пии. М., 1987. С. 503. [7] Капаја К., Окауата S.//J. Phys. D. 1972. 5, N 1. P. 43. [8] Конников С. Г., Соловьев В. А., Уманский В. Е., Чистя-ков В. М.//ФТП. 1987. 21, № 11. С. 2028. [9] Добрынина Е. С. Дис. ... кандфиз.-мат. наук. М., 1985. [10] Реппусоок S. J.//Ultramicroscopy. 1981. 7, N 1. P. 99. [11] Oelgart G., Scholz H.//Phys. Stat. Sol. (a). 1983. 75, N 2. P. 547.

Поступила в редакцию 24.04.89

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1990. Т. 31, № 2

УДК 53:51:538.56:530.145

ШУМ 1/ В НИЗКОЧАСТОТНЫХ СЕЙСМОДАТЧИКАХ

А. В. Гусев, В. К. Кравчук, И. В. Рытик

(ГАИШ)

Исследованы технические шумы в низкочастотном сейсмографическом датчике модуляционного типа. Разработаны алгоритмы оптимальной цифровой фильтрации выходного сигнала. Приведена формула для расчета коэффициента шума при произвольных параметрах фликкерных помех.

Экспериментальная программа поиска низкочастотных всплесков гравитационного излучения в частотном диапазоне $\omega_g \approx (0,1-0,01)$ Γ ц с использованием блоков земной коры [1, 2] предъявляет высокие требования к интенсивности собственных флуктуаций сейсмодатчика. Простейшие оценки полезного эффекта при амплитуде гравитационной волны $h \approx 10^{-16}-10^{-17}$ и характерной длине блока $L \approx 10^6-10^7$ см дают $\Delta L \simeq (1/2) h L \approx 10^{-10}-10^{-11}$ см.

Разработка низкочастотных сейсмодатчиков с подобной разрешающей способностью предполагает оценку естественных и технических шумов в таких устройствах для определения пороговой чувствительности и нахождения алгоритма обработки выходного сигнала. Расчегу минимального коэффициента шума активного сейсмодатчика типа модулятор—демодулятор, а также анализу структуры видеотракта и посвящена предлагаемая статья.

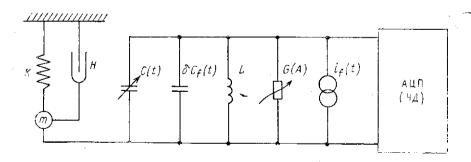


Рис. 1. Блок-схема сейсмодатчика

Эквивалентная блок-схема сейсмодатчика модуляционного типа, работающего в режиме АЦП (цифровой вход частотного детектора $\Psi \mathcal{I}$), приведена на рис. 1. Такое устройство представляет автогенератор LCR с переменной емкостью C и нелинейной проводимостью G_T

 $=G_T(A)$, где A — амплитуда колебаний в контуре. Масса пружинного сейсмографа m (K — жесткость, H — коэффициент трения) жестко связана с подвижной обкладкой конденсатора C. Ускорение \ddot{y} точки подвеса (основания) приводит к частотной модуляции выходного сиг-

нала $v(t) = A(t) \cos \left[\int_0^t (\omega_0 - \dot{v}) dt \right]$, где ω_0 — частота автоколеба-

ний, ϑ — девиация частоты. Источники шумов в схеме:

1) тепловые флуктуации механической цепи f_{T} ,

2) фликкерные шумы $(\delta i)_f$ активного нелинейного элемента $G_T(A)_f$

3) фликкерные флуктуации контурной емкости C, обусловленные «сползанием» положения равновесия $d = d_0 + (\delta d)_f$,

$$C(t) = \frac{S}{4\pi (d+x)} = \frac{S}{4\pi [d_0 + (\delta d)_f + x]} \approx C_0 \left(1 - \frac{\pi + (\delta d)_f}{d_0} \right), \tag{1}$$

где S — площадь пластин, d_0 — средний зазор, x — смещение пробной массы в неинерциальной системе координат:

$$\ddot{x} + 2\delta_{\mu}\dot{x} = \omega_{\mu}^2 x = -\ddot{y} \approx \omega_{\mu}^2 y_0. \tag{2}$$

В (2) ω_{μ} — резонансная частота сейсмографа, $\omega_{\mu} \ll \omega_0$, y_0 — относительное ускорение точки подвеса пружинного сейсмографа.

Предварительные оценки потенциальной чувствительности датчика, определяемой тепловыми шумами механической цепи, дают [1, 2]

$$(y_0)_{\text{pot}} \approx \left[\frac{2}{\pi} \frac{\kappa T}{m\omega_0^3 Q \widehat{\mu} \widehat{\tau}}\right]^{1/2},$$
 (3)

где \varkappa — постоянная Больцмана, T — температура термостата, $Q_{\mu} = (Km)^{1/2}/2H$ — добротность сейсмографа, $Q_{\mu} \gg 1$, $\widehat{\tau}$ — длительность полезного сигнала.

Принимая во внимание (1) и (2), можем записать уравнение для девиации частоты в виде [3]

$$\dot{\vartheta} = -(\omega_0/2) \,(\xi + n_t),\tag{4}$$

где $\xi = x/d_0$, $|\xi| \ll 1$, $n_f = n_f^c + (Q_e \omega_0)^{-1} (\delta i)_f$, $n_f^c = (\delta d)_f/d_0$. Q_e — добротность электрического контура, ω_0 — частота автогенератора.

Так как при спектральном описании нестационарность фликкерных помех, как случайного процесса со стационарными приращениями [3, 4], может не учитываться, энергетический спектр сторонних флуктуаций в (4) представим в виде

$$\langle |n_f(\omega)|^2 \rangle = \langle |n_f^c(\omega)|^2 \rangle + (\omega_0 Q_e)^{-2} \langle |\delta i_f(\omega)|^2 \rangle, \tag{5}$$

где угловые скобки означают статистическое усреднение. При высокой добротности электрической цепи $(Q_e\gg 1)$ вторым слагаемым в (5) можем пренебречь из-за слабой связи контура с активным элементом. Тогда

$$\langle |n_f(\omega)|^2 \rangle \approx \langle |n_f^c(\omega)|^2 \rangle \approx (1/\pi) (A_c/d_0^2) \omega^{-\gamma},$$
 (6)

где A_c , γ — характерные постоянные [3]. Из (4) и (2) при $Q_\mu < \infty$ находим спектральные характеристики сигнальной и шумовой составляющих девиации частоты:

$$\dot{\vartheta}_{g}(j\omega) = -(\omega_{0}/2) H_{\mu}(j\omega) \varepsilon_{g}(j\omega), \tag{7}$$

$$\langle |\dot{\vartheta}_{n}(j\omega)|^{2} \rangle = (\omega_{0}/2)^{2} |H_{\mu}(j\omega)|^{2} N_{T} \left(1 + \frac{\langle |n_{f}^{c}(\omega)|^{2} \rangle}{N_{T}|H_{\mu}(j\omega)|^{2}}\right).$$

Здесь $\varepsilon_g = -\ddot{y} (\omega_{\mu}^2 d_0)^{-1}$, $H_{\mu}(j\omega)$ — передаточная функция механической цепи:

$$H_{\mu}(j\omega) = \omega_{\mu}^{2} [(\omega_{\mu}^{2} - \omega^{2}) + 2\delta_{\mu}\omega_{j})]^{-1}, \quad \delta_{\mu} = (\omega_{\mu}/2Q_{\mu}).$$
 (8)

Отношение сигнал/шум при обработке выходного сигнала АЦП дается формулой [5]

$$\rho = (1/\pi) \int_{0}^{\infty} |\dot{\vartheta}_{s}(j\omega)|^{2} d\omega / \langle |\dot{\vartheta}_{n}(j\omega)|^{2} \rangle = \rho_{pot} F^{-1},$$
(9)

где ρ_{pot} — отношение сигнал/шум по тепловым флуктуациям сейсмографа (на «входе»), $F \geqslant 1$ — коэффициент шума преобразователя (количественная мера избыточных флуктуаций). Предполагая, что $\varepsilon_g(t) = \varepsilon_0 \sin \omega_u t$, $0 \leqslant t \leqslant \tau$, из (9) находим

$$F = (1 + \beta/Q_{\mu}^{2}) \alpha \left[\exp\left\{-\alpha\right\} + \alpha + 1 \right]^{-1},$$

$$\rho_{\text{pot}} = \delta_{0}^{2} \widehat{\tau}/2N_{T}, \tag{10}$$

где $\beta = N_e/N_T$, $N_e = \langle |n_f^c(j\omega_\mu)|^2 \rangle$, $N_T = \langle |f_T(j\omega_\mu)|^2 \rangle = (1/\pi) [\varkappa T/(m\omega_\mu^3 d_0^2 Q_\mu)];$ $\alpha = (\omega_\mu/2) \widehat{z\tau}$, $z = (\beta^{-1} + Q_\mu^{-2})^{1/2}$. В соответствии с (9) разрешающая способность сейсмодатчика

В соответствии с (9) разрешающая способность сейсмодатчика (при $\rho \geqslant 1$) дается формулой $(y_0)_{\min} \geqslant (y_0)_{\text{роt}} F^{1/2}$, где $(y_0)_{\text{роt}}$ — потенциальная чувствительность (9). Анализ формулы (10) показывает, что влиянием избыточных флуктуаций можно пренебречь $(F \cong 1)$ при

$$\beta^{-1} \gg \max \left[Q_{\mathfrak{u}}^{-2}, \ 2/(\omega_{\mathfrak{u}} \widehat{\tau}) \right] \simeq 2/(\omega_{\mathfrak{u}} \tau)$$

для широкополосных сигналов. Принимая во внимание (6), это условие можем записать в виде

$$A_c \ll \varkappa T \left(m\omega_{\mu}^2 Q_{\mu}\right)^{-1} \omega_{\mu}^{\gamma-1} \left(\omega_{\mu}\widehat{\tau}/2\right)^2$$
.

В противоположной ситуации коэффициент шума F резко возрастает:

$$F \simeq (2/\alpha) \simeq (4/\omega_{\mu}\widehat{\tau}) \left[(A_c/\kappa T) m\omega_{\mu}^2 Q_{\mu}\omega_{\mu}^{1-\gamma} \right]^{1/2} \gg 1.$$

На рис. 2 представлена зависимость $F = F(\lg \beta)$ при различных параметрах $\Delta = \omega_{\mu} \widehat{\tau}$.

Передаточная функция оптимального фильтра, минимизирующего коэффициент шума F, дается формулой [5]

$$H_{\text{opt}}(j\omega) = H_0 \dot{\vartheta}_{\varepsilon}^*(j\omega) \exp\left\{-j\omega t_0\right\} \left\langle |\dot{\vartheta}_n(j\omega)|^2 \right\rangle^{-1},\tag{11}$$

где H_0 — произвольный масштабный множитель, t_0 — время задержки, минимальная величина которой определяется требованием физической реализуемости $H_{\text{opt}}(t) = 0$ при $t \leq 0$. Подстановка (7) в (11) при $t_0 = \hat{\tau} + \hat{\tau}_m$, $\hat{\tau}_m \geq 0$ дает

$$H_{\text{opt}}(j\omega) = H_0 H_T(j\omega) H_F(j\omega) \exp\{-j\omega \hat{\tau}_n\}. \tag{12}$$

Здесь использованы следующие обозначения:

 $H_T(j\omega) = \varepsilon^*(j\omega) \exp\{-j\omega \hat{\tau}\} H_\mu^{-1}(j\omega)$ — передаточная функция оптимального фильтра по тепловым шумам сейсмографа,

$$H_{f}(j\omega) = H_{f}(j\omega, \gamma) = \langle |n_{f}^{c}(\omega)|^{2} \rangle^{-1} [\langle |n_{f}^{c}(\omega)|^{2} \rangle^{-1} + N_{T}^{-1} |H_{\mu}(j\omega)|^{-2}]$$

— передаточная функция винеровского фильтра для фильтрации тепловых шумов из смеси тепловых флуктуаций и фликкерных помех. В соответствии с (12) учет фликкерных шумов контурной емкости предполагает введение в измерительную схему дополнительного фильт-

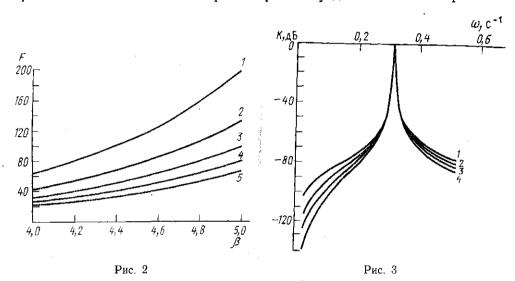


Рис. 2. Зависимости коэффициента шума $F=F(\beta)$ при $\Delta=6\pi$ (1), 5π (2), 4π (3), 3π (4) и 2π (5)

Рис. 3. Амплитудно-частотные характеристики винеровских фильтров при различных параметрах фликкерного шума γ : γ =1,0 (1); 1,5 (2); 2,0 (3) и 2,5 (4)

ра $H_f(j\omega)$, параметры которого не зависят от формы ожидаемого сигнала:

$$H_{f}(j\omega) = |\Omega|^{\gamma}/[(1-\Omega)^{2} + \Omega^{2}Q_{u}^{-2} + \beta^{-1}\Omega^{\gamma}],$$
 (13)

где $\Omega = (\omega/\omega_{\mu})$. Зависимость

$$K = K(\omega) = 20 \lg \left[|H_j(j\omega_{\mu})| \cdot |H(j\omega)|^{-1} \right]$$

для различных значений γ и типичных параметров [3] $\beta = 10^4$, $Q_{\mu} = 10^5$ приведена на рис. 3. В простейшей ситуации $\gamma = 2$, что соответствует одной из реалистических моделей фликкерного шума [3], формула (13) упрощается:

$$H_{\varepsilon}(i\omega)|_{v=2} = H_{\varepsilon}(i\omega)H_{\varepsilon}^{*}(i\omega), \tag{14}$$

где $H_c(j\omega)=j\Omega/(1-\Omega^2+zj\Omega)$ — передаточная функция парадлельного контура с эквивалентным затуханием $\delta_{\rm eq}=z(\omega_{\rm p}/2)$. Это соотношение используется для реализации фильтра, сколь угодно близкого к (14): $t_0\gg\delta_{\rm eq}^{-1}$. Последнее условие оказывается справедливым и в общем случае при произвольных параметрах γ .

В реальном эксперименте импульсная характеристика сейсмографа $H_{\mu}(t) = \omega_{\mu} \exp\{-\delta_{\mu}t\}\sin\omega_{\mu}t$ точно не известна, так как параметры ω_{μ} , δ_{μ} могут быть измерены с конечной погрешностью:

$$ω_{\mu} + (\Delta ω_{\mu}), \delta_{\mu} + (\Delta δ)_{\mu}, (\Delta δ_{\mu}) \ll δ_{\mu}$$
 и $(\Delta ω)_{\mu} \ll ω_{\mu}$.

Естественно ожидать, что погрешности $(\Delta\omega)_{\mu}$ и $(\Delta\delta)_{\mu}$ следует соотнести с полосой прозрачности оптимального фильтра (12) Π : $(\Delta\omega)_{\mu}$, $(\Delta\delta)_{\mu}\ll$ \ll Π , причем последнее условие оказывается несильным. Из (12) следует, что $\Pi=\min[\Pi_T,\ \Pi_f]$, где $\Pi_{T,f}$ — полоса прозрачности фильтров H_T и H_f соответственно. Так как [5] $\Pi_T\approx \hat{\tau}^{-1}$ и $\Pi_f\simeq z(\omega_{\mu}/2)$, то можно записать

$$(\Delta\omega)_{\mu}, \ (\Delta\delta)_{\mu} \ll \min\{\widehat{\tau}^{-1}, \ z(\omega_{\mu}/2)\} \approx z(\omega_{\mu}/2)$$
 (15)

для широкополосных «толчков». Сотношение (15) определяет допустимую погрешность в априорной информации об импульсной характери-

стике пружинного сейсмографа.

В заключение рассмотрим конкретный пример. Для расчетных параметров сейсмографа [1, 2] $m^{\sim}10^3$ г, T=300 К $Q_{\mu}^{\sim}10^5$, $\omega_{\mu}^{\sim}0,1$ π c⁻¹, $\omega_{\mu}\tau^{\sim}2\pi$ при максимально допустимом коэффициенте шума $F_{max}=10^2$, что соответствует ухудшению пороговой чувствительности на порядок по сравнению с потенциальной (3), находим

$$A_c \leqslant \frac{\mathbf{x}T}{m\omega_{\mathrm{ll}}^2} \frac{1}{Q_{\mathrm{ll}}} \left(\frac{F_{\mathrm{max}}\Delta}{4} \right)^{\mathbf{2}} \omega_{\mathrm{ll}}^{\gamma-1} \equiv 10^{-20} \left(0, 1\pi \right)^{\gamma-1}.$$

Последняя формула определяет верхнюю границу априорного интервала возможных значений характерного параметра A_c в спектре фликкерных помех $\sim A_c/\omega^{\tau}$ в зависимости от динамических характеристик сейсмодатчика и коэффициента ψ .

Авторы выражают благодарность В. Б. Брагинскому, В. П. Митрофанову, В. Н. Руденко за обсуждение основных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Брагинский В. Б., Митрофанов В. П., Якимов В. Н. Препринтфиз. ф-та МГУ. 1985, № 1. [2] Брагинский В. Б., Гусев А. В., Митрофанов В. П., Руденко В. Н.//УФН. 1985. 147. С. 422. [3] Малахов А. И. Флуктуации в автоколебательных системах. М., 1968. [4] Рытов С. М. Введение в статистическую радиофизику. М., 1966. [5] Гуткин Л. С. Теория оптимальных методов радиоприема при флуктуационных помехах. М., 1972.

Поступила в редакцию 11.05.89