1985. Т. 5. С. 219. [6] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. М., 1976. [7] Devonshire A. F.//Adv. in Phys. 1954. 3, N 10. P. 86. [8] Блинц Р., Жекш Б. Сегнетоэлектрики и антисегнетоэлектрики. Динамика решетки. М., 1975. [9] Гуфан Ю. М., Торгашев В. И.//ФТТ. 1980. 22, № 6. С. 1629. [10] Гуфан Ю. М., Кутьин Е. И., Лорман В. Л., Сидоренко Е. М.//ФТТ. 1987. 29, № 3. С. 756. [11] Гуфан Ю. М., Ларин Е. С.//ФТТ. 1987. 29, № 1. С. 8. [12] Изюмов Ю. А., Сыромятников В. Н. Фазовые переходы и симметрия кристаллов. М., 1984. [13] Чобот Г. М., Варикаш В. М.//ДАН БССР. 1988. 32, № 3. С. 223. [14] Dvořak V., Ishibashi Y.//J. Phys. Soc. Jap. 1976. 41, N 2. P. 548.

Поступила в редакцию
28.11.88

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1990. Т. 31, № 1

УДК 538.566.5

КОЭФФИЦИЕНТ ПРОПУСКАНИЯ РАВНОМЕРНО ИЗОГНУТЫХ РЕНТГЕНОВСКИХ ВОЛНОВОДОВ В РЕЖИМЕ ШЕПЧУЩИХ МОД

В. А. Бушуев, М. Н. Оруджалиев, Р. Н. Кузьмин

(кафедра физики твердого тела)

На основе явления полного внешнего отражения проведен теоретический анализ коэффициента пропускания рентгеновских волноводов в зависимости от их длины, радиуса изгиба, расстояния между стенками и расходимости пучка. Показана возможность поворота рентгеновских пучков на углы до 10—20° с эффективностью порядка 10%.

В последнее время значительно возрос интерес к исследованиям по транспортировке и изменению направления распространения пучков рентгеновского излучения с помощью явления полного внешнего отражения (ПВО). Явление ПВО заключается в резком возрастании коэффициента отражения $P_1 \approx 1$ при углах скольжения $\vartheta \leqslant \vartheta_c$, где $\vartheta_c = \sqrt{|\chi_r|}$ — критический угол ПВО, и обусловлено тем, что в рентгеновском диапазоне длин волн показатель преломления среды меньше единицы, поскольку действительная часть поляризуемости χ_r отрицательна. Для жесткого рентгеновского излучения с $\lambda \sim 1$ Å типичные значения ϑ_c составляют 5—15 угл. мин.

Рентгеновский волновод с многократным ПВО впервые был реализован в работе [1]. В работах [2—6] показано, что транспортировка рентгеновского излучения вдоль прямых волноводов (полых стеклянных и металлических трубок с внутренним диаметром порядка 0,1—1 см и длиной до нескольких метров) происходит без существенных потерь, что позволяет в десятки раз повысить плотность излучения на мишени, удаленной на некоторое расстояние от источника [5, 6].

Поворот рентгеновского пучка на несколько градусов экспериментально осуществлен при скользящих углах отражения от вогнутых цилиндрических зеркал [7] (см. также теоретические работы [8, 9]) и при транспортировке в тонких (~0,5 мм) изогнутых капиллярах [6, 10]. В работе [11] впервые показана принципиальная возможность концентрации расходящегося характеристического излучения рентгеновской трубки с помощью системы капилляров или коаксиальных сферических зеркал, в результате которой интенсивность излучения обычных рентгеновских трубок на выходе ПВО-системы может стать сравнимой с интенсивностью мощных синхротронных источников.

В настоящей работе проведен анализ коэффициента пропускания изогнутых рентгеновских волноводов в зависимости от их длины, радиуса изгиба, расстояния между стенками и расходимости пучка на входе в волновод.

Рассмотрим прохождение рентгеновского излучения через равномерно изогнутый волновод с длиной L и радиусом изгиба R, образованный двумя цилиндрическими поверхностями A и B с расстоянием между ними $2d$. На расстоянии $h \simeq d/\varphi_0$ от входного торца волновода на его оси расположен источник рентгеновского излучения S (рис. 1).

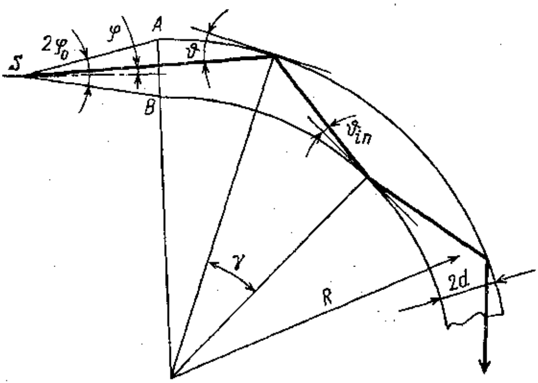

Рис. 1

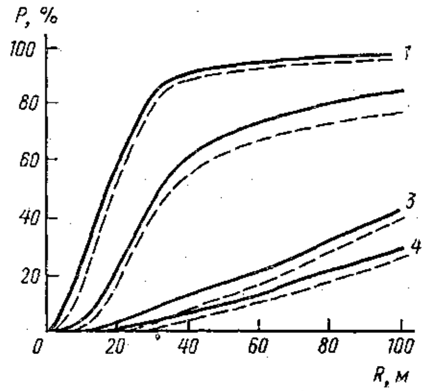

Рис. 2

Рис. 1. Геометрия распространения рентгеновских лучей по равномерно изогнутому волноводу

Рис. 2. Коэффициент пропускания рентгеновского волновода в зависимости от радиуса изгиба при апертурах $\varphi_0=10^{-3}$ (сплошные кривые) и $\varphi_0=2\cdot 10^{-3}$ (штриховые): $d=0{,}1$ мм, $L=1$ (*1*) и 5 м (*2*); $d=1$ мм, $L=1$ (*3*) и 5 м (*4*)

В дальнейшем будем считать, что $\lambda/d \ll \vartheta_c$, поэтому справедливо приближение геометрической оптики (см. в [5]).

Получим связь между углом отклонения φ какого-либо выделенного рентгеновского луча, выходящего из источника S, по отношению к оси волновода и углом скольжения ϑ по отношению к его стенкам. В случае падения луча на поверхность A из рис. 1 имеем

$$\frac{R+d}{\cos\varphi}=\frac{R+h\sin\varphi}{\cos\vartheta},$$

откуда при $d \ll R$ и φ, $\vartheta \ll 1$ следует, что

$$\vartheta^2=\varphi^2+2a\,(1-\varphi/\varphi_0), \tag{1}$$

где $a=d/R$. Соотношение (1) справедливо при $\varphi_1<\varphi\leqslant\varphi_0$, где угол φ_1 (см. (3)) определяется из условия касательного падения луча на поверхность B. При уменьшении угла φ от φ_0 до φ_1 угол скольжения $\vartheta(\varphi)$ изменяется от φ_0 до $\vartheta=2\sqrt{a}$. Если $R=\infty$ (прямой волновод), то $a=0$ и $\vartheta=|\varphi|$.

Очевидно, что наиболее оптимальное условие ввода излучения в волновод определяется неравенством $\vartheta<\vartheta_c$. Так, при падении луча вдоль оси волновода, т. е. при $\varphi=0$, отсюда вытекает следующее требование на радиус изгиба волновода: $R>2d/\vartheta_c^2$.

При падении луча на поверхность B для угла скольжения $\vartheta_i(\varphi)$ получим

$$\vartheta_i^2=\varphi^2-2a\,(1+\varphi/\varphi_0), \tag{2}$$

где $-\varphi_0\leqslant\varphi\leqslant\varphi_1$. Отражение от поверхности A сменяется отражением от поверхности B при $\varphi=\varphi_1$, где граничный угол φ_1 определяется из условия $\vartheta_i=0$ в (2):

$$\varphi_1=a/\varphi_0-\sqrt{(a/\varphi_0)^2+2a}<0. \tag{3}$$

Угол скольжения ϑ_i в (2) монотонно спадает от $\vartheta_i=\varphi_0$ при $\varphi=-\varphi_0$ до $\vartheta_i=0$ при $\varphi=\varphi_1$.

Пусть ϑ_{in} — угол скольжения, который составляет луч по отношению к поверхности B в результате предыдущего отражения от поверхности A с углом скольжения ϑ (см. рис. 1). Получим связь между ϑ_{in} и ϑ. Из рис. 1 следует, что

$$(R-d)/\cos\vartheta=(R+d)/\cos\vartheta_{in}.$$

Отсюда при малых углах ϑ и ϑ_{in} получим

$$\vartheta_{in}=\sqrt{\vartheta^2-4a}\,. \tag{4}$$

Из (4) следует, что при $\vartheta>\vartheta_0$, где $\vartheta_0=2\sqrt{a}$, распространение излучения в волноводе представляет собой чередующиеся отражения от обеих стенок волновода, а при $\vartheta<\vartheta_0$ осуществляется так называемый режим шепчущих (скользящих) мод, когда излучение многократно отражается только от поверхности A. Если $\vartheta\approx\vartheta_c$, то из условия $\vartheta<\vartheta_0$ следует, что режим шепчущих мод реализуется при радиусах изгиба волновода, меньших некоторого критического радиуса, т. е. $R<R_c$, где $R_c=4d/\vartheta_c^2$. Отметим также, что для поворота пучка на бóльший угол при заданной длине L требуется и бóльший изгиб волновода, т. е. меньший радиус R. Вместе с тем, как указывалось выше, величина R ограничена снизу условием оптимального ввода энергии. Так, для осевого луча $R>R_c/2$. При $R\gg R_c$ транспортировка в изогнутом волноводе практически не отличается от случая прямого волновода.

Из выражений (1) и (4) следует, что режим шепчущих мод осуществляется при углах φ, лежащих в интервале $\varphi_1<\varphi\leqslant\varphi_m$, где $\varphi_m=\min\{\varphi_0,\varphi_2\}$,

$$\varphi_2=a/\varphi_0+\sqrt{(a/\varphi_0)^2+2a}. \tag{5}$$

С уменьшением параметра a, т. е. с приближением волновода к прямому или с уменьшением зазора $2d$, интервал углов φ, в котором реализуется режим шепчущих мод, также уменьшается.

Для поворота луча на угол ψ требуется $N_{AA}=\mathrm{ent}(\psi/2\vartheta)+1$ последовательных отражений от поверхности A, где $\mathrm{ent}(x)$ означает целую часть x. Поскольку $L=R\psi$, то при $\psi/2\vartheta\gg1$

$$N_{AA}\simeq L/(2R\vartheta).$$

Траектория луча представляет собой правильный многоугольник, вписанный в дугу окружности с радиусом $R+d$. Угол скольжения ϑ для всех отражений одинаков, так что коэффициент пропускания волновода для какого-либо луча, падающего под углом ϑ к поверхности A, имеет вид

$$P_{AA}(\vartheta)=[P_1(\vartheta)]^{N_{AA}}, \tag{6}$$

где $P_1(\vartheta)$ — коэффициент однократного отражения. Если внутренние поверхности волновода достаточно гладкие, то P_1 представляет собой френелевский коэффициент отражения:

$$P_1(\vartheta)=\left|\frac{1-\eta}{1+\eta}\right|^2, \qquad (7)$$

где $\eta=\sqrt{1+\chi/\vartheta^2}$, $\chi=\chi_r+i\chi_i$ — рентгеновская поляризуемость материала стенок волновода. Анализ отражения от слабошероховатой плоской поверхности см., например, в работах [12—14]. Отметим также, что в экспериментах [1—4, 6] внутренняя поверхность волноводов не подвергалась какой-либо специальной обработке, тем не менее коэффициент прохождения был достаточно высок, что в первом приближении свидетельствует о слабом влиянии шероховатостей.

Если $\varphi_2<\varphi_0$, то в интервале углов $\varphi_2<\varphi\leqslant\varphi_0$ реализуется волноводный режим чередующихся отражений типа *ABAB*... от обеих поверхностей волновода. Углы скольжения по отношению к поверхностям *A* и *B* составляют ϑ и ϑ_{in} соответственно. Используя (5), можно показать, что условие $\varphi_2<\varphi_0$ эквивалентно условию, наложенному на входную апертуру волновода: $\varphi_0>\vartheta_0$.

Из рис. 1 легко определить, что длина пути луча между двумя последовательными отражениями следующим образом связана с расстоянием d и углами ϑ и γ, где $\gamma=\vartheta-\vartheta_{in}$ — соответствующий центральный угол:

$$l=(R-d)\sin\gamma/\cos\vartheta.$$

При малых $d\ll R$ и γ, $\vartheta\ll1$ отсюда следует, что $l\approx R\gamma$. В итоге полное число двукратных отражений

$$N_{AB}\simeq L/2R\gamma. \qquad (8)$$

В случае $a\to0$, что отвечает переходу к прямому или к очень тонкому волноводу, угол $\vartheta_{in}\to\vartheta$, $\gamma\approx2a/\vartheta$ и из (8) следует известный результат для числа отражений в прямом волноводе: $N=2N_{AB}=L\vartheta/2d$.

С учетом (8) коэффициент пропускания при отражении от обеих стенок изогнутого волновода равен

$$P_{AB}(\vartheta)=[P_1(\vartheta)\,P_1(\vartheta_{in})]^{N_{AB}}. \qquad (9)$$

Так как $\vartheta_{in}<\vartheta$ (см. (4)), то в (9) коэффициент отражения от внутренней поверхности волновода *B* больше, чем от поверхности *A*.

Рассмотрим теперь падение рентгеновского излучения на входной торец волновода в интервале углов $-\varphi_0\leqslant\varphi\leqslant\varphi_1$. При этом ϑ_{in} в (4) следует заменить на ϑ_i из (2). Поскольку, согласно (4), $\vartheta_i>\vartheta_0$, то в указанном интервале углов φ всегда реализуется режим многократных отражений типа *BABA*... от обеих стенок волновода с коэффициентом пропускания

$$P_{BA}(\vartheta_i)=[P_1(\vartheta_i)\,P_1(\vartheta)]^{N_{AB}}. \qquad (10)$$

Общий коэффициент пропускания, нормированный на интенсивность падающего излучения в пределах входной апертуры волновода, равен

$$P=\frac{1}{2\varphi_0}\left[\int\limits_{-\varphi_0}^{\varphi_1}P_{BA}d\varphi+\int\limits_{\varphi_1}^{\varphi_0}P_{AA}d\varphi\right] \qquad (11)$$

при $\varphi_0 < \vartheta_0$ и

$$P = \frac{1}{2\varphi_0}\left[\int_{-\varphi_0}^{\varphi_1} P_{BA}d\varphi + \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} P_{AA}d\varphi + \int_{\varphi_2}^{\varphi_0} P_{AB}d\varphi\right] \tag{12}$$

в случае $\varphi_0 > \vartheta_0$. Излучение выходит из волновода с расходимостью $\Delta\varphi' \approx \approx \sqrt{\vartheta_m^2 + \vartheta_0^2}$, где $\vartheta_m = \min\{\vartheta_0, \vartheta_c\}$.

Расчет коэффициента пропускания проводился по формулам (11), (12) с учетом (6)—(10) для волноводов из стекла марки С-52 и рентгеновского CuK_α-излучения ($\lambda = 1{,}54$ Å, $\vartheta_c = 4\cdot 10^{-3}$ рад, $\chi_r = -1{,}6\cdot 10^{-5}$, $\chi_i = 2\cdot 10^{-7}$). На рис. 2 изображена зависимость коэффициента пропускания волноводов с длинами 1 и 5 м от радиуса изгиба R для двух значений полуширины зазора $d = 0{,}1$ и 1 мм и для двух углов апертуры $\varphi_0 = 0{,}25\,\vartheta_c$ и $0{,}5\,\vartheta_c$. Критические радиусы изгиба R_c составляют 25 и 250 м для тонкого и толстого волноводов соответственно.

Как видно из рис. 2, даже при $R < R_c$ рентгеновские лучи распространяются в волноводе с достаточно высокими коэффициентами пропускания ($P \leqslant 30$—60 % в случае $d = 0{,}1$ мм). Для используемых нами значений φ_0 и d при $R < 100$ м выполняется условие $\varphi_0 < \vartheta_0$, поэтому вклад в P отражений в режиме шепчущих мод является определяющим (см. (11)). С увеличением апертуры до $\varphi_0 \geqslant \vartheta_c$ коэффициент пропускания резко уменьшается, особенно в области малых R. Волноводы с малыми значениями d являются более предпочтительными как с точки зрения увеличения коэффициента пропускания (см. рис. 2), так и для уменьшения расстояния от источника до входного торца волновода. Для поворота рентгеновского пучка, например, на угол $\psi = 5°$ при апертуре $\varphi_0 = 2\cdot 10^{-3}$ волновод с длиной 1 м следует изогнуть так, чтобы $R = 11{,}5$ м, а для волновода с $L = 5$ м — $R = 57{,}3$ м. При этом коэффициенты пропускания тонких волноводов с $d = 0{,}1$ мм составляют 25 и 17 % соответственно.

В заключение отметим, что результаты настоящей работы показывают принципиальную возможность транспортировки рентгеновских пучков со значительным изменением их ориентации (порядка 10—20°) и с достаточно высоким (на уровне ~10 %) коэффициентом пропускания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Pound R. V., Rebka G. A.//Phys. Rev. Lett. 1959. **3**, N 9. P. 439. [2] Mallozzi P. J., Epstein H. M., Jung R. J. et al.//J. Appl. Phys. 1974. **45**, N 4. P. 1891. [3] Vetterling W. T., Pound R. V.//J. Opt. Soc. Am. 1976. **66**, N 10. P. 1048. [4] Watanabe M., Hidaka T., Tanino H. et al.//Appl. Phys. Lett. 1984. **45**, N 7. P. 725. [5] Виноградов А. В., Кожевников И. В.//ЖТФ. 1984. **54**, № 9. С. 1755. [6] Аркадьев В. А., Коломийцев А. И., Кумахов М. А. и др.// //Поверхность. Физика, химия, механика. 1987. № 2. С. 44. [7] Комаров Ф. Ф., Наумович А. И., Самусевич Г. Г. и др.//Там же. 1986. № 6. С. 31. [8] Виноградов А. В., Ковалев В. Ф., Кожевников И. В. и др.//ЖТФ. 1985. 55, № 2. С. 244. [9] Аркадьев В. А., Кумахов М. А., Фаязов Р. Ф.//Письма в ЖТФ. 1988. **14**, № 3. С. 226. [10] Александров Ю. М., Валиев К. А., Великов Л. В. и др.//Письма в ЖТФ. 1987. **13**, № 5. С. 257. [11] Бушуев В. А., Кузьмин Р. Н.//Препринт физ. фак. МГУ № 26. М., 1988. [12] Петрашень П. В., Ковьев Э. К., Чуховский Ф. Н. и др.//ФТТ. 1983. **25**, № 4. С. 1211. [13] Андреев А. В.//УФН. 1985. **145**, № 1. С. 113. [14] Виноградов А. В., Зорев Н. Н., Кожевников И. В. и др.//ЖЭТФ. 1988. **94**, № 8. С. 203.

Поступила в редакцию
05.12.88