СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Морозов В. Б., Никитин С. Ю., Платонов Л. П., Тункин В. Г.// //Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1989. 30, № 3. С. 32. [2] Ахманов С. А., Коротеев Н. И. Методы нелинейной оптики в спектроскопии рассеяния света. М., 1981. [3] Vriens L.//Opt. Comm. 1974. 11, N 4. P. 396.

Поступила в редакцию
23.01.89

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1990. Т. 31, № 1

АСТРОНОМИЯ

УДК 521.13

РЕЗОНАНСНЫЕ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ КОЛЬЦА СЖАТОЙ ПЛАНЕТЫ

И. А. Герасимов, Б. Р. Мушаилов

(ГАИШ)

В рамках плоской круговой ограниченной задачи трех тел, когда центральное тело является симметричным эллипсоидом вращения, получены решения, описывающие эволюцию орбит частиц кольца в случае резонансов первого порядка.

1. **Постановка задачи.** Рассмотрим плоский вариант ограниченной задачи трех тел в следующей постановке. Центральное тело P_0 представляет собой эллипсоид, симметричный относительно оси вращения, потенциал которого в декартовой системе координат с началом, совмещенным с его центром масс, дается выражением

$$W(r)=1/r+\varkappa/r^3, \tag{1}$$

где $\varkappa=(1/2)J_2R_0^2$, J_2 — коэффициент 2-й зональной гармоники, R_0 — экваториальный радиус тела P_0, r — радиус-вектор пассивно гравитирующей точки P, движущейся в экваториальной плоскости тела P_0. Система единиц выбрана так, чтобы постоянная Гаусса и масса эллипсоида были равны единице.

Возмущающее тело P' является материальной точкой с массой $\mu\ll\varkappa$. Будем полагать, что движение тела P' происходит по окружности единичного радиуса $a'>r$, расположенной в экваториальной плоскости тела P_0, совмещенной с плоскостью XY. Тогда среднее движение тела P' равно $n'=C/a'^2$, где C и a' связаны уравнением [1]

$$C^2/a'^3+dW/da'=0, \tag{2}$$

так что $n'=\sqrt{1+3\varkappa}$.

Далее будем считать, что среднее движение n материальной точки P в начальный момент времени удовлетворяет следующему условию:

$$|kn-(k+1)\,n'|\leqslant O(\sqrt{\mu}). \tag{3}$$

где k — целое число.

Заметим, что в случае точной соизмеримости первого порядка $n/n'=(k+1)/k$ имеем $n=[(k+1)/k]\sqrt{1+3\varkappa}$, и для круговой орбиты точки P (без учета возмущения со стороны тела P') $n=C/a^2$, т. е. для большой полуоси a орбиты точки P имеем уравнение $a^2-a^5[(k+1)/k]^2\times\times(1+3\varkappa)+3\varkappa=0$.

2. **Уравнения движения.** В системе координат, вращающейся с угловой скоростью n', уравнения движения точки P запишутся в виде

$$\frac{dx_m}{dt}=\frac{\partial F}{\partial y_m},\quad \frac{dy_m}{dt}=-\frac{\partial F}{\partial x_m},\quad m=\overline{1,\,3}, \tag{4}$$

где

$$F=F_0+\mu F_1+\varkappa R_1,\quad F_0=\frac{1}{2x_1^2}-n'x_3,$$

$$R_1=\Sigma A_{m_3}(x_1,\,x_2,\,y_2)\cos(m_3y_1+h_2), \tag{5}$$

$$F_1=\Sigma N_{m_1m_2}(x_1)\,x_2^{\nu_1}y_2^{\nu_2}\cos(m_1y_1+m_2y_3+h_1).$$

Здесь ν_1, ν_2, m_1, m_2, m_3 — целые числа либо нули, причем разность $\Sigma\nu_j-|m_1+m_2|$ — четное число либо нуль; $h_1=\pi/2$, если $\nu_1+\nu_2$ — четное число, в противном случае $h_1=0$; h_2 — либо $\pi/2$, либо нуль. Канонические переменные Пуанкаре

$$x_1=\sqrt{a},\qquad y_1=M+\omega,$$
$$x_2=\sqrt{2a^{1/2}(1-\sqrt{1-e^2})}\cos\omega,\quad y_2=-\sqrt{2a^{1/2}(1-\sqrt{1-e^2})}\sin\omega \tag{6}$$

здесь дополнены (для устранения явной зависимости от времени гамильтониана исследуемой системы) сопряженными переменными x_3 и $y_3=n't+\text{const}$.

Если ввести обобщенную аномалию Делоне $s=ky_1-(k+1)y_3$ и воспользоваться схемой Делоне–Хилла [2], т. е. перейти от F к $F^*=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}F\,dy_1$, то придем к уравнениям с гамильтонианом $F^*=F_0-\mu F_1^*+\varkappa R_1^*$, в котором j — целое число либо нуль,

$$F_1^*=\Sigma N_{jk,\,-j(k+1)}\,x_2^{\nu_1}y_2^{\nu_2}\cos(js+h_1),\quad R_1^*=A_0(x_1,\,x_2,\,y_2). \tag{7}$$

В канонических переменных

$$U=x_1+\frac{k}{2}(x_2^2+y_2^2),\qquad \lambda=y_1-y_3,$$

$$x=\sqrt{x_2^2+y_2^2}\cos\times\qquad y=\sqrt{x_2^2+y_2^2}\sin\times$$

$$\times\left(-ky_1+\operatorname{arctg}\frac{y_2}{x_2}+(k+1)\,y_3\right),\quad \times\left(-ky_1+\operatorname{arctg}\frac{y_2}{x_2}+(k+1)\,y_3\right), \tag{8}$$

$$H=x_1+x_3-\frac{1}{2}(x_2^2+y_2^2),\qquad h=y_3$$

искомая система примет вид [3]

$$\frac{dU}{dt}=\frac{\partial F^*}{\partial\lambda},\quad \frac{dx}{dt}=\frac{\partial F^*}{\partial y},\quad \frac{dH}{dt}=\frac{\partial F^*}{\partial h},$$
$$\frac{d\lambda}{dt}=-\frac{\partial F^*}{\partial U},\quad \frac{dy}{dt}=-\frac{\partial F^*}{\partial x},\quad \frac{dh}{dt}=-\frac{\partial F^*}{\partial H}, \tag{9}$$

где

$$F_0=\frac{1}{2\left(U-\frac{k}{2}T\right)^2}+n'\left(U-\frac{k+1}{2}T-H\right),\quad T=x^2+y^2. \tag{10}$$

Согласно (7), $F_1^*=F_1^*(U, x, y)$, $R_1^*=R_1^*(U, x, y)$, поэтому из (9) имеем

$$F^*=\text{const},\quad U=\text{const},\quad H=\text{const}. \tag{11}$$

Так как $\partial F^*/\partial H=-n'$, то система (9) представима в виде

$$\begin{aligned}&\frac{dx}{dt}=\frac{\partial\widetilde{F}^*}{\partial y},\quad U=\sqrt{\gamma},\ H=\text{const},\ \widetilde{F}^*=\widetilde{c}=\text{const},\\ &\frac{d\lambda}{dt}=-\frac{\partial\widetilde{F}^*}{\partial U},\quad \frac{dy}{dt}=-\frac{\partial\widetilde{F}^*}{\partial x},\quad h=n't+\text{const}.\end{aligned} \tag{12}$$

Здесь

$$\widetilde{F}^*=F_0^*+\mu F_1^*+\varkappa R_1^*,\quad F_0^*=\frac{1}{2\left(U-\frac{k}{2}T\right)^2}+n'\left(U-\frac{k+1}{2}T\right). \tag{13}$$

3. **Упрощенные уравнения задачи.** Ниже в разложении гамильтониана $\widetilde{F}^*$ ограничимся наиболее существенными слагаемыми. Так, в выражении для F_0^* пренебрежем членами, начиная с шестого порядка относительно x, y; тогда

$$F_0^*=B_0+B_1(x^2+y^2)+B_2(x^2+y^2)^2,$$

где

$$B_0=\frac{1}{2\gamma}+n'\gamma^{1/2},\ B_1=\frac{1}{2}(k\gamma^{-3/2}-(k+1)n'),\ B_2=\frac{3}{8}k^2\gamma^{-2}. \tag{14}$$

В F_1^* и R_1^* пренебрежем величинами 4-го и более высоких порядков относительно x, y:

$$F_1^*=A_0+A_1(x^2+y^2)+A_2x,\quad R_1^*=G_0+G_1(x^2+y^2). \tag{15}$$

Здесь

$$\begin{aligned}&A_0=\frac{1}{2}L_{1/2}^{(0)}(\gamma),\quad A_1=\frac{1}{8}\gamma^{-1/2}\left(\gamma^2\frac{d^2}{d\gamma^2}+2\gamma\frac{d}{d\gamma}\right)L_{1/2}^{(0)}(\gamma)-\\ &-\frac{k\sqrt{\gamma}}{2}\frac{d}{d\gamma}L_{1/2}^{(0)}(\gamma),\quad G_0=\gamma^{-3},\\ &A_2=-\frac{1}{2}\gamma^{-1/4}\left(\gamma\frac{d}{d\gamma}+2(k+1)\right)L_{1/2}^{(1+k)}(\gamma),\quad G_1=\frac{3}{2}\gamma^{-7/2}(1+2k),\end{aligned} \tag{16}$$

$L_{1/2}^{(m)}(\gamma)$ — коэффициенты Лапласа, m — целое число.

Тогда интегрирование системы (12) сводится к решению уравнений для x и y

$$dx/dt=d\widetilde{F}/dy,\quad dy/dt=-\partial\widetilde{F}/\partial x, \tag{17}$$

в которых

$$\widetilde{F}=C_1(x^2+y^2)^2+C_2(x^2+y^2)+C_3x, \quad (18)$$

и коэффициенты C_1, C_2, C_3 — функции $\gamma=a(1+k-k\sqrt{1-e^2})^2$:

$$C_1=B_2,\ C_2=B_1+\mu A_1+\varkappa G_1,\ C_3=\mu A_2. \quad (19)$$

Для переменной λ можно получить уравнение

$$d\lambda/dt=\Phi_0+\Phi_1(x^2+y^2)+\Phi_2 x, \quad (20)$$

где

$$\Phi_0=-2\sqrt{\gamma}\,[B_0'+B_2'B_2^{-1}(\widetilde{c}-B_0)+\mu(A_0'-B_2'B_2^{-1}A_0)-\varkappa(G_0'-B_2'B_2^{-1}G_0)],$$

$$\Phi_1=-2\sqrt{\gamma}\,[B_1'-B_1B_2^{-1}B_2'+\mu(A_1'-A_1B_2'B_2^{-1})+\varkappa(G_1'-G_1B_2'B_2^{-1})],$$

$$\Phi_2=-2\sqrt{\gamma}\,\mu(A_2'-A_2B_2'B_2^{-1}),$$

штрих означает дифференцирование по γ. Интегрируя уравнение (20), находим

$$\lambda=\lambda_0+\Phi_0 t+\Phi_1 Q_1+\Phi_2 Q_2. \quad (21)$$

Здесь λ_0 — постоянная величина, $Q_1=\int(x^2+y^2)\,dt$, $Q_2=\int x\,dt$.

Таким образом, решение поставленной выше задачи свелось к интегрированию системы (17) для переменных x, y и вычислению затем двух квадратур Q_1 и Q_2.

4. **Особые решения.** Для отыскания особых решений системы (17) имеем уравнения

$$4C_1y(x^2+y^2)+2C_2y=0, \quad (22)$$

$$4C_1x(x^2+y^2)+2C_2x+C_3=0.$$

Так как $C_3\neq 0$, то система (22) удовлетворяется лишь при $y=0$, тогда второе уравнение (22) принимает вид

$$4C_1x^3+2C_2x+C_3=0. \quad (23)$$

Поскольку, как следует из (19) и (16), $C_3>0$, то, согласно теореме Декарта, один из действительных корней (23) $x_1>0$, а так как в (23) отсутствует член с x^2, то $x_2+x_3=-x_1<0$.

Если дискриминант уравнения (23) $\Delta=-8C_2^3-27C_1C_3^2$ равен нулю, то все корни (23) — действительные величины, причем $x_2=x_3$ [4]. В случае $\Delta>0$ все три корня, как можно показать, также действительны, и из теоремы Виета следует, что $x_3<x_2<0$. И наконец, при $\Delta<0$ x_2 и x_3 будут мнимыми сопряженными корнями.

Таким образом, уравнение $\Delta=f(\varkappa,\ \mu,\ \gamma)=-8C_2^3-27C_1C_3^2=0$ определяет границу между областями существования различного числа стационарных точек рассматриваемой системы. При фиксированном значении μ функция $\Delta(\gamma)$ обращается (при некотором γ) в нуль для любых $\varkappa$ из интервала $\varkappa\leqslant\varkappa_{max}$, удовлетворяющих резонансному неравенству (3) (здесь и в дальнейшем считается, что $|e|<0{,}3$).

Зависимость величины $\varkappa_{max}$ (соответствующей γ_{max}) от μ (в логарифмическом масштабе), удовлетворяющей уравнению $\Delta=0$ и резонансному неравенству (3), для различных значений k приведена на рис. 1. Так, для резонанса 2 : 1 ($k=1$) граничная величина $\gamma=\overline{\gamma}=0{,}700$, причем область «над кривой» соответствует $\Delta<0$.

Уравнение $\Delta=0$ в переменных $\lg\varkappa$, γ представлено на рис. 2 семействами кривых, соответствующих различным величинам μ и k. В области, расположенной левее приведенных кривых, существует одно стационарное решение, т. е. при фиксированных μ и $\varkappa$ эти кривые для каждого k определяют значение $\bar{\gamma}$ такое, что при $\gamma<\bar{\gamma}$ $\Delta<0$.

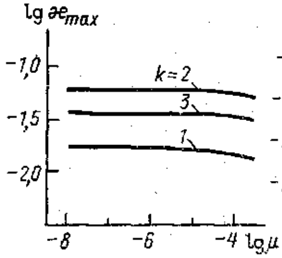

Рис. 1

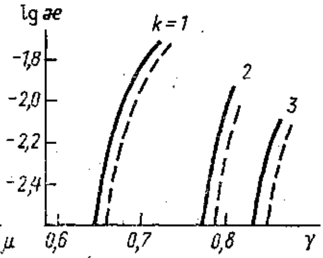

Рис. 2

Рис. 1. Зависимость $\lg\varkappa_{max}$ от $\lg\mu$ для различных k

Рис. 2. Уравнение $\Delta=0$ в переменных $\lg\varkappa$ и γ. Сплошные линии отвечают $\mu=10^{-7}$, штриховые — $\mu=10^{-3}$

Из уравнения (23), учитывая (14)—(16), (19), а также (6) и (8), можно определить эксцентриситеты, соответствующие стационарным точкам $(x_{\overline{1,3}}, 0)$, в функции параметра γ для различных значений $\varkappa$, μ и k. На рис. 3 иллюстрируются результаты соответствующих вычислений. В полном согласии с ранее сказанным бифуркация наступает при некотором $\bar{\gamma}$, зависящем от $\varkappa$, μ, k (см. рис. 1 и 2). При $\gamma<\bar{\gamma}$ имеется одно стационарное решение ($\lg e$ растет с ростом γ). В случае $\gamma>\bar{\gamma}$ появляются еще два решения, одно из которых также возрастает с увеличением γ, а другое убывает. С уменьшением μ существенно возрастает амплитуда переходной зоны бифуркации.

Далее функцию Гамильтона (18) в окрестности стационарных точек системы (17) ($(x_j, y_j=0)$, $j=\overline{1, 3}$) представим в виде ряда Тейлора. Тогда с точностью до постоянного слагаемого имеем

$$\tilde{F}=L(x-x_j)^2+Gy^2+o[(x-x_j)y^2], \tag{24}$$

где

$$L=6C_1x_j^2+C_2,\quad G=2C_1x_j^2+C_2.$$

Выберем в качестве функции Ляпунова V функцию $V=\tilde{F}$. Ее полная производная по t, составленная с учетом (17), равна нулю:

$$\frac{d\tilde{F}}{dt}=\frac{\partial\tilde{F}}{\partial x}\frac{dx}{dt}+\frac{\partial\tilde{F}}{\partial y}\frac{dy}{dt}=\frac{\partial\tilde{F}}{\partial x}\frac{\partial\tilde{F}}{\partial y}-\frac{\partial\tilde{F}}{\partial y}\frac{\partial\tilde{F}}{\partial x}=0.$$

В случае $\Delta>0$ ($C_2<-(3/2)\sqrt[3]{C_1C_3^2}$; все корни — действительные величины) нетрудно установить, что в окрестности точек $(x_1, 0)$, $(x_2, 0)$ функция V является знакоопределенной (соответственно положительной и отрицательной) и, согласно первой теореме прямого метода Ляпунова, стационарные точки $(x_1, 0)$ и $(x_2, 0)$ являются устойчивыми.

Для окрестности точки $(x_3, 0)$ L и G имеют разные знаки. Составим в этом случае систему уравнений линейного приближения:

$$\frac{d(x-x_3)}{dt}=2Gy, \quad \frac{dy}{dt}=-2L(x-x_3).$$

Характеристическое уравнение этой системы: $\lambda^2+4GL=0$, следовательно, $\lambda^2=-4GL$. Так как G, L в окрестности $x=x_3$ имеют разные знаки, то $\lambda^2>0$, поэтому корни $\lambda_{1,2}$ действительны и один из них положителен. Согласно теореме Ляпунова (для уравнений системы линейного приближения), точка $(x_3, 0)$ соответствует неустойчивому движению.

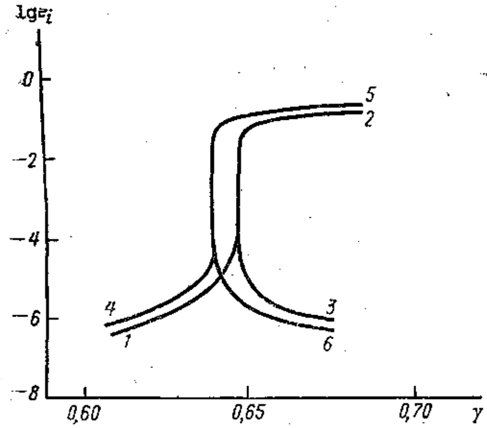

Рис. 3

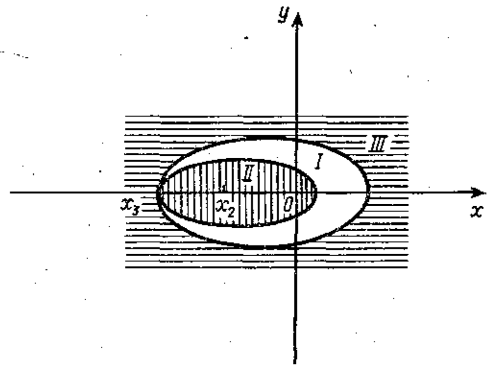

Рис. 4

Рис. 3. Зависимость стационарных эксцентриситетов ($\lg e_i$), $i=1, 2, 3$, от γ при различных значениях k, μ и $\varkappa$; e_1 и e_3 на всех кривых совпадают (для $\gamma>\bar{\gamma}$). Кривые *1, 2, 3* соответствуют $\lg e_1$ $(\gamma<\bar{\gamma})$, $\lg e_3$ и $\lg e_2$ при $k=1$, $\mu=10^{-7}$, $\varkappa=10^{-3}$; кривые *4, 5, 6* — при $k=1$, $\mu=10^{-7}$, $\varkappa=10^{-5}$

Рис. 4. Качественная картина локализации фазовых траекторий. Области траекторий типа II и III заштрихованы соответственно вертикально и горизонтально

В случае $\Delta<0$ $(C_2>-(3/2)\sqrt[3]{C_1C_3^2})$ аналогично легко установить, что $(x_1, 0)$ является устойчивой стационарной точкой, а $(x_2, 0)$ и $(x_3, 0)$ соответствуют нереальным (фиктивным) движениям.

При $\Delta=0$ $(C_2=-(3/2)\sqrt[3]{C_1C_3^2})$ все корни x_i — действительные величины и $x_2=x_3=-x_1/2=-(1/2)\sqrt[3]{|C_3|/C_1}$. В этом случае $L|_{x_{2,3}}=0$, $G=(2/3)C_2<0$. Таким образом, $(x_1, 0)$ соответствует устойчивой точке, а $(x_{2,3}, 0)$ — неустойчивой, поскольку в окрестности $x_{2,3}$ $\widetilde{F}'_x=$ $=\widetilde{F}'_x|_{y=0}+x\cdot 4C_1y^2<0$, следовательно, $dy/dt>0$ и в окрестности $\varepsilon>0$ $y|_{|x-x_{2,3}|<\varepsilon}$ растет со временем.

5. **Обращение квадратур и классификация фазовых траекторий.** Введем комплексно сопряженные переменные

$$\widetilde{h}=x+iy, \quad \widetilde{k}=x-iy. \tag{25}$$

Тогда [3]

$$\widetilde{k}=\frac{1}{a_1}\left[\wp(t-w_1)-\frac{a_2}{2}\right],\ \widetilde{h}=\frac{1}{a_1}\left[\wp(t+w_1)-\frac{a_2}{2}\right],$$
$$\wp(2w_1)=\frac{a_2}{2},\ \wp'(2w_1)=ia_1\sqrt{|a_4|},\tag{26}$$

где инварианты $\wp$-функции Вейерштрасса равны

$$g_2=3a_2^2-4a_1a_3,\ g_3=2a_1a_2a_3-a_1^2a_4-a_2^3,$$

а коэффициенты $a_{\overline{1,4}}$ определяются выражениями

$$a_1=2C_1C_3,\ a_2=(2/3)(4uC_1-C_2^2),\ a_3=-C_2C_3,\ a_4=-C_3^2,$$

причем постоянная $u=B_0-\tilde{c}+\mu A_0+\varkappa G_0$. И следовательно, из (25) получаем окончательно

$$x=(1/2a_1)\{\wp(t+w_1)+\wp(t-w_1)-a_2\},$$
$$y=(-i/2a)\{\wp(t+w_1)-\wp(t+w_1)\}.\tag{27}$$

Пределы изменения величины $w_1=w$ зависят от значения дискриминанта Г уравнения $4\wp^3-g_2\wp-g_3=0$. Этот дискриминант $\Gamma=g_2^3-27g_3^2$ может быть представлен в виде

$$\Gamma=16C_1^3C_3^4\{256C_1^2u^3-128C_1C_2^2u^2+16C_2(C_2^3+9C_1C_3^2)u-C_3^2(4C_2^3+27C_1C_3^2)\}.$$

Число действительных корней (u_j) уравнения $\Gamma=0$ зависит от знака дискриминанта уравнения (23), поскольку дискриминант уравнения $\Gamma=0$ равен $[C_3^2/(64^2C_1^5)]\,\Delta^3$. При значениях $\gamma'<\overline{\gamma}$, соответствующих $\Delta<0$, существует единственный вещественный корень u_1, отвечающий решению x_1. В случае $\gamma''\geqslant\gamma$ $(\Delta\geqslant0)$ имеются три действительных корня u_j, $j=\overline{1,3}$ (при $\Delta=0$, $u_2=u_3$) соответственно числу решений x_j $(u_2<u_3<u_1)$. Проводя далее рассуждения, аналогичные [5], можно провести классификацию возможных типов движений (таблица) и получить качественную картину локализации фазовых траекторий (рис. 4).

Тип траектории	Значение u	Значение w	Значение γ
I	$u_3<u<u_1$	$i\varepsilon\widetilde{\omega}$	$\gamma>\overline{\gamma}$
II	$u_2<u<u_3$	$i\varepsilon\widetilde{\omega}+i\widetilde{\omega}$	$\gamma>\overline{\gamma}$
III	$-\infty<u<u_3$	$i\varepsilon\widetilde{\omega}$	$\gamma>\overline{\gamma}$
IV	$-\infty<u<u_1$	$i\varepsilon\widetilde{\omega}$	$\gamma<\overline{\gamma}$

$\wp'(\omega,\ -g_2,\ g_3)=0$; ω—минимальный аргумент уравнения; $0<\varepsilon\leqslant1$.

На рис. 5 в качестве примера приведены расчетные фазовые траектории и сепаратриса для системы, состоящей из центрального тела — планеты Сатурн, возмущающего тела — Мимаса и частиц кольца Сатурна (случай соизмеримости 2 : 1). В качестве координат использованы переменные $p=e\cos s$ и $q=e\sin s$, так что $x=\gamma^{1/4}p$, $y=-\gamma^{1/4}q$.

6. **Определение λ.** После определения канонических элементов x, y интегирование исходной задачи, как показано в п. 3, связано с вычислением переменной $\lambda = M + \omega - n'(t - t_0)$. Согласно (21) определению подлежат две квадратуры:

$$Q_1 = \int (x^2 + y^2)\,dt,\ Q_2 = \int x\,dt. \tag{28}$$

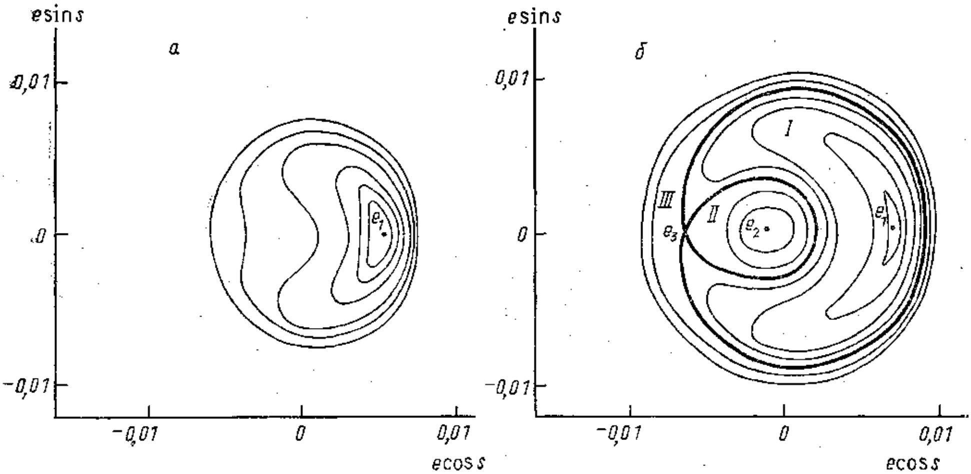

Рис. 5. Фазовые траектории для $k=1$, $\mu=0{,}66\times10^{-7}$, $\varkappa=0{,}882\cdot10^{-3}$ ($\bar{\gamma}=0{,}6393$): $\gamma = 0{,}6392$ (*а*) и 0,6394 (*б*)

Используя теорему Лиувилля, с учетом (25)—(27) нетрудно получить

$$Q_1 = Et + \frac{\sqrt{a_4}}{a_1} \ln \frac{\sigma(t - w_1)}{\sigma(t + w_1)},\ Q_2 = -\frac{1}{2a_1}(\zeta(t + w_1) + \zeta(t - w_1) + a_2 t), \tag{29}$$

где

$$E = (1/a_1^2)\{[\wp(w_1) - \wp(2w_1)]^2 + 2\wp'(2w_1)\,\zeta(w_1)\},$$

σ и ζ — соответствующие функции Вейерштрасса.

Таким образом, и элемент λ, определяемый (21), с учетом (29) окончательно представлен в функции независимой переменной t.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Герасимов И. А.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1988. **29**, № 4. С. 97. [2] Моисеев Н. Д.//Тр. ГАИШ. 1945. **15**. С. 75. [3] Герасимов И. А.//Астрон. журн. 1986. **63**. С. 567. [4] Курош А. Г.//Курс высшей алгебры. М., 1975. [5] Герасимов И. А.//Астрон. журн. 1983. **60**. С. 1026.

Поступила в редакцию
18.01.89