//УФН. 1986. **149**. С. 3. [5] Rumpf H.//Phys. Rev. 1986. **D33**. P. 545. [6] Ито К.// //Математика. 1959. **5**, № 3. С. 131. [7] Глимм Дж., Джаффе А. Математические методы квантовой физики. М., 1984. Гл. 8.

Поступила в редакцию
29.06.89

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1990. Т. 31, № 3

УДК 539.12.01

УЛЬТРАФИОЛЕТОВАЯ КОНЕЧНОСТЬ КАЛИБРОВОЧНОЙ МОДЕЛИ ВЕССА—ЗУМИНО—ВИТТЕНА НА ОДНОРОДНЫХ МНОГООБРАЗИЯХ

В. В. Белокуров, П. М. де Барруш Пашеку Сэара де Са (Португалия)

(НИИЯФ)

В нелинейной двумерной модели, действие которой есть сумма действий двух моделей Весса—Зумино—Виттена и взаимодействия специального вида между ними, классический тензор энергии-импульса выражается через сохраняющиеся токи. Для того чтобы генерируемая им алгебра Вирасоро имела постоянный центральный заряд в квантовой теории, требуется конечность теории. Явным вычислением одно- и двухпетлевых контрчленов показано, что это имеет место только при специальном выборе параметров, при котором модель калибровочно инвариантна и определена на однородном пространстве.

Развитие теории струн вызвало значительный интерес к исследованию свойств нелинейных двумерных моделей квантовой теории поля. Сама возможность непротиворечивой квантовой формулировки теории струн определяется наличием конформной инвариантности в соответствующей нелинейной двумерной теории, что в свою очередь требует отсутствия в ней ультрафиолетовых расходимостей [1]. Играющая ключевую роль в этих построениях нелинейная двумерная сигма-модель с членом Весса—Зумино [2] оказывается ультрафиолетово конечной тогда [3] и только тогда [4—8], когда полевое многообразие параллелизуется, т. е. обобщенный тензор кривизны, включающий кручение, обращается в нуль. Для рассматриваемых сигма-моделей такому условию удовлетворяют только групповые многообразия [9].

Нелинейная сигма-модель с нулевым обобщенным тензором кривизны полевого многообразия называется моделью Весса—Зумино—Виттена (ВЗВ-моделью). Она точно решаема и эквивалентна теории свободных фермионов [2]. Оператор тензора энергии-импульса, генерирующий алгебру Вирасоро, при этом выражается через сохраняющиеся токи — генераторы алгебры Каца—Муди (см., напр., [10]). Имеет место и обратная связь, а именно: существование в сигма-модели сохраняющихся токов приводит к условию параллелизуемости полевого многообразия [11, 12].

Конформно-инвариантные модели с более сложными полевыми многообразиями могут быть получены как обобщения ВЗВ-модели. Большой интерес представляют в этом смысле однородные пространства смежных классов. Основой для построения соответствующих квантовополевых моделей могут служить так называемые калибровочные ВЗВ-модели [13—15].

В настоящей работе рассматривается один из вариантов таких моделей, предложенный в статье [14]. Действие представляет собой сумму действий двух ВЗВ-моделей и взаимодействия специального вида между ними:

$$I = I_0(U; n) + I_0(V; m) + I_1(U, V; k). \quad (1)$$

Здесь

$$I_0(U;n)=\frac{n}{16\pi}\left[\int d^2x\,\mathrm{Tr}\,(\partial_\mu U\partial^\mu U^{-1})+\right.$$

$$\left.+\frac{2}{3}\int d^3y\varepsilon^{ijk}\,\mathrm{Tr}\,(U^{-1}\,\partial_i\,UU^{-1}\,\partial_j\,UU^{-1}\,\partial_k\,U)\right], \quad (2)$$

$U(x)$ принадлежит фундаментальному представлению компактной группы G. Аналогичный вид имеет $I_0(V;\ m)$, где $V(x)$ принадлежит фундаментальному представлению другой группы $\tilde{G}$. Предполагается, что группы G и $\tilde{G}$ имеют общую подгруппу H.

Действие

$$I_1(U,V;k)=-\frac{k}{8\pi}\int d^2x\,\mathrm{Tr}\,(R_\alpha U^{-1}\,\partial_-\,U)\,\mathrm{Tr}\,(\tilde{R}_\alpha\,\partial_+ VV^{-1}),\ \ \partial_\pm\equiv\partial_0\pm\partial_1, \quad (3)$$

R_α, $\tilde{R}_\alpha$ — генераторы представлений группы H, относительно которых преобразуются поля $U(x)$ и $V(x)$:

$$U\to UR(\Omega),\ V\to\tilde{R}(\Omega^{-1})V\ \ (\Omega(x)\in H). \quad (4)$$

Они нормированы условиями $\mathrm{Tr}\,R_\alpha R_\beta=r\delta_{\alpha\beta}$, $\mathrm{Tr}\,\tilde{R}_\alpha\tilde{R}_\beta=\tilde{r}\delta_{\alpha\beta}$. Нетрудно убедиться, что действие (1) инвариантно относительно преобразований (4) в случае, если

$$k\tilde{r}=n,\qquad kr=m. \quad (5)$$

По построению полевым многообразием модели является однородное пространство $M=(G\times\tilde{G})/H$.

Поскольку действие (1) состоит из действий ВЗВ-моделей и члена взаимодействия, в который поля входят только в комбинациях

$$U^{-1}\,\partial_-U,\ \partial_+VV^{-1}, \quad (6)$$

то классические уравнения движения представляются в виде условий сохранения токов: $\partial_-J_+{}^i=0$, $\partial_+J_-{}^a=0$, соответствующих инвариантности действия относительно локальных преобразований

$$U(x)\to A(x_+)\,U(x);\ V(x)\to V(x)\,B(x_-) \quad (7)$$

с произвольными A и B. В этом случае классический тензор энергии-импульса выражается через токи J_+ и J_- и генерирует алгебру Вирасоро. Для непротиворечивости соответствующей теории струн необходимо, однако, чтобы центральный заряд алгебры Вирасоро был постоянным числом и в квантовой теории. А это возможно только, если модель ультрафиолетово конечна.

Контрчлены, инвариантные относительно (7), либо имеют структуру I_0, либо выражаются через комбинации (6). Среди них инвариантными относительно (4) являются структура, пропорциональная (1), и

$$I_C=\int d^2x\,(U^{-1}\,\partial_-U)_I\,C_{IA}\,(\partial_+VV^{-1})_A. \quad (8)$$

Прописные латинские буквы обозначают групповые индексы, дополнительные к индексам подпространства $H:\{i\}=(\{\alpha\},\ \{I\})$, $\{a\}=(\{\alpha\},\ \{A\})$. Матрица C_{IA} осуществляет проекцию на инвариантную часть тензорного произведения групп.

Ограничивая класс полевых многообразий, можно запретить появление такой структуры. Так, если предположить, что G/H является симметрическим пространством, то инвариантность теории относительно дополнительных дискретных преобразований $T_\alpha \to T_\alpha$, $T_I \to -T_I$ исключает контрчлены типа (8).

В данной статье мы, не делая этого ограничения, непосредственным вычислением одно- и двухпетлевых контрчленов покажем, что модель является ультрафиолетово конечной для произвольных однородных многообразий.

Вычисление контрчленов в нелинейных теориях удобно проводить методом фонового поля. Для этого, так же как при вычислении контрчленов в ВЗВ-модели [16], представим поля U и V в виде $U=U_0\exp\{i\pi(x)\}$, $V=\exp\{i\varphi(x)\}V_0$, где $U_0(x)$ и $V_0(x)$ — классические поля, а $\pi=\pi^i(x)\cdot T^i$, $\varphi=\varphi^a(x)\cdot T^a$ — квантовые. Раскладывая действие по степеням квантовых полей и вычисляя затем диаграммы только с внутренними квантовыми линиями, получим контрчлены в требуемом порядке теории возмущений.

Для вычисления двухпетлевого приближения требуется разложить действие до членов, содержащих произведение четырех квантовых полей включительно. Поскольку такое разложение требует только аккуратного коммутирования групповых элементов и в то же время довольно громоздко (результат вместе с членами, регуляризующими инфракрасные расходимости, содержит 54 слагаемых), мы не будем приводить его здесь.

Сделаем еще ряд замечаний относительно процедуры вычисления контрчленов. Инфракрасные расходимости регуляризуются введением дополнительных слагаемых в действие:

$$I_M(U,V;n,m)=\frac{n}{16\pi}M^2\int d^2x\,\mathrm{Tr}\,(U+U^+)+(n\to m;\ U\to V). \qquad (9)$$

Для правильной нормировки кинетических членов переопределим квантовые поля следующим образом: $\pi(x)\to\pi(x)/\sqrt{n}$, $\varphi(x)\to\varphi(x)/\sqrt{m}$. При вычислении интегралов будем использовать размерную регуляризацию ($d=2-2\varepsilon$). Так же, как и в работе [16], мы используем d-мерный тензор $\varepsilon^{\mu\nu}:\varepsilon^{\mu\nu}\varepsilon^{\sigma\lambda}=\bar\eta^{\mu\lambda}\bar\eta^{\nu\sigma}-\bar\eta^{\mu\sigma}\bar\eta^{\nu\lambda}$, где $\bar\eta^{\mu\nu}$ — двумерный метрический тензор пространства Минковского. В дальнейших формулах будут встречаться также тензор $n^{\mu\nu}=\eta^{\mu\nu}-\bar\eta^{\mu\nu}=O(\varepsilon)$; f_{ijk}, $\tilde f_{abc}$ — структурные константы групп и операторы Казимира

$$(T^iT^i=C\,\mathbf{1},\ \tilde T^a\tilde T^a=\tilde C\,\mathbf{1},\ f_{ijk}f_{ijm}=C_A\delta_{km},\ \tilde f_{abc}\tilde f_{abd}=\tilde C_A\delta_{cd}).$$

Чтобы продемонстрировать, как происходит компенсация расходимостей, до окончания вычислений мы не будем использовать соотношения (5), обеспечивающие калибровочную инвариантность.

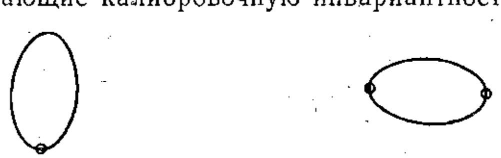


Рис. 1. Типы однопетлевых диаграмм

Типы однопетлевых диаграмм представлены на рис. 1, где кружком обозначена одна из вершин, встречающаяся в разложении действия, а линиям соответствуют пропагаторы полей π и φ. Нетрудно убедиться, что в сумме все однопетлевые диаграммы приводят к конечному контрчлену

$$\frac{1}{2\pi\varepsilon} n^{\mu\nu} \left\{ \left[C_A - \frac{k^2}{m^2} (\widetilde{rr}) \widetilde{C}_A - 2\frac{k^2}{mn} (\widetilde{rr}) \widetilde{C}_A \right] \int dx \, \mathrm{Tr} \, (\partial_\mu U^{-1} \partial_\nu U) + \right.$$
$$+ \left[\widetilde{C}_A - \frac{k^2}{n^2} (\widetilde{rr}) C_A - 2\frac{k^2}{mn} (\widetilde{rr}) \widetilde{C}_A \right] \int dx \, \mathrm{Tr} \, (\partial_\mu V^{-1} \partial_\nu V) +$$
$$\left. + \left[C_A \frac{k}{n} + \widetilde{C}_A \frac{k}{m} \right] \int dx \, \mathrm{Tr} \, (R_\alpha U^{-1} \partial_\mu U) \, \mathrm{Tr} \, (\widetilde{R}_\alpha \partial_\nu V V^{-1}) \right\}. \tag{10}$$

В одной петле появится также контрчлен к выражению (9):

$$-\frac{1}{4\pi\varepsilon} M^2 \left\{ C \int dx \, \mathrm{Tr} \, (U + U^+) + \widetilde{C} \int dx \, \mathrm{Tr} \, (V + V^+) \right\}. \tag{11}$$

Однако его эффект проявится лишь в следующих порядках, а в однопетлевом приближении при снятии регуляризации ($M \to 0$) он обращается в нуль.

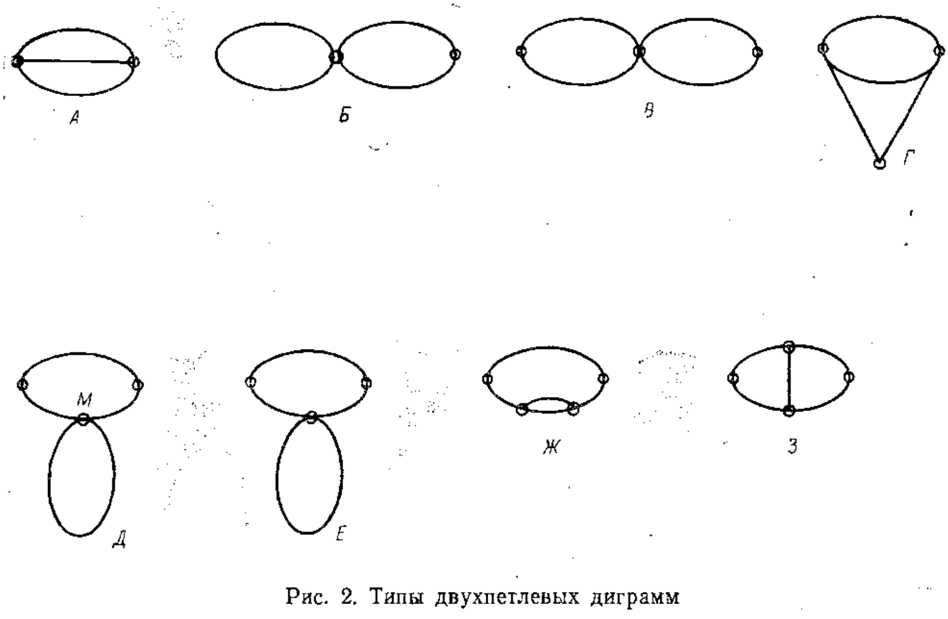


Рис. 2. Типы двухпетлевых диграмм

Типы двухпетлевых диаграмм изображены на рис. 2. Рассмотрим те диаграммы, которые приводят к контрчленам, содержащим обе комбинации (6). Тем самым мы следим за структурами (3) и (8). Напомним, что мы не требуем инвариантности относительно преобразований (4). Результаты вычислений даны в табл. 1.

В табл. 1 и 2 опущен общий множитель

$$\frac{i}{8\pi^2} \int d^2x \, \mathrm{Tr} \, (R_\alpha U^{-1} \partial_- T) \, \mathrm{Tr} \, (\widetilde{R}_\alpha \partial_+ V V^{-1}) \tag{12}$$

и введены обозначения

Таблица 1

Вклад разных типов двухпетлевых диаграмм

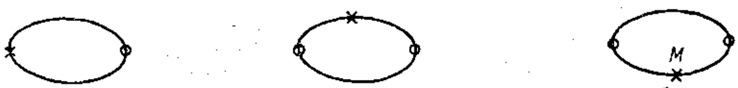
А	$-4T_1\left(\frac{1}{\varepsilon^2}-\frac{\gamma}{\varepsilon}+\frac{1}{2\varepsilon}\right)$
Б	$-16T_1\left(\frac{1}{\varepsilon^2}-\frac{\gamma}{\varepsilon}-\frac{1}{6\varepsilon}\right)-32T_3\left(\frac{1}{\varepsilon^2}-\frac{\gamma}{\varepsilon}\right)$
В	$-4\,(T_1+4T_3)\left(\frac{1}{\varepsilon^2}-\frac{\gamma}{\varepsilon}\right)+\frac{32}{3}T_2\frac{1}{\varepsilon}$
Г	$-32T_2\left(\frac{1}{\varepsilon^2}-\frac{\gamma}{\varepsilon}-\frac{1}{4\varepsilon}\right)+2T_1\left(\frac{1}{\varepsilon^2}-\frac{\gamma}{\varepsilon}+\frac{1}{2\varepsilon}\right)-48T_4\left(\frac{1}{\varepsilon^2}-\frac{\gamma}{\varepsilon}-\frac{1}{12\varepsilon}\right)$
Д	$-\frac{2}{3}T_1\frac{1}{\varepsilon}+k^2\left(\frac{C_AC}{n^2}+\frac{\widetilde{C}_A\widetilde{C}}{m^2}\right)\frac{1}{\varepsilon}$
Е	$\frac{16}{3}T_1\left(\frac{1}{\varepsilon_2}-\frac{\gamma}{\varepsilon}-\frac{1}{2\varepsilon}\right)+\frac{220}{3}T_2\left(\frac{1}{\varepsilon^2}-\frac{\gamma}{\varepsilon}-\frac{1}{4\varepsilon}\right)+136T_4\left(\frac{1}{\varepsilon^2}-\frac{\gamma}{\varepsilon}-\frac{1}{4\varepsilon}\right)$
Ж	$-4T_1\left(\frac{1}{\varepsilon^2}-\frac{\gamma}{\varepsilon}+\frac{1}{4\varepsilon}\right)-T_2\left[\frac{62}{3}\left(\frac{1}{\varepsilon^2}-\frac{\gamma}{\varepsilon}\right)+\frac{10}{3}\frac{1}{\varepsilon}\right]-40T_4\left(\frac{1}{\varepsilon^2}-\frac{\gamma}{\varepsilon}+\frac{1}{20}\frac{1}{\varepsilon}\right)$
З	$-\left(T_1+\frac{28}{3}T_2\right)\frac{1}{\varepsilon}$

$$T_1\equiv\left(\frac{C_A^2}{n^2}+\frac{\widetilde{C}_A^2}{m^2}\right)k^2;\quad T_2\equiv\left(\frac{C_A^2}{mn^3}+\frac{\widetilde{C}_A^2}{m^3n}\right)r\tilde{r}k^4;$$

$$T_3\equiv\frac{C_A\widetilde{C}_A}{mn}k^2;\quad T_4\equiv\frac{C_A\widetilde{C}_A}{m^2n^2}r\tilde{r}k^4. \tag{13}$$

γ — постоянная Эйлера.

При вычислении двухпетлевых расходимостей следует учесть вклад диаграмм, получающихся при разложении однопетлевых контрчленов, в том числе конечного однопетлевого контрчлена, который в рассматриваемой теории имеет вид (10). Кроме того, в двухпетлевом приближении вклад дают также диаграммы, получаемые при разложении (11). Эти диаграммы изображены на рис. 3, на котором крестиком обозначены вершины, присутствующие в разложении однопетлевых контрчленов. Их вклад приведен в табл. 2.



а б в

Рис. 3. Типы диаграмм, получаемых при разложении однопетлевого контрчлена, которые дают вклад в двухпетлевую расходимость

Таблица 2

Вклад в двухпетлевый контрчлен от диаграмм, полученных при разложении однопетлевого контрчлена

а	$-4(T_1-2T_2)\frac{1}{\varepsilon}+8T_4\frac{1}{\varepsilon}$
б	$-2(T_1-7T_2)\frac{1}{\varepsilon}+24T_4\frac{1}{\varepsilon}$
в	$-k^2\left(\frac{C_A C}{n^2}+\frac{\widetilde{C}_A\widetilde{C}}{m^2}\right)\frac{1}{\varepsilon}$

Суммируя результаты, приведенные в табл. 1 и 2, получим для расходящегося двухпетлевого контрчлена следующее выражение:

$$\frac{i}{8\pi^2}\int dx\,\mathrm{Tr}\,(R_\alpha U^{-1}\partial_- U)\,\mathrm{Tr}\,(\widetilde{R}_\alpha\,\partial_+ VV^{-1})\times$$
$$\times\left[\frac{62}{3}(T_2-T_1)\left(\frac{1}{\varepsilon^2}-\frac{\gamma}{\varepsilon}\right)+\frac{29}{3}(T_2-T_1)\frac{1}{\varepsilon}+\right.$$
$$\left.+48(T_4-T_3)\left(\frac{1}{\varepsilon^2}-\frac{\gamma}{\varepsilon}\right)\right]. \qquad (14)$$

Накладывая теперь условия (5) (при которых имеет место калибровочная инвариантность) и замечая, что при этом $T_1=T_2$, $T_3=T_4$, получим, что контрчлен (14) равен нулю.

Таким образом, явным вычислением мы показали, что контрчлен, имеющий структуру (8), не возникает в рассматриваемом приближении, а расходящийся контрчлен, пропорциональный (3), обращается в нуль как следствие калибровочной инвариантности. Заметим, что последнее утверждение представляется естественным, поскольку в инвариантной теории этот контрчлен должен был бы быть пропорционален (1), а член Весса—Зумино в обычных сигма-моделях на групповых многообразиях не перенормируется [2, 9, 16]. Поэтому, показав, что это его свойство сохраняется и в рассматриваемой модели, можно было бы сделать вывод об отсутствии расходящихся контрчленов типа (1).

Ультрафиолетово конечная модель, задаваемая действием (1), может служить основой для построения струнных теорий. Центральный заряд алгебры Вирасоро, который, как известно, определяет критическую размерность, в этом случае задается конструкцией Годдарда—Кента—Олива [17]:

$$C^M=C^G+C^{\widetilde{G}}-C^H.$$

ЛИТЕРАТУРА

[1] Green M. B., Schwarz J. H., Witten E. Superstring Theory. Cambridge Univ. Press. 1987. V. 1. Ch. 2, 3. P. 57. [2] Witten E.//Comm. Math. Phys. 1984. **92**. P. 455. [3] Mukhi S.//Phys. Lett. 1985. **162B**, N 3, 4. P. 345. [4] Jones D. R. T.//Phys. Lett. 1987. **192B**, N 3, 4. P. 391. [5] Metsaev R. R., Tseytlin A. A.//Phys. Lett. 1987. **191B**, N 4. P. 354. [6] Hull C. M., Townsend P. K.//Phys. Lett. 1987. **191B**, N 1, 2. P. 115. [7] Zanon D.//Phys. Lett. 1987. **191B**, N 4. P. 363. [8] Белокуров В. В., Иофа М. З. Бета-функция нелинейной двумерной сигма-модели: Препринт НИИЯФ МГУ. 1988, № 88-006/27. [9] Braaten E., Curtright T. L., Za-

chos C. K.//Nucl. Phys. 1985. **B260**, N 3. P. 630. [10] Goddard P., Olive D.// //Int. J. Mod. Phys. A. 1986. **1**, N 2. P. 303. [11] Burges C. J. C.//Phys. Lett. 1985. **166B**, N 2. P. 165. [12] Белокуров В. В., Иофа М. З.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1988. **29**, № 2. С. 7. [13] Brown L. S., Nepomechie R. I.//Phys. Rev. 1987. **D35**, N 10. P. 3239. [14] Guadagnini E., Martellini M., Mintchev M.// //Phys. Lett. 1987. **194B**, N 1. P. 69. [15] Bardacki K., Rabinovici E., Saring B.//Nucl. Phys. 1988. **B299**. P. 151. [16] Bos M.//Phys. Lett. 1987. **189B**, N 4. P. 435. [17] Goddard P., Kent A., Olive D.//Comm. Math. Phys. 1986. **103**. P. 105.

Поступила в редакцию
09.10.89

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1990. Т. 31, № 3

УДК 530.145

АКСИГЛЮОННЫЙ РАСПАД КВАРКОНИЯ В КИРАЛЬНО-ЦВЕТНОЙ МОДЕЛИ

Р. Н. Фаустов, И. Г. Василевская

(кафедра квантовой статистики и теории поля)

Кирально-цветная модель предсказывает существование аксиглюонов — цветного октета массивных аксиально-векторных калибровочных бозонов. В связи с этим представляют интерес распады кваркония на глюон и виртуальный аксиглюон, распадающийся на кварк-антикварковую пару. В работе найдено выражение для ширины распада S-состояний кваркония. Расчеты проведены для чармония J/ψ и боттомония Υ при различных значениях массы аксиглюона.

Кирально-цветная модель была предложена Фрамптоном и Глэшоу в работе [1] и более детально разработана в работе [2].

Кирально-цветная модель базируется на калибровочной группе $R=SU(3)_L\otimes SU(3)_R\otimes SU(2)_L\otimes U(1)$. В области энергий, превышающих характерную величину (≈ 250 ГэВ), совпадающую с масштабом объединения электромагнитного и слабого взаимодействий, калибровочной группой сильного взаимодействия является киральная цветная группа $SU(3)_L\otimes SU(3)_R$. При более низких энергиях происходит спонтанное нарушение симметрии $SU(3)_L\otimes SU(3)_R$ до симметрии $SU(3)_V$. Векторная подгруппа $SU(3)_V$ киральной цветной группы идентифицируется с цветной группой $SU(3)_C$ квантовой хромодинамики.

Спонтанное нарушение киральной цветной симметрии приводит к появлению цветного октета массивных аксиально-векторных калибровочных бозонов, названных аксиглюонами. Аксиглюоны электрически нейтральны, их спин равен 1, зарядовая четность $C=+1$. Предполагается, что константа связи аксиглюона с кварками совпадает со стандартной константой сильного взаимодействия.

В работе [1] указывается, что доминирующим каналом распада аксиглюона является распад на кварк-антикварковую пару, и в ближайшем будущем на основе данных струйной резонансной спектроскопии возможно экспериментальное подтверждение существования аксиглюонов. Это удостоверило бы истинность киральной цветной теории.

В связи с этим представляют интерес распады кваркония на глюон и виртуальный аксиглюон, распадающийся на кварк-антикварковую пару. Ширина распадов $^3S_1$-состояний чармония и боттомония рассчитывается в данной работе при различных значениях массы аксиглюона. Диаграмма этого процесса приведена на рисунке.