

потока электронов выделился моноэнергетический пучок с температурой гораздо меньшей (примерно в 1500 раз) исходной.

В заключение отметим, что изложенная выше теория является, по существу, квазилинейной кинетической теорией пучковой неустойчивости. Но в отличие от традиционной квазилинейной теории [6], учитывающей эффекты резонансного взаимодействия волна-частица черенковского типа, настоящая работа учитывает резонансные взаимодействия в условиях аномального эффекта Доплера. По этой причине развитие нелинейной многомодовой неустойчивости приводит не к образованию плато на функции распределения, как в обычной квазилинейной теории, а к формированию на функции распределения провала в области резонансных скоростей электронов пучка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Железняков В. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1959. 2, № 1. С. 14; 1960. 3, № 1. С. 57. [2] Богданов А. Т., Кузелев М. В., Рухадзе А. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. 29, № 12. С. 1431. [3] Кузелев М. В., Романов Р. В., Рухадзе А. А. // Кр. сообщ. по физике ФИАН. 1988. № 12. С. 68. [4] Кузелев М. В., Рухадзе А. А., Бобылев Ю. В., Панин В. А. // ЖЭТФ. 1986. 91. С. 1620. [5] Незлин М. В. // УФН. 1976. 120, № 3. С. 431. [6] Романов Ю. А., Филиппов Г. Ф. // ЖЭТФ. 1961. 40. С. 123.

Поступила в редакцию
06.12.88
После переработки
11.01.89

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1990. Т. 31, № 1

УДК 553.082.5

«СВЕРХРАЗРЕШЕНИЕ» КЛАССИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ В НЕСТАЦИОНАРНЫХ КВАНТОВЫХ ШУМАХ

А. В. Гусев, В. В. Кулагин

(ГАИШ)

Предложен метод восстановления сигналов, использующий алгоритм сверхразрешения, в нестационарных шумах с частотно-зависимым сжатием. Предельно достижимая точность восстановления растет с ростом коэффициента сжатия шумов.

Фундаментальной проблемой теории квантовых невозмущающих измерений является обнаружение сверхслабых классических воздействий на квантовый макроскопический осциллятор. В качестве современного измерительного устройства можно использовать оптический интерферометр Фабри-Перо с подвижным зеркалом [1], жестко связанным с массой осциллятора M и оптической системой индикации отражательного типа с новым элементом — каналом формирования обратной волны [2, 3]. В предлагаемой работе мы покажем, что подобный принцип синтеза измерительного прибора можно использовать для решения существенно нового класса задач: для реконструкции (восстановления) классического узкополосного сигнала $F(t) = F_c(t) \cos \omega_s t - F_s(t) \sin \omega_s t$ в нестационарных квантовых шумах (с частотно-избирательным сжатием) [4] при ограниченной априорной информации [5, 6]. Пусть $X(t) = X_c(t) \cos \omega_\mu t - X_s(t) \sin \omega_\mu t$ — координата пробного осциллятора с резонансной частотой $\omega_\mu = \omega_s \approx (10^3 \div 10^4) \text{ с}^{-1}$. Спектральная плотность квадратурных компонент $X_{c,s}$ дается формулами

$$X_{c,s}(\omega) = (1, i) [X(\omega - \omega_\mu) \pm X(\omega + \omega_\mu)], \quad |\omega| \ll \omega_\mu.$$

В квантовомеханическом анализе спектральным плотностям $X(\omega \pm \omega_\mu)$ ставятся в соответствие операторы $\widehat{X}(\omega - \omega_\mu)$ и $\widehat{X}(\omega + \omega_\mu)$ [4]. Учитывая известные перестановочные соотношения [4]

$$[\widehat{X}(\omega_1), \widehat{X}(\omega_2)] = [\widehat{X}^+(\omega_1), \widehat{X}^+(\omega_2)] = 0,$$

$$[\widehat{X}(\omega_1), \widehat{X}^+(\omega_2)] \sim \delta(\omega_1 - \omega_2),$$

где $\delta(\omega)$ — дельта-функция, можно показать, что

$$[\widehat{X}_c(\omega_1), \widehat{X}_c(\omega_2)] = [\widehat{X}_s(\omega_1), \widehat{X}_s(\omega_2)] = 0, \quad (1)$$

$$[\widehat{X}_c(\omega_1), \widehat{X}_s(\omega_2)] \sim \delta(\omega_1 - \omega_2),$$

т. е. квантовая механика не запрещает точные измерения переменных $\widehat{X}_c(\omega_1)$ и $\widehat{X}_s(\omega_2)$, относящихся к различным частотам ω_1 и ω_2 . Следовательно, возникает принципиальная возможность точной оценки спектральных плотностей квадратурных компонент сигнального отклика $X_{c,s}^F(t) = \langle \widehat{X}_{c,s}(t) \rangle$ (угловые скобки соответствуют символической записи усреднения по ансамблю реализаций) на неперекрывающихся частотных интервалах. С другой стороны, в теории финитных функций $F(t) = 0$ при $t < 0$ и $t > T$ разработаны алгоритмы аналитического продолжения спектра (так называемая проблема «сверхразрешения» [5—7]). Задача «сверхразрешения», если ее сформулировать на спектральном языке, состоит в реконструкции неизвестных функций $F_{c,s}(t)$ на основе измерения спектральных плотностей $F_{c,s}(\omega)$ на неперекрывающихся частотных интервалах $\Omega_c(|\omega| \leq \omega_1)$ и $\Omega_s(\omega_2 \leq |\omega| \leq \omega_3)$. Флуктуации измерительного устройства приводят к зашумленности входных данных:

$$\widehat{F}_{c,s}(\omega) = F_{c,s}(\omega) + n_{c,s}(\omega), \quad \omega \in \Omega_{c,s}. \quad (2)$$

Пусть $F_{c,s}(t)$ — оценки неизвестных функций $F_{c,s}$, соответствующие входным данным (2). Для расчета погрешности реконструкции

$$\sigma_{c,s}^2 = T^{-1} \int_0^T [\widehat{F}_{c,s}(t) - F_{c,s}(t)]^2 dt \quad (3)$$

необходимо использовать дополнительную информацию о гладкости входных сигналов $F_{c,s}$. Без ограничения общности можно записать [7]:

$$F_{c,s}(t) = \sum_{k=0}^N \{ [F_{c,s}^{(c)}]_k \cdot \cos k\omega_0 t - [F_{c,s}^{(s)}]_k \cdot \sin k\omega_0 t \}; \quad 0 \leq t \leq T, \quad (4)$$

где $\omega_0 = 2\pi/T$, N — параметр, определяющий «сложность» входа. Вопрос о выборе N в разложении (4) подробно обсуждается в дальнейшем. При фиксированном N получим

$$[\sigma_{c,s}^2]_{\max} = (\varepsilon_{c,s}^0)^2 \Delta_{c,s}, \quad (5)$$

где $\Delta_{c,s} = N(N\omega_0/\omega_1)^{4N} \cdot \{1, [\omega_1^2/(\omega_3^2 - \omega_2^2)]^{2N}\}$,

$$\varepsilon_{c,s}^0 = (T \cdot \sup_{\omega \in \Omega_{c,s}} \langle \widehat{n}_{c,s}(\omega) \cdot \widehat{n}_{c,s}^+(\omega) \rangle \ln^{-1}(1 - \gamma))^{1/2}, \quad (6)$$

а γ — выбранный уровень достоверности. Результирующая ошибка (3)

при восстановлении узкополосного входного сигнала F дается формулой

$$\sigma_{\max}^2 = ([\sigma_c]_{\max}^2 + [\sigma_s]_{\max}^2) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} [(e_0^0)^2 \Delta_c + (e_s^0)^2 \Delta_s]. \quad (7)$$

В общем случае зашумленность входных данных (2), (6) зависит от конструктивных особенностей измерительного устройства. Достижение минимальной погрешности восстановления (7) предполагает оптимизацию этой формулы по динамическим параметрам установки.

Эквивалентная схема измерительной установки нового типа [1] с каналом формирования обратной волны приведена на рис. 1. В ка-

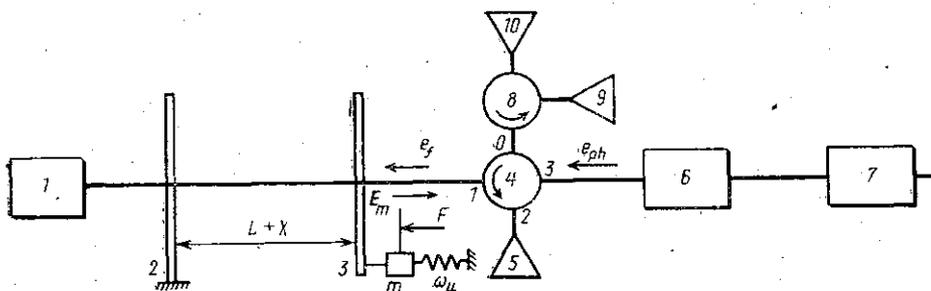


Рис. 1

честве оптического модулятора используется интерферометр Фабри-Перо 2 с подвижным зеркалом 3 и генератором накачки 1. Частота накачки совпадает с частотой n -й моды $\omega_p = \omega_n = n\pi c/L$, где c — скорость света, L — «среднее» расстояние между зеркалами. Выходное поле падает на однонаправленный элемент — циркулятор 4 с входным окном 1 — и поступает в канал 2, где расположен вырожденный параметрический усилитель (ВПУ) 5 с коэффициентом усиления $\Gamma_5 \gg 1$. Этот усилитель отражательного типа настроен на частоту ω_n и при специальном выборе фазы накачки усиливает ту квадратурную компоненту падающей волны E_m , которая несет информацию о полезном

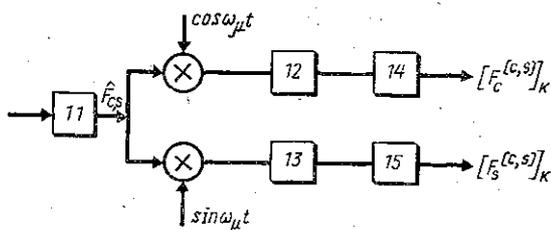


Рис. 2

сигнале F . Отраженная от канала 2 волна поглощается фотоприемником 6, который играет роль согласованной нагрузки. Видеотракт 7 формирует по выходному току фотодетектора 6 I_{ph} оценки неизвестных параметров $[\tilde{F}_{c,s}^{(c,s)}]_k$ (см. (4)) квадратурных компонент входного воздействия и содержит следующие элементы (рис. 2): инверсный фильтр 11, обеспечивающий максимально правдоподобную оценку «входа»

\hat{F} ; множители и фильтры низких частот 12, 13, формирующие входные данные (2); решающее устройство 14, 15, которое генерирует оценки неизвестных параметров $[\hat{F}_{c,s}^{(c,s)}]_k$ по зашумленным входным данным (2).

Для описания квантовых флуктуаций в измерительной схеме при мощной накачке $E_p = A \cos \omega_n t$ используем квазиклассическое приближение, основанное на анализе усиления и преобразования в системе нулевых флуктуаций e_{ph} поля поглотителя (фотоприемника) в вакуумном состоянии. Строгое введение этих сторонних шумов возможно при квантовании поля по бегущим волнам [4]. Для формирования обратной волны $e_f = e_f(e_{ph}(t))$ используем дополнительное окно 0 циркулятора 4, где помещен двухкаскадный ВПУ отражательного типа 8—10, настроенный на комбинационные частоты $\omega_n \pm \omega_k$. Поэтому обратно в интерферометр поступает шумовая волна e_f со специфической спектральной окраской.

При анализе физических процессов в схеме на рис. 1 будем предполагать, что $\omega_k \ll \delta_n$, где $\delta_n = (1-r)c/L$ — эквивалентное затухание n -й моды, r — коэффициент отражения зеркала. В теории параметрических устройств режим, при котором в полосу пропускания высокочастотного контура попадают как частота накачки $\omega_p = \omega_n$, так и обе боковые частоты $\omega_k = \omega_n + (-1)^k \omega_k$, $k=1, 2$, известен как трехчастотный. Представим обратную волну e_f в виде суперпозиции случайных полей на комбинационных частотах:

$$e_f = \sum_{k=1,2} (e_{fk}^c \cos \omega_k t - e_{fk}^s \sin \omega_k t). \quad (8)$$

Энергетические спектры сторонних источников $F_{fk}^{c,s}$ в (8), формируемых двухкаскадным ВПУ, при наличии дисперсии среды могут быть записаны в виде [4]

$$\begin{aligned} \overline{e_{fk}^c(\omega) \cdot e_{fk}^c(-\omega)} &= N_0 g^{-2}(\omega); \\ \overline{e_{fk}^s(\omega) \cdot e_{fk}^s(-\omega)} &= N_0 g^2(\omega); \quad \overline{e_{fk}^c(\omega) \cdot e_{fk}^s(-\omega)} = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

где $N_0 = \hbar \omega_n L / c$; случайные функции с различными индексами k считаем некоррелированными. В результате из (5)—(7) для верхней границы погрешности реконструкции классического сигнала (4) в нестационарных (с частотно-избирательным сжатием) квантовых шумах найдем

$$\begin{aligned} \sigma_{\max}^2 &= 8M\omega_n^2 \hbar Q T^{-1} (\ln(1-\gamma))^{-1} \{ \mu (\Delta_c G_c^{-2} + \Delta_s G_s^2) + \\ &+ \mu^{-1} (2/\omega_n Q)^2 (\Delta_c G_c^{-2} \omega_1^2 + \Delta_s G_s^2 \omega_3^2) \}, \end{aligned} \quad (10)$$

где $Q = \omega_n / (2\delta_n) \gg 1$ — добротность n -й моды, μ — коэффициент оптико-механической связи, $G = \sup_{\omega \in \Omega_{c,s}} |g(\omega)|$. Оптимизация (10) по коэффициенту связи μ при $G_c = G_s^{-1} = G$ дает

$$\sigma_{\max \text{ opt}}^2 = 32\chi M \hbar \omega_n T^{-2} G^{-2} N (2\pi N)^{4N} (\omega_1 T)^{1-4N}, \quad (11)$$

где $\chi = [(1 + \alpha^{2N-1} \beta^{2N})(1 + \alpha^{2N} \beta^{2N})]^{1/2} (\ln(1-\gamma))^{-1}$; $\alpha = \omega_1/\omega_3$; $\beta = [1 - (\omega_1/\omega_3)^2]^{-1}$. Предполагая, что $(\alpha\beta)^{2N} \ll \alpha < 1$, при $N \gg 1$ получим $\chi \simeq (\ln(1-\gamma))^{-1}$ — численный коэффициент порядка 1.

Оптимальное значение параметра N в разложении (4) можно оценить, используя по аналогии с [8] априорную информацию о гладкости неизвестных функций $F_{c,s}$:

$$\sup_{-\infty < t < \infty} |\rho F_{c,s}| = \dot{F}_0. \quad (12)$$

Динамическая ошибка δ_F^2 , обусловленная аппроксимацией функций $F_{c,s}$ конечными суммами (4), не превосходит при $N \gg 1$ величины

$$\delta_F^2 \leq (\delta_F^2)_{\max} = (\dot{F}_0/\omega_0) \cdot \sum_{k=N}^{\infty} k^{-2} \simeq (\dot{F}_0/\omega_0) N^{-1}. \quad (13)$$

Оптимальное значение параметра N находим из условия [8] $\sigma_{\max}^2 \text{opt} \simeq (\delta_F^2)_{\max}$. Отсюда при $N \gg 1$ получим следующую асимптотическую формулу для N_{opt} :

$$N_{\text{opt}} \simeq \llbracket \ln(YG) \rrbracket; \quad YG \gg 1, \quad (14)$$

где $Y = \dot{F}_0 T^2 [16\pi (M\hbar\omega_\mu)^{1/2}]^{-1}$; $\llbracket \rrbracket$ — целая часть.

При этом верхняя граница погрешности реконструкции классического сигнала в нестационарных квантовых шумах для линейного алгоритма продолжения спектра оказывается равной

$$\varepsilon_F^2 = \sigma_{\text{opt max}}^2 + (\delta_F^2)_{\max} \simeq 2(\dot{F}_0 T/2\pi)^2 \ln^{-1}(YG). \quad (15)$$

Характерной особенностью (15) является логарифмическая зависимость ошибки реконструкции от степени сжатия вакуумных флуктуаций G . В то же время зашумленность входных данных (2) пропорциональна G^{-1} , что соответствует известному результату оценки масштабного множителя классического сигнала [1].

Алгоритм статистической регуляризации А. Н. Тихонова [8] в квантовых шумах в вакуумном состоянии ($G=1$), а также при широкополосном сжатии вакуумных флуктуаций поглотителя в ВПУ без дисперсии среды [1] $G(\omega) = G = \text{const}$ и типичной априорной информации о гладкости (12) дает

$$\delta_{st}^2 \geq \frac{8}{\pi} \dot{F}_0 (M\hbar\omega_\mu)^{1/2}. \quad (16)$$

Из (15), (16) следует, что $(\delta_{\max}^2/\delta_{st}^2) = Y/\ln(YG)$. Поэтому для сверхразрешения классического сигнала с погрешностью $\delta_{\max}^2 < \delta_{st}^2$ необходимо, чтобы $G > \exp(Y - \ln Y) \simeq \exp(Y)$.

Естественно, что восстановление входного воздействия в нестационарных квантовых шумах предполагает существенно большую величину «сжатия» по сравнению с задачей оценивания масштабного множителя [1]. Такая закономерность типична и для задач восстановления формы сигнала в классическом диапазоне температур: необходимое отношение сигнал/шум ρ в таких задачах составляет по оценкам [5, 6] $\rho \approx (100 \div 400)$ против $\rho \approx 2 \div 3$ при бинарном обнаружении.

В заключение отметим, что обсуждение технических вопросов синтеза измерительной установки, а также сведения о достигнутом к настоящему времени сжатии содержатся в работе [1].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Кулагин В. В., Руденко В. Н. // ЖЭТФ. 1988. 94, № 4. С. 1346.
 [2] Yurke В. // Phys. Rev. 1984. A29, N 1. P. 408. [3] Yurke В. // J. Opt. Soc. Am. 1985. B2, N 5. P. 723. [4] Caves С. М. // Phys. Rev. 1982. D26, N 8. P. 1817. [5] Ва-

силенко Г. И. Восстановление сигналов. М., 1983. [6] Василенко Г. И., Тараторкин А. А. Распознавание образов. М., 1986. [7] Яковлев В. П., Хургиян Я. Г. Финитные функции в технике. М., 1972. [8] Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М., 1986.

Поступила в редакцию
21.12.88

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1990. Т. 31, № 1

УДК 537.534.8

УГЛОВЫЕ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВТОРИЧНЫХ ИОНОВ ПРИ РАСПЫЛЕНИИ ПОЛИКРИСТАЛЛОВ

В. М. Буханов, К. Ф. Миннебаев, И. Ф. Уразильдин, В. С. Черныш

(кафедра физической электроники)

Приводятся результаты экспериментальных исследований угловых и энергетических распределений вторичных ионов, распыленных из поликристалла алюминия, бомбардируемого ионами аргона. Сделаны выводы о применимости различных моделей распыления и ионной эмиссии.

1. Введение. При бомбардировке твердого тела пучком ионов распыляемые частицы покидают поверхность в различных зарядовых состояниях. Большой практический интерес для анализа поверхности представляет вторичная ионная эмиссия (ВИЭ), используемая, в частности, в методе масс-спектрометрии вторичных ионов. Однако эта методика до сих пор носит полуколичественный характер, поскольку не существует единой, детально разработанной теории ВИЭ. Описание различных моделей ВИЭ можно найти в обзорах [1, 2].

Серьезным препятствием на пути создания модели ВИЭ является отсутствие достаточного количества надежных экспериментальных данных, полученных в хороших вакуумных условиях. Причем наиболее ценным инструментом проверки эффективности той или иной модели ВИЭ является исследование энергетических (ЭРВИ) и угловых распределений вторичных ионов (УРВИ). К настоящему времени опубликовано незначительное число работ, посвященных одновременному (т. е. выполненному в одинаковых условиях) исследованию УРВИ и ЭРВИ [3—5].

Целью данной работы было одновременное изучение УРВИ и ЭРВИ при нормальной бомбардировке динамически чистой поверхности поликристаллического алюминия ионами аргона с энергией 4 кэВ и использование полученных результатов для проверки применимости тех или иных моделей ВИЭ и распыления.

2. Методика эксперимента. Изучение УРВИ и ЭРВИ проводилось на установке, ранее описанной [6, 7]. Схема измерительной системы представлена на рис. 1. Пучок первичных ионов I_p , сепарированный по массам, падал на мишень M по оси O_1 . Мишень могла вращаться вокруг оси O_1 , что позволяло изменять азимутальный угол наблюдения в пределах 360° . Энергоанализатор, состоящий из 180° -го и 90° -го сферических медных дефлекторов (SD) и электростатических линз $L1-L3$, был размещен на платформе, вращающейся вокруг оси O_2 , совпадающей с оптической осью масс-спектрометра и проходящей через центр падающего пучка на поверхности мишени. Стандартный монополюсный масс-спектрометр (MS) АПДМ-1 вместе с ВЭУ были закреплены неподвижно на фланце рабочей камеры.