусть $X(t)=X_c(t)\cos\omega_\mu t - X_s(t)\sin\omega_\mu t$ — координата пробного осциллятора с резонансной частотой $\omega_\mu=\omega_s\approx(10^3\div10^4)$ с$^{-1}$. Спектральная плотность квадратурных компонент $X_{c,s}$ дается формулами

$$X_{c,s}(\omega)=(1,\ i)[X(\omega-\omega_\mu)\pm X(\omega+\omega_\mu)],\quad |\omega|\ll\omega_\mu.$$