delas P.//Phys. Rev. 1986. **D33**, N 6. P. 1590. [4] Власов А. А.//ТМФ. 1987. **73**, № 1. С. 154. [5] Власов А. А.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1989. **30**, № 5. С. 72. [6] Логунов А. А., Мествиришвили М. А. Основы релятивистской теории гравитации. М., 1986.

Поступила в редакцию
29.05.89

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1990. Т. 31, № 1

УДК 530.145.6

РАДИАЦИОННЫЕ ПЕРЕХОДЫ ОДНОМЕРНОГО АТОМА ВОДОРОДА

В. Б. Гостев, И. В. Гостев, А. Р. Френкин, Г. А. Чижов

(кафедра теоретической физики)

На основе предложенной нами модели одномерного атома водорода (1H) [1, 2] показано, что вероятности спонтанных переходов у 1H имеют тот же порядок, что и у трехмерного атома водорода. Указана принципиальная возможность наблюдения этих переходов.

Заряженная частица в одномерном притягивающем кулоновском поле, совершающая финитное движение (1H) и описываемая гамильтонианом ($\hbar=2m=-e=1$)

$$\hat{H}=-\frac{d^2}{dx^2}-\frac{1}{|x|},\quad -\infty<x<\infty, \tag{1}$$

давно уже рассматривалась в литературе ([3], обзор [4]).

В отличие от результатов [3, 5] в нашей модели 1H имеет основное состояние с конечной энергией E_{0+}, величина которой (и всех четных невырожденных уровней энергии) определяется автомодельными граничными условиями ($E_{n+}\sim e^2$), содержащими одну произвольную постоянную D [2]. Четные уровни E_{n+} находятся из характеристического уравнения [2]

$$g(q)=\ln q-(2q)^{-1}-\psi(q)-\pi\operatorname{ctg}\pi q=D,\quad 0<q<\infty,\quad -\infty<D<\infty,$$

$$E_{n+}=-\frac{1}{4q_n^2},\quad E_{n-}=-\frac{1}{4(n+1)^2},$$

$$E_{n+}<E_{n-}<E_{(n+1)+},\quad n=0,\ 1,\ 2\ldots, \tag{2}$$

где $\psi(z)$ — логарифмическая производная гамма-функции, $n<q_n<n+1$ — корни уравнения (2). При $q\gg1$

$$g(q)=-\pi\operatorname{ctg}\pi q+\frac{1}{12q^2}. \tag{3}$$

Рассмотрим радиационные переходы между уровнями 1H противоположной четности. В нашей модели ширины уровней относительно спонтанных переходов конечны в отличие от нефизичной модели 1H [3, 5], в которой любое четное состояние мгновенно высвечивается за счет дипольного перехода в «падающее» основное состояние ($E_0\to-\infty$ [3—5]).

Вероятности переходов $(m_\pm)\to(n_\mp)$ находятся по известным правилам [6] с помощью матричных элементов

$$x_{m\pm,n\mp}=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\psi_{m\pm}x\psi_{n\mp}\,dx,\quad n,\ m=0,\ 1,\ 2,\ \ldots, \tag{4}$$

где $\psi_{m\pm}$ — нормированные собственные функции четных (+) и нечетных (—) состояний. Функции $\psi_{n-}(x)$ совпадают с радиальными кулоновскими функциями [7, с. 140—150] ($l=0$, $n\to n-1$). Функции $\psi_{n+}(x)$ даются формулой

$$\psi_{n+}=N_nx\exp\left\{-\frac{x}{2q^n}\right\}U(1-q_n,\ 2,\ xq_n^{-1}), \tag{5}$$

приведенной в [1] без нормировки. В (5) $U(a, b, z)$ — вырожденная гипергеометрическая функция, регулярная при $z\to+\infty$ [7, с. 744],

$$N_n^2=[(2q_n)^3\,\Gamma^{-1}\,(1-q_n)\,(2q_n+2q_n^2\psi'\,(1-q_n)+1)]^{-1}. \tag{6}$$

Аналитическое выражение матричного элемента (4) в общем случае очень громоздко. Приведем его только для переходов на уровень (0_-) (и $(0_-)\to(0_+)$ перехода):

$$x_{0-,n+}=2^{11/2}q_n^{5/2}\,(q_n-1)^{-2}\,(q_n+1)^{-4}\,I\,(q_n), \tag{7}$$

$$I\,(q)=(1+2q+2q^2\psi'\,(1-q))\sum_{n=0}^{\infty}\frac{k+1}{k+1-q}\left(\frac{q-1}{q+1}\right)^k\times$$

$$\times\left(\frac{3}{2}q^2-3qk-3q+k^2+2k+\frac{3}{2}\right),$$

при $q_n\to1$ $(D\to+\infty)$ $I(q_n)\backsim(q_n-1)^2$ и $x_{0-,\,n+}$ конечно. Спонтанное излучение при $(n_+)\to(0_-)$ $((0_-)\to(0_+))$ переходах с интенсивностью $(c=1)$

$$W_{n+,0+}=\frac{4\omega^3_{n+,0-}}{3}\,|x_{0-,n+}|^2, \tag{8}$$

где $\omega_{n\pm,m\mp}=E_{n\pm}-E_{m\mp}$, приводит к ширине уровня $n_+(0_-)$ относительно этого перехода

$$\Delta E_{n+,0-}=W_{n+,0-}\omega^{-1}_{n+,0-}=2^7\cdot3^{-1}\,[q_n\,(q_n-1)\,(q_n+1)^5]^{-1}\,I^2\,(q_n). \tag{9}$$

Вычисление $\Delta E_{1+,0-}$ (9) для различных значений $q_n(D)$ (2) показывает, что порядок $\Delta E_{1+,0-}$ такой же, как и для трехмерного атома водорода, в частности при $D=+\infty$ $(q_n=n+1)$ $\Delta E_{1+,0-}=(9/16)\,\Delta E_{2p,\,1s}$. Численный расчет показывает также, что функция $I(q)$ (7), как и $g(q)$ (2), (3) асимптотически $(q\gg1)$ периодична с периодом 1 и имеет единственный нуль в каждом интервале $n<q<n+1$, $n=1, 2, \ldots,$

$$I(\tilde{q}_n)=0,\quad \tilde{q}_n=0{,}291+n,\quad n\gg1. \tag{10}$$

Кажется физически приемлемым потребовать наличия радиационной устойчивости уровней E_{n+}, $n\gg1$, относительно дипольного перехода $(n_+)\to(0_-)$: $\Delta E_{n+,\,0-}=0$, $n\gg1$.

Отсюда по формулам (2), (3) и (10) определяется постоянная D:

$$D=-\pi\,\mathrm{ctg}\,\pi\tilde{q}_n=-2{,}42. \tag{11}$$

Численные расчеты радиационной устойчивости относительно других переходов $((n_+)\to(m_-)$, $(n_-)\to(m_+)$, $n\gg m$, $m\sim1)$ приводят к близким значениям D.

Окончательный выбор постоянной D может быть сделан на основании экспериментальных данных — наблюдений спектральной линии хотя бы одного спонтанного или вынужденного перехода 1H $(n_\pm)\to(m_\mp)$, по которой можно однозначно восстановить энергию уровня (n_+) (энергии (n_-) известны (2)), а следовательно, все четные уровни (2).

Гамильтониан (1) соответствует реальной физической системе [7, с. 527—528] — атому водорода в столь сильном магнитном поле, что

$$a_H\ll a_B q_0, \tag{12}$$

где a_H — полуширина основного состояния осциллятора Ландау при движении электрона в однородном магнитном поле [7, с. 522—524], a_B — боровский радиус.

Для реального атома водорода магнитное поле, удовлетворяющее неравенству (12), $H=10^9$ Гс. Это значение на два порядка меньше полей на поверхности пульсаров [8]. Поэтому в принципе возможно наблюдение линий, соответствующих дипольным переходам между состояниями 1H. Спектр 1H при конечных D (2) значительно отличается от спектра трехмерного атома водорода, и поэтому спектральные линии 1H можно легко идентифицировать.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Гостев В. Б., Гостев И. В., Френкин А. Р.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1987. **28**, № 5. С. 77. [2] Гостев В. Б., Гостев И. В., Френкин А. Р.// //Там же. 1988. **29**, № 5. С. 9. [3] Loudon R.//Am. J. Phys. 1959. 27. P. 649. [4] Moss R. E.//Ibid. 1987. **55**. P. 397. [5] Луценко И. В., Мардоян Л. Г., Погосян Г. С. и др. Препринт ОИЯИ Р-2-88-923. Дубна, 1988. [6] Бете Г., Солпитер Э. Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами. М., 1960. С. 391. [7] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М., 1974. [8] Физика космоса. М., 1986. С. 521—527.

Поступила в редакцию
13.06.89

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1990. Т. 31, № 1

ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ

УДК 535.417

СИНТЕЗ ДВУХКОМПОНЕНТНЫХ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ ПОКРЫТИЙ С ЗАДАННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ В НЕКОТОРОМ ДИАПАЗОНЕ ДЛИН ВОЛН И УГЛОВ ПАДЕНИЯ СВЕТА

А. В. Тихонравов, С. В. Гребенщиков

(кафедра математики)

Описан метод численного решения задачи синтеза оптического покрытия, обладающего заданным коэффициентом пропускания в некотором диапазоне длин волн и углов падения света. Приведены примеры синтеза широкополосных просветляющих покрытий, предназначенных для работы в диапазоне углов падения 0—45°.

Постоянный интерес к задачам синтеза многослойных оптических покрытий вызван их широким практическим применением и разнообразием предъявляемых к ним требований. Однако большинство работ в этой области посвящено синтезу покрытий, предназначенных для использования при нормальном падении света. Что же касается задач, в которых требуется получать заданные характеристики в некотором диапазоне длин волн и углов падения, то до настоящего времени этому вопросу практически не уделялось внимания.

В данной работе описывается метод численного решения задачи синтеза многослойной системы, имеющей коэффициент пропускания $T(\lambda, \theta)$, близкий к заданному $\hat{T}(\lambda, \theta)$ в спектральной области $[\lambda^{(0)}, \lambda^{(M)}]$ и диапазоне углов падения $[\theta^{(0)}, \theta^{(L)}]$.

Пусть двухкомпонентная многослойная система расположена между двумя полубесконечными средами, имеющими вещественные показатели преломления n_0 и n_{N+1}. Чередующиеся материалы слоев считаются однородными и изотропными и полностью характеризуются своими вещественными показателями преломления n_j $(j=1, 2, \ldots, N)$. В зависимости от четности номера слоя j показатель преломления принимает одно из двух значений: $n_j=n_1$, если j — нечетное, и $n_j=n_2$, если j — четное. Плоская монохроматическая линейно поляризованная волна падает на многослойную систему из среды с показателем преломления n_{N+1}. Волновой вектор в этой среде образует с нормалью к плоскопараллельным границам раздела угол θ. Энергетические коэффициенты отражения и пропускания для каждого состояния поляризации могут быть вычислены через амплитудный коэффициент отражения:

$$R^{s,p}(\lambda, \theta) = |r^{s,p}(\lambda, \theta)|^2; \quad T^{s,p}(\lambda, \theta) = 1 - R^{s,p}(\lambda, \theta).$$

Далее верхние индексы s и p сохраняются только там, где требуется выделить, какое именно состояние поляризации имеется в виду. Выражения без верхних индексов справедливы для обеих поляризаций.

Амплитудный коэффициент отражения r для каждого значения длины волны λ и угла падения θ определяется с помощью рекуррентных формул Власова:

$$r=r_N;$$

$$r_0=\rho_0; \; r_j=\frac{\rho_j + r_{j-1}\exp(2i\varphi_j)}{1+\rho_j r_{j-1}\exp(2i\varphi_j)}, \quad i=1, 2, \ldots, N.$$