

РАДИОФИЗИКА

УДК 533.932

МАГНИТНАЯ ИЗОЛЯЦИЯ В ДВУХЭЛЕКТРОДНЫХ СИСТЕМАХ С ПРЯМОЛИНЕЙНЫМИ ОБРАЗУЮЩИМИ

О. И. Василенко

(кафедра общей ядерной физики)

В рамках холодной односкоростной гидродинамики описан режим магнитной изоляции в двухэлектродных системах произвольного поперечного сечения в случае, когда образующими электродов являются параллельные прямые линии или прямые линии, пересекающиеся в одной точке.

В сильноточной электронике одной из центральных проблем является задача транспортировки энергии большой плотности и мощности с минимальными потерями. При наличии интенсивных электрических полей последнего добиваются использованием магнитных полей, препятствующих прохождению электронов на анод системы транспортировки и приводящих к их дрейфу в скрещенных полях в направлении передачи энергии. Подобный режим работы системы называется режимом магнитной изоляции.

Разработанные модели теоретического описания магнитной изоляции [1—5] позволяют рассчитывать интегральные характеристики режимов, хорошо согласующиеся с данными многочисленных экспериментов. В обоих случаях, однако, изучался весьма ограниченный набор конфигураций электродов (параллельные плоскости, соосные аксиально-симметричные цилиндрические и конусные электроды). Представляет интерес изучение режимов магнитной изоляции и для систем с иной геометрией электродов.

Отличительной чертой сильноточных систем являются большие собственные поля потоков частиц, зачастую превышающие внешние поля, которые могут быть использованы для управления параметрами режима работы системы, поэтому последнее представляет собой непростую задачу. Одним из немногих путей ее решения и к тому же относительно несложным представляется изменение формы электродов, непосредственно влияющее на распределение полей в системе и характеристики потоков. Таким же образом можно менять в желаемом направлении распределение плотности тока по сечению пучка, осуществлять заданную баллистическую фокусировку ионов в ионных диодах с магнитной изоляцией и решать другие подобные задачи.

В настоящей работе рассматриваются режимы магнитной изоляции в двухэлектродных системах с произвольным поперечным сечением электродов, образующими которых в продольном направлении являются параллельные прямые линии. Предполагается, что векторы полной плотности тока параллельны образующим. Приведенный ана-

лиз практически без изменений применим к случаю, когда прямолинейные образующие не параллельны, а пересекаются в одной точке, что соответствует фокусирующей геометрии электродов.

Общая постановка задачи

Введем декартову систему координат (x, y, z) и предположим, что в продольном направлении, характеризующемся координатой z , зависимость от z геометрии электродов и всех величин отсутствует. Задачу предполагаем стационарной. Выберем систему единиц, в которой скорость света, заряд и масса покоя электронов равны единице. Рассмотрим режим магнитной изоляции, в котором отлична от нуля только продольная компонента плотности тока.

Для описания электрического $\mathbf{E}$ и магнитного $\mathbf{B}$ полей введем потенциалы Φ и A ($A_x = A_y = 0$, $A_z = A$), через которые поля выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned} E_x &= -\partial\Phi/\partial x, & E_y &= -\partial\Phi/\partial y, & E_z &= 0, \\ B_x &= \partial A/\partial y, & B_y &= -\partial A/\partial x, & B_z &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Потенциалы связаны с плотностями заряда ρ и тока j ($j_x = j_y = 0$, $j_z = j$) уравнениями

$$\Delta\Phi = -4\pi\rho, \quad \Delta A = -4\pi j. \quad (2)$$

Для описания электронного потока используем приближение холодной односкоростной гидродинамики, в которой плотность тока равна

$$j = \rho \frac{p}{\sqrt{1+p^2}}, \quad (3)$$

а импульс потока $\mathbf{p}$ ($p_x = p_y = 0$, $p_z = p$) описывается уравнением движения

$$\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}, \mathbf{v} \right) \mathbf{p} = \mathbf{E} + \left[\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}, \mathbf{B} \right], \quad (4)$$

которое в случае эмиссии всех электронов потока с одного эквипотенциального катода имеет решение вида

$$\Phi + \sqrt{1+p^2} = 0, \quad p + A = 0. \quad (5)$$

В области где электронов нет, поля чисто вакуумные и потенциалы удовлетворяют уравнениям (2) с нулевыми правыми частями:

$$\Delta\Phi = 0, \quad \Delta A = 0. \quad (6)$$

Потенциалы в системе без электронов

В отсутствие электронов в системе уравнения (6) описывают распределение потенциала во всем межэлектродном пространстве. Для нахождения их решения поступим следующим образом. Сначала найдем гармоническую в межэлектродном пространстве функцию μ ($\Delta\mu = 0$), принимающую некоторые постоянные значения μ_a и μ_c на аноде и катоде соответственно. Далее ищем значение Φ в виде линейной функции μ :

$$\Phi = -V \frac{\mu - \mu_c}{\mu_a - \mu_c} + \Phi_c \quad (7)$$

с константами V и Φ_c , определяемыми из граничных условий. В запи-

си (7) V имеет, очевидно, смысл разности потенциалов между электродами, а Φ_c — величина потенциала Φ на катоде.

Для нахождения A заметим, что на электродах нормальное к их поверхности магнитное поле равно нулю. Поэтому согласно (1) поверхности электродов являются эквипотенциалами также и для A , так что справедливо выражение, аналогичное (7):

$$A = \sigma \frac{\mu - \mu_c}{\mu_a - \mu_c} + A_c, \quad (8)$$

где A_c — величина потенциала A на катоде, а постоянный коэффициент σ определяется нормированным значением магнитного поля на катоде:

$$\sigma = B_c \frac{\mu_a - \mu_c}{|\Delta\mu|_c}. \quad (9)$$

Режим магнитной изоляции

Рассмотрим теперь ситуацию, когда в системе присутствуют электроны. Положим $p = \text{sh } v$, тогда согласно (5) внутри пучка

$$\Phi = -\text{ch } v, \quad A = -\text{sh } v \quad (10)$$

и из (2), (3), (10) получаем, что v удовлетворяет уравнению

$$\Delta v = 0, \quad (11)$$

т. е. является гармонической функцией [6].

Поля внутри пучка согласно (1) и (10) описываются выражениями

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{\partial v}{\partial x} \text{sh } v, & E_y &= \frac{\partial v}{\partial y} \text{sh } v, & E_z &= 0, \\ B_x &= -\frac{\partial v}{\partial y} \text{ch } v, & B_y &= \frac{\partial v}{\partial x} \text{ch } v, & B_z &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Из этих соотношений следует, что в пределах пучка линии равных потенциалов для Φ и A совпадают и удовлетворяют уравнению $v = \text{const}$, магнитное поле ортогонально электрическому и касательно к поверхностям эквипотенциалей.

В рассматриваемом случае все электроны потока эмитируются с катода, поток примыкает к его поверхности и импульс электронов на катоде равен нулю, так что $v_c = 0$. Эмиссия происходит в режиме ее ограничения пространственным зарядом электронов, поэтому электрическое поле на катоде равно нулю, что также приводит к условию $v_c = 0$. Второй границей пучка является поверхность раздела пучок — вакуум, на которой поля и потенциалы непрерывны. По аналогии с моделями, рассмотренными в работах [1—5], будем считать, что эта граница совпадает с эквипотенциальной. В вакуумной области между пучком и анодом потенциалы удовлетворяют уравнениям (6) и на аноде принимают постоянные значения. Таким образом, задача нахождения функции v внутри пучка и функций Φ и A в области вакуума аналогична рассмотренной выше задаче о нахождении распределения потенциалов в системе без электронов, а требование непрерывности потенциалов и их производных на границе раздела вакуум — пучок позволяет описать их поведение с помощью введенной выше функции μ .

Будем считать для определенности, что $\mu_c < \mu_a$. Тогда μ как гармоническая функция монотонно возрастает по направлению от катода к аноду. Обозначим через μ_m величину μ на границе вакуум—пучок. Тогда внутри пучка, при $\mu_c < \mu < \mu_m$, положим

$$\nu = \sigma \frac{\mu - \mu_c}{\mu_a - \mu_c}. \quad (13)$$

Постоянная σ определяется, как и выше (формула (9)), и является внешним параметром задачи. В вакуумной области, при $\mu_m < \mu < \mu_a$, потенциалы Φ и A , удовлетворяющие уравнениям (6) и граничным условиям на аноде и поверхности раздела вакуум—пучок, описываются при таком выборе ν соотношениями

$$\begin{aligned} \Phi &= -\operatorname{ch} \left(\sigma \frac{\mu_m - \mu_c}{\mu_a - \mu_c} \right) - \sigma \frac{\mu - \mu_m}{\mu_a - \mu_c} \operatorname{sh} \left(\sigma \frac{\mu_m - \mu_c}{\mu_a - \mu_c} \right), \\ A &= -\operatorname{sh} \left(\sigma \frac{\mu_m - \mu_c}{\mu_a - \mu_c} \right) - \sigma \frac{\mu - \mu_m}{\mu_a - \mu_c} \operatorname{ch} \left(\sigma \frac{\mu_m - \mu_c}{\mu_a - \mu_c} \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Величина μ_m связана с напряжением на аноде, являющимся вторым внешним параметром задачи, выражением

$$V = \operatorname{ch} \left(\sigma \frac{\mu_m - \mu_c}{\mu_a - \mu_c} \right) - 1 + \sigma \frac{\mu_a - \mu_m}{\mu_a - \mu_c} \operatorname{sh} \left(\sigma \frac{\mu_m - \mu_c}{\mu_a - \mu_c} \right). \quad (15)$$

Формулы (9)—(15) полностью описывают рассматриваемый режим магнитной изоляции в системе, конфигурация электродов которой однозначно определяет вид гармонической функции $(\mu - \mu_c)/(\mu_a - \mu_c)$.

Развитый подход легко переносится на случай, когда образующие электродов не параллельны и имеют общую точку пересечения. В сферической системе координат (r, φ, θ) с условиями $\partial\Phi/\partial r = 0$, $\partial A_r/\partial r = 0$ достаточно положить $p_\varphi = p_\theta = 0$, $p_r = \operatorname{sh} \nu$, $x = \operatorname{tg}(\theta/2)$, $y = \varphi$, после чего получается для ν уравнение вида $\Delta \nu = 0$ и вся предыдущая схема рассуждений и вид решения описывают и этот случай.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Воронин В. С., Лебедев А. Н. // ЖТФ. 1973. 43, № 12. С. 2591.
[2] Василенко О. И., Воронин В. С., Лебедев А. Н. // ЖТФ. 1977. 47, № 12. С. 2571. [3] Lovelace R. V., Ott E. // Phys. Fluids. 1974. 17, N 6. P. 1263.
[4] Ron A., Mondelli A. A., Rostocker N. // IEEE Trans. Plasma Sci. 1973. PS-1, N 4. P. 85. [5] Creedon J. M. // J. Appl. Phys. 1975. 46, N 7. P. 2946. [6] Gibbons J. J. // Can. J. Phys. 1955. 33, N 12. P. 819.

Поступила в редакцию
30.05.89