ЛИТЕРАТУРА

[1] Уилл К. Теория и эксперимент в гравитационной физике. М., 1985. [2] Денисов В. И., Логунов А. А., Мествиришвили М. А., Чугреев Ю. В.// //Тр. МИАН СССР. 1985. **167**. С. 108. [3] Blandford R., Teukolsky S. A.// //Astroph. J. 1976. **205**. P. 80.

Поступила в редакцию
10.04.89

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1990. Т. 31, № 2

РАДИОФИЗИКА

УДК 533.9.537.5

ОСОБЕННОСТИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПЛОТНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ С ПОПЕРЕЧНО-НЕОДНОРОДНОЙ АНИЗОТРОПНОЙ ПЛАЗМОЙ

М. В. Кузелев, А. Н. Халилов

(кафедра физической электроники)

Проведено численное исследование роли нелинейных эффектов в плазме при развитии пучково-плазменной неустойчивости в волноводе, изучен вопрос о формировании в процессе такой неустойчивости возмущений полей и плотностей пучка и плазмы солитонного типа. Получен количественный критерий применимости в теории пучково-плазменных взаимодействий линейного по электронам плазмы приближения.

В последние десятилетия исследованию взаимодействия электронных пучков с плазмой в пространственно ограниченных системах уделяется повышенное внимание, что главным образом связано с многочисленными задачами плазменной СВЧ-электроники. Несмотря на имеющийся существенный прогресс теории пучково-плазменных взаимодействий (см., напр., [1—5]), целый ряд важных вопросов, имеющих к этой теории отношение, оказывается недостаточно изученным. К ним относятся вопрос о роли нелинейных эффектов в плазме при развитии пучково-плазменной неустойчивости и вопрос о формировании в процессе такой неустойчивости возмущений полей и плотностей пучка и плазмы солитонного типа. Настоящая работа посвящена изучению именно этих вопросов.

1. Рассмотрим в качестве модельной поперечно-неоднородной пучково-плазменной системы металлический волновод, пронизываемый бесконечно тонкими замагниченными электронным пучком и плазмой. Ионы вследствие их большой по сравнению с электронами массой считаются неподвижными. Пучок предполагается нерелятивистским, что позволяет ограничиться потенциальным приближением.

Электромагнитные свойства взаимодействующих систем частиц при указанных выше условиях определяются из следующей системы нелинейных уравнений [6]:

$$\left(\Delta_\perp + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\Phi = -4\pi e \sum_{\alpha=p,b} S_\alpha n_\alpha \delta(\mathbf{r}_\perp - \mathbf{r}_\alpha) \int \delta[z - z_\alpha(t, z_0)]\, dz_0,$$

$$\frac{d^2 z_\alpha}{dt^2} = -\frac{e}{m}\frac{\partial \Phi}{\partial z}, \tag{1}$$

где $\Phi = \Phi(\mathbf{r}_\perp, z, t)$ — электростатический потенциал, $\mathbf{r}_\perp$ — координата

в поперечном сечении волновода, $\Delta_\perp$ — поперечная часть оператора Лапласа, $\mathbf{r}_\alpha$ — координаты в поперечном сечении волновода частиц сорта α, z_α — их продольные координаты, S_α — площадь поперечного сечения системы частиц сорта α, n_α — их невозмущенные плотности. Потенциал Φ обращается в нуль на металлической стенке волновода и удовлетворяет условию периодичности по координате z:

$$\Phi|_\Sigma \equiv 0, \quad \Phi(\mathbf{r}_\perp, 0, t) = \Phi(\mathbf{r}_\perp, L, t), \tag{2}$$

где $L = 2\pi/k_\parallel$ — период возмущений системы. В качестве начальных условий выберем следующие:

$$z_\alpha|_{t=0} = z_0; \quad \dot{z}_b|_{t=0} = u + \tilde{z}(z_0); \quad \dot{z}_p|_{t=0} = 0; \tag{3}$$

где u — невозмущенная скорость пучка, а $\tilde{z}(z_0)$ определяет затравочную модуляцию пучка по скорости. В дальнейшем считаем, что функция $\tilde{z}$ мала и имеет период $2\pi/k_\parallel$. Задача (1)—(3) представляет собой начальную задачу об эволюции возмущения системы.

Разлагая Φ в двойной ряд Фурье, учитывающий нелинейную генерацию высших по продольному волновому числу $k_\parallel$ гармоник волн, сведем систему уравнений (1)—(3) к следующему виду:

$$\begin{gathered}
\frac{d^2 y_b}{dt^2} + \frac{1}{2} i\Omega_b^2 \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{l} R_{bl} (\rho_{bl} \exp\{ily_b\} - \text{к.с.}) = \\
= -\frac{1}{2} i\Omega_p^2 \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{l} G_l (\rho_{pl} \exp\{ily_b\} - \text{к. с.}), \\
\frac{d^2 y_p}{dt^2} + \frac{1}{2} i\Omega_p^2 \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{l} R_{pl} (\rho_{pl} \exp\{ily_p\} - \text{к. с.}) = \\
= -\frac{1}{2} i\Omega_b^2 \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{l} G_l (\rho_{bl} \exp\{ily_p\} - \text{к. с.}).
\end{gathered} \tag{4}$$

Здесь $\Omega_\alpha^2 = \frac{4\pi e^2 n_\alpha}{m} \cdot \frac{S_\alpha}{S_W}$ — величины размерности частоты, пропорциональные погонной плотности частиц сорта α; S_W — площадь поперечного сечения волновода; $R_{\alpha l}$ и G_l — геометрические факторы, определяющие спектры частот плазменных колебаний частиц сорта α и зацепление пучковых и плазменных волн соответственно (явный их вид не отличается от приведенного в [6]);

$$\rho_{\alpha l} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \exp(-ily_\alpha(t, y_0))\, dy_0 -$$

амплитуды фурье-компонент возмущений плотности частиц сорта α (обезразмеренные на невозмущенную плотность); $y_\alpha = k_\parallel z_\alpha$; ($y_0 = k_\parallel z_0$ — безразмерные координаты частиц сорта α.

Система нелинейных интегро-дифференциальных уравнений (4) полностью описывает поведение частиц взаимодействующих пучка и плазмы. Левые части уравнений (4) описывают независимые нелинейные колебания пучка и плазмы, а правые части — связь между ними.

Именно эта система уравнений и исследуется численными методами в данной работе. При этом для удобства полагается $R_{\alpha l}=1$, $G_l=G$. В приближении нерелятивистского пучка основными режимами пучково-плазменного взаимодействия являются одночастичный и коллективный эффекты Черенкова. Численный анализ нелинейных явлений в плазменно-пучковой системе проводится в условиях реализации этих режимов.

2. В случае пучков малой плотности, когда

$$\Omega_b^2 \ll \Omega_p^2, \tag{5}$$

инкремент развивающейся в пучково-плазменной системе неустойчивости $\delta\omega$ имеет вид

$$\delta\omega = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\left(\frac{1}{2}G^2\Omega_b^2\Omega_p\right)^{1/3} \tag{6}$$

и удовлетворяет неравенствам

$$\Omega_b \ll |\delta\omega| \ll \Omega_p. \tag{7}$$

Неустойчивость с инкрементом (6) обусловлена одночастичным эффектом Черенкова, который реализуется, если параметр $G\sim 1$, т. е. имеет место сильная связь между пучком и плазмой. Известно, что в условиях (5) данного режима допустимо электроны плазмы считать линейными и переходом к медленным амплитудам плазменной волны исследовать динамику неустойчивости. Такое допущение справедливо, если параметр $|\delta\omega|^2/G\Omega_p^2$ мал [7], где $\delta\omega$ — инкремент (6). Представляется интересным определить необходимый для линейности плазмы порядок малости этого параметра и исследовать изменение динамики пучково-плазменной неустойчивости при его увеличении. Тем самым можно выяснить роль нелинейных эффектов в плазме и установить область применимости ставших в настоящее время классическими результатов работ [7—9]. При оговоренном выше предположении $R_{bl}=R_{pl}=1$ и $G=1$ имеем: $|\delta\omega|^2/G\Omega_p^2=\Omega_b^2/\Omega_p^2$. Последняя величина оказывается единственным параметром, входящим в уравнения (4). Она и определяет, насколько свойства плазмы близки к линейным. Рассмотрим результаты численного исследования уравнений (4) со следующими начальными условиями:

$$y_\alpha|_{t=0}=y_0;\ \dot{y}_p|_{t=0}=0;\ \dot{y}_b|_{t=0}=1+\Omega_b/\Omega_p+a_0\cos y_0,\quad (\alpha=b,\ p), \tag{8}$$

в которых учтен синхронизм $\Omega_p=k_\parallel u-\Omega_b$ медленной пучковой и плазменной волн, введено безразмерное время $\tau=\Omega_p t$; $a_0=0{,}01$ — амплитуда начального возмущения скорости пучка. Этим условиям соответствуют невозмущенные по плотности пучок и плазма, отсутствие возмущений по скорости в плазме и слабая модуляция с амплитудой a_0 скорости электронов пучка.

При малой плотности пучка ($\Omega_b^2/\Omega_p^2=10^{-3}$) механизмом насыщения неустойчивости является захват электронов пучка полем плазменной волны. Результаты в этом случае хорошо согласуются с [7]. Однако амплитуда насыщения плазменной волны оказывается несколько большей по величине ($\rho_{p1}=2{,}72$)), чем в линейном одномодовом режиме ($\rho_{p1}=2{,}34$ [7]). Это связано с учетом генерации гармоник плазменной волны по пучковой нелинейности.

При увеличении плотности пучка на порядок процесс взаимодействия и механизм насыщения в целом не изменяются. Хотя количест-

венные различия результатов в этом случае и результатов [7] становятся более заметными.

Ситуация резко меняется при дальнейшем увеличении плотности пучка. Обнаруживается нарушение формы ленгмюровской волны плазмы уже на стадии насыщения и весьма значительное нарушение ее линейности на последующих стадиях из-за интенсивной генерации гармоник волн. Кроме того, увеличение силы пространственного заряда пучка с ростом его плотности приводит к существенному изменению движения электронов пучка. Это обусловливает заметную хаотизацию пучково-плазменной системы и свидетельствует о влиянии еще одного помимо захвата механизма насыщения. Наконец, при равных плотностях пучка и плазмы характер взаимодействия оказывается сильно нелинейным и относится к случаю двухпотоковой неустойчивости.

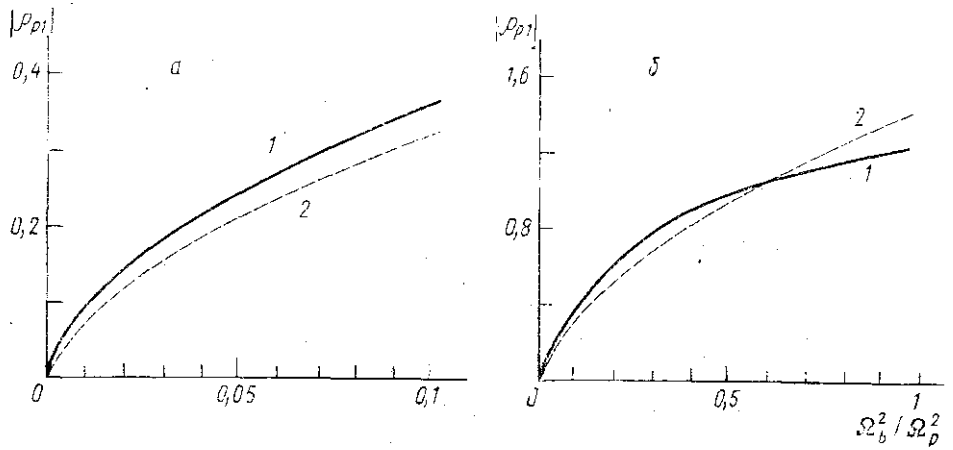

Рис. 1. Зависимости от параметра Ω^2_b/Ω^2_p амплитуды первой гармоники плазменной волны

Итоговый результат интегрирования уравнений (4) в зависимости от параметра Ω_b^2/Ω_p^2 приведен на рис. 1, где показана максимальная амплитуда плазменной волны (по ее первому максимуму) — кривая *1*; кривая *2* — та же самая величина по результатам одномодового режима [7]. Видно, что приближение линейной плазмы допустимо вплоть до значений $\Omega_b^2/\Omega_p^2 \approx 0{,}1$. На рис. 1, (*б*) обобщены изложенные результаты на область параметра Ω_b^2/Ω_p^2 вплоть до единицы.

Таким образом, в рамках рассматриваемой модели пучково-плазменной системы линейное по электронам плазмы приближение становится неправомерным при значениях параметра $\Omega_b^2/\Omega_p^2 \gtrsim 0{,}1$, когда проявление нелинейных эффектов в плазме весьма существенно, и необходимо их учитывать при исследовании механизмов насыщения и временной динамики пучково-плазменной неустойчивости.

3. С увеличением плотности пучка все большую роль начинают играть эффекты, связанные с наличием собственных частот колебаний пучка, и каждая частица начинает «ощущать» воздействие соседних. При этом одночастичный эффект Черенкова трансформируется в режим коллективного эффекта Черенкова с инкрементом неустойчивости

$$\delta\omega = i\,(1/2)\,(G^2\Omega_b\Omega_p)^{1/2}, \qquad (9)$$

который удовлетворяет условиям, противоположным (7), а именно:

$$|\delta\omega| \ll \Omega_b,\ \Omega_p. \tag{10}$$

Условие (10) подразумевает, что этот режим реализуется при достаточном пространственном разведении пучка и плазмы, когда параметр взаимодействия G становится малым (соотношение же между Ω_b и Ω_p произвольно). В данных условиях пучок и плазма эквивалентны высокодобротным колебательным системам, высокоэффективное взаимодействие которых возможно при точном резонансе $\Omega_p = k_\parallel u - \Omega_b$ между плазменной и медленной пучковой волнами. Если резонанс волн нарушится уже при малой глубине модуляции частиц по плотности, то возможно полное аналитическое решение задачи, что и было осуществлено в [6] с использованием метода разложения по траекториям частиц [10] и учетом таких нелинейных факторов, как изменение средней скорости частиц и зависимость плазменных частот от амплитуд волн. Вид полученных аналитических решений

$$|\rho_\alpha|^2 = |\rho_{\alpha\,\max}|^2/\mathrm{ch}\,(2|\delta\omega|t), \quad -\infty < t < \infty, \tag{11}$$

имеющих солитонную структуру, говорит о стабилизации неустойчивости нелинейным сдвигом частоты.

Важной задачей является обоснование солитонных решений (11), поскольку из исходной сильно нелинейной системы уравнений (4) эти решения получены путем довольно существенных упрощений. Ниже приводятся результаты численного исследования динамики пучково-плазменной неустойчивости в режиме коллективного эффекта Черенкова на основе общих нелинейных уравнений (4) с начальными условиями (8). Задача решалась методом крупных частиц [11], число которых варьировалось в пределах 30÷÷120. Суммирование в бесконечных рядах (т. е. число возбуждаемых гармоник волн) ограничивалось значением $l_{\max} = 4$ и, таким образом, учитывались все нелинейности, по крайней мере, до четвертого порядка. На рис. 2, 3 представлены результаты численного анализа для случая $G = 0{,}2$. Насыщение неустойчивости происходит при $|\rho_{\alpha l}| < 1$, когда амплитуды волн не успевают дорасти до захватного значения. Поэтому механизм насыщения не связан с явлением захвата электронов полем волны. Из-за зависимости частот волн от амплитуды насыщение неустойчивости обусловлено нелинейным сдвигом частоты. Полученный уединенный во времени солитонный характер решений подтверждает этот вывод (рис. 2), что является хорошей иллюстрацией корректности аналитических решений (11). Отличие численных решений от аналитических состоит лишь в том, что насыщение последних происходит за бесконечное время.

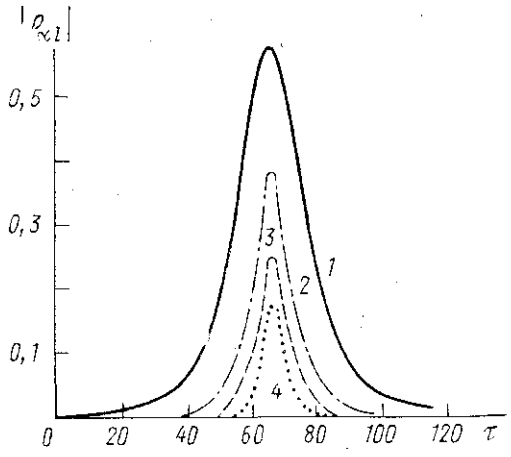

Рис. 2. Временная эволюция амплитуд гармоник плотности пучковой и плазменной волн: $l=1$ (*1*), 2 (*2*), 3 (*3*) и 4 (*4*)

Дело в том, что аналитические решения получены в адиабатическом приближении, когда $\tilde{z}|_{t\to-\infty}=0$. В числе особенностей полученных результатов можно отметить обратимость решений, т. е. их периодичность во времени. Из фазовых плоскостей электронов пучка видно, что с течением времени после стабилизации неустойчивости система возвращается в исходное состояние (рис. 3).

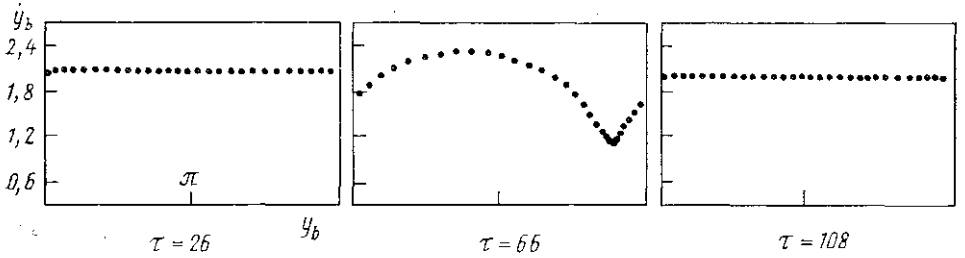

Рис. 3. Фазовые плоскости электронов пучка в различные моменты времени

Таким образом, интегрирование исходных сильно нелинейных уравнений методом крупных частиц подтверждает существование таких режимов пучково-плазменной неустойчивости, когда временное нарастание возмущений имеет солитонный характер. Насколько нам известно, для нерелятивистской пучково-плазменной системы такие решения до сих пор получены не были. Что касается релятивистских систем, то солитонные решения для них как аналитически, так и численно получены в работе [12].

В заключение авторы выражают благодарность проф. А. Ф. Александрову за полезные обсуждения результатов и ряд ценных замечаний.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Блиох Ю. П., Карась В. И., Любарский М. Г. и др.//ДАН СССР. 1984. **275**, № 1. С. 56. [2] Айзацкий Н. И.//Физика плазмы. 1980. **6**, № 3. С. 597. [3] Кузелев М. В., Рухадзе А. А., Филиппычев Д. С.//Физика плазмы. 1982. **8**, № 3. С. 537. [4] Незлин М. В.//УФН. 1976. **120**, № 3. С. 481. [5] Курилко В. И.//ДАН СССР. 1973. **208**, № 5. С. 1059. [6] Александров А. Ф., Кузелев М. В., Халилов А. Н.//ЖЭТФ. 1987. **93**, № 11. С. 1714. [7] Шапиро В. И., Шевченко В. Д.//ЖЭТФ. 1971. **60**, № 3. С. 1023. [8] Ковтун А. И., Рухадзе А. А.//ЖЭТФ. 1970. **58**, № 5. С. 1709—1714. [9] Мациборко Н. Г., Онищенко И. Н., Файнберг Я. Б. и др.//ЖЭТФ. 1972. **63**, № 9. С. 874. [10] Кузелев М. В., Рухадзе А. А., Бобылев Ю. В. и др.//ЖЭТФ. 1986. **91**, № 11. С. 1620. [11] Хокни Р., Иствуд Дж. Численное моделирование методом частиц. М. 1987. [12] Кузелев М. В., Рухадзе А. А., Санадзе Г. В.//Физика плазмы. 1985. **11**, № 7. С. 797.

Поступила в редакцию
13.12.88