

УДК 535.417

ТОНКОСЛОЙНЫЕ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЕ СТРУКТУРЫ С ТРЕХСЛОЙНЫМ ПЕРИОДОМ

А. В. Козарь, Е. Л. Рязанова

(кафедра радиофизики)

Проведен теоретический и численный анализ основных оптических и структурных свойств тонкослойных (суммарная оптическая толщина меньше четвертьволновой) просветляющих структур с трехслойным периодом. Показано, что рассматриваемые структуры могут осуществлять просветление одновременно двух сред с различными показателями преломления. Получены простые аналитические соотношения, позволяющие синтезировать такие многослойные структуры для решения различных задач прикладной оптики.

В работах [1, 2] сообщалось о возможности создания согласующих структур с новыми оптическими и структурными свойствами, к основным из которых можно отнести инвариантность их амплитудных характеристик и суммарной оптической толщины относительно числа слоев в них и возможности синтеза структур такого класса с толщинами слоев существенно меньше четвертьволновых. В [3—5] была показана возможность решения целого ряда практических задач в различных диапазонах длин волн с помощью таких тонкослойных интерференционных согласователей с двумя слоями в периоде структуры.

Проведем анализ тонкослойных структур, период которых состоит из трех слоев с различными оптическими характеристиками.

Рассмотрим некоторую совокупность двух граничных сред n_s и n_L и заключенную между ними слоисто-неоднородную среду. Пусть плоская монохроматическая волна, распространяющаяся слева направо, падает нормально на данную многослойную структуру, состоящую из произвольного числа плоскопараллельных слоев без поглощения с показателями преломления n_1 (крайний правый слой), n_2 и n_3 с толщинами d_1 , d_2 , d_3 соответственно. В работе [3] было показано, что все возможные решения задачи о нахождении толщин слоев произвольной слоистой структуры, обеспечивающих полное пропускание распространяющейся через нее волны, могут быть найдены из системы независимых уравнений, которая в рассматриваемом случае имеет вид

$$M_{21} = M_{12} n_s n_L, \quad (1)$$

$$M_{11} = M_{22} n_s / n_L, \quad (2)$$

где M_{ij} — элементы характеристической матрицы; n_L — показатель преломления среды, в которой распространяется волна, n_s — показатель преломления согласуемой среды;

$$\begin{aligned} M_{11} &= {}^3m_{11} U_{k-1}(X) - U_{k-2}(X), \quad M_{22} = {}^3m_{22} U_{k-1}(X) - U_{k-2}(X), \\ M_{12} &= {}^3m_{12} U_{k-2}(X), \quad M_{21} = {}^3m_{21} U_{k-2}(X), \quad {}^3m_{11} = {}^2m_{11} {}^3a_{11} + {}^2m_{12} {}^3a_{21}, \\ {}^3m_{22} &= {}^2m_{22} {}^3a_{22} + {}^2m_{21} {}^3a_{12}, \quad {}^3m_{21} = {}^2m_{22} {}^3a_{21} + {}^2m_{21} {}^3a_{11}, \quad {}^3m_{12} = \\ &= {}^2m_{11} {}^3a_{12} + {}^2m_{12} {}^3a_{22}, \end{aligned}$$

где m_{ij} и a_{ij} — характеристические матрицы двух первых и последнего слоев структуры соответственно [3]; $U_k(X)$ — полиномы Чебышева

второго рода, $X = (1/2)({}^3m_{11} + {}^3m_{22})$. Подставив в (1) выражения для элементов матриц M_{ij} , приведенные выше, получим

$$n_s = \frac{1}{n_L} \frac{(1 - (n_1/n_2) T_1 T_2) T_3 n_3 + (n_1 T_1 + n_2 T_2)}{(1 - (n_2/n_1) T_1 T_2) (n_1 n_2/n_3) T_3 + (n_1 T_2 + n_2 T_1)} n_1 n_2, \quad (3)$$

где $T_i \equiv \operatorname{tg} \beta_i d_i$; $i \in 1 \div 3$. $\beta_i = 2\pi n_i/\lambda$.

Соотношение (3), являясь в рамках рассматриваемой модели точным, позволяет рассчитывать согласующую способность такой периодической структуры в зависимости от оптических и геометрических характеристик ее слоев. Не сужая общности рассмотрения основных свойств исследуемого класса структур, с целью упрощения дальнейших выкладок ограничимся далее случаем, когда $n_1 d_1 = n_2 d_2 = n_3 d_3 = D$. Тогда из (3) имеем

$$n_s = \frac{1}{n_L} \frac{\sum_{i=1}^3 n_i - (n_1 n_3/n_2) T^2}{\sum_{i=1}^3 1/n_i - (n_2/n_1 n_3) T^2}. \quad (4)$$

Таким образом, в случае одинаковых оптических толщин слоев структуры, как видно из соотношения (4), ее согласующую способность можно варьировать за счет изменения или оптических характеристик слоев n_i (подбором соответствующего материала либо использования, например, дисперсионных характеристик линии передачи), или их оптической толщины D .

Перейдем теперь к анализу уравнения (2). Подставляя в него ${}^3m_{11}$ и ${}^3m_{22}$ в явном виде при различном числе периодов структуры K и сравнивая полученные выражения, можно получить соотношения для величины T^2 :

$$T^2 = \frac{1}{[(K+1) - 4] + (1/2) K (K-1) (A+Q)}, \quad \begin{matrix} K=2p+1, \\ p=0, 1, 2, \dots, \end{matrix} \quad (5)$$

$$T^2 = \frac{1}{[(K+1) - 3] + (1/2) K (K-1) (A+Q)}, \quad \begin{matrix} K=2p, \\ p=1, 2, \dots, \end{matrix} \quad (6)$$

или при $K \gg 1$ имеем

$$T^2 = \frac{1}{K^2} \frac{1}{\sqrt{1+P}}, \quad (7)$$

где $A = \frac{n_2}{n_1} + \frac{n_3}{n_2} + \frac{n_3}{n_1}$, $Q = \frac{n_1}{n_2} + \frac{n_2}{n_3} + \frac{n_1}{n_3}$,

$$P = \frac{n_1(n_2^2 + n_3^2) + n_2(n_1^2 + n_3^2) + n_3(n_1^2 + n_2^2)}{2n_1 n_2 n_3}.$$

Окончательно можно записать

$$d_i = \frac{\lambda}{2\pi n_i} \frac{1}{K \sqrt{1+P}}. \quad (8)$$

Таким образом, соотношения (4) и (8) позволяют синтезировать тонкослойную структуру с трехслойным периодом, оценив, например, из (4) по заданному n_s величину T^2 (или, что то же самое, d_i) и соответственно из соотношения (8) — необходимое число периодов структуры K на заданной длине волны λ .

Отметим теперь два очевидных следствия из соотношения (8). Во-первых, как и для тонкослойных структур с двухслойным периодом, геометрическая толщина слоев и в нашем случае обратно пропорциональна числу периодов структуры K ; во-вторых, поскольку, как легко видеть, $P > 3$ ($n_1 \neq n_2 \neq n_3$), то для суммарной оптической толщины всей структуры можно записать

$$D = 3KD = \frac{\lambda}{2\pi} \frac{3}{\sqrt{1+P}} < \frac{\lambda}{4}.$$

Рассмотрим теперь более подробно соотношения (2) и (4), из которых видно, что режим согласования может быть реализован при двух значениях длин волн и согласуемых нагрузок соответственно. Действительно, из (2) при $K=1$ имеем

$$n_s = n_L \frac{1 - T_0^2 (n_2/n_1 + n_3/n_2 + n_3/n_1)}{1 - T_0^2 (n_1/n_2 + n_2/n_3 + n_1/n_3)} = n_L \frac{1 - T_0^2 t}{1 - T_0^2 m}. \quad (9)$$

Подставляя выражение для n_s из (9) в (4) и решая полученное уравнение относительно T^2 , получим

$$T_{0,s}^2 = \frac{(am + b - n_L^2 (cl - d)) \pm \sqrt{(am + b - n_L^2 (cl - d))^2 - 4 (bm - d n_L^2) (a - n_L^2 c)}}{2 (bm - d n_L^2)}, \quad (10)$$

где $a = \sum_{i=1}^3 n_i$, $b = \frac{n_1 n_3}{n_2}$, $c = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{n_i}$, $d = \frac{n_2}{n_1 n_3}$.

Таким образом, в нашем случае существуют два решения относительно T^2 и, как следствие, два решения по n_s . Следовательно, режим согласования реализуется при двух парах решений, а именно $\{n_{s_1}, \lambda_{s_1}\}$, $\{n_{s_2}, \lambda_{s_2}\}$, из которых $\{n_{s_1}, \lambda_{s_1}\}$ — наиболее длинноволновое решение. Так, например, для среднего ИК-диапазона ($\lambda_{0_1} = 10,6$ мкм), используя материалы BaF_2 ($n_1 = 1,45$), ZnS ($n_2 = 2,3$) и ZnSe ($n_3 = 2,55$), для реализации режима согласования подложки из Ge ($n_{s_1} = 4$) на λ_{0_1} на основе полученных соотношений можно синтезировать структуру, у которой при $K=3$

$$d_1 = 0,21 \text{ мкм}, \lambda_{0_1} = 10,6 \text{ мкм}, n_{s_1} = 4,$$

$$d_2 = 0,13 \text{ мкм}, \lambda_{0_2} = 1,94 \text{ мкм}, n_{s_2} = 19,$$

$$d_3 = 0,12 \text{ мкм},$$

или при $K=5$

$$d_1 = 0,24 \text{ мкм}, \lambda_{0_1} = 10,6 \text{ мкм}, n_{s_1} = 4,$$

$$d_2 = 0,02 \text{ мкм}, \lambda_{0_2} = 2,13 \text{ мкм}, n_{s_2} = 4,4,$$

$$d_3 = 0,001 \text{ мкм}.$$

Проанализируем теперь возможность расчета дополнительной согласующей способности рассматриваемой структуры для произвольно-

то числа ее периодов. Для этого воспользуемся как точным соотношением (10), так и формулой (7). Тогда с учетом нормировки на асимптотиках легко получить положение второго пика согласования:

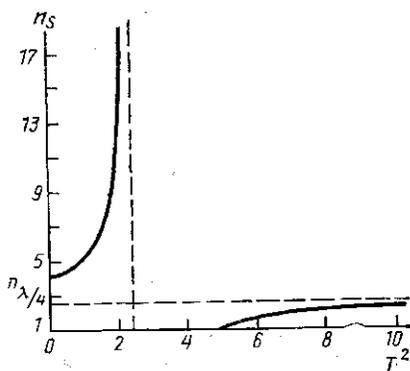
$$\lambda_2 = \frac{2\pi D}{\arctg [(K(1+P))^{3/2} T_{02}]^{-1}}. \quad (11)$$

Определив из (11) λ_2 , из соотношения (4) можно непосредственно вычислить значение n_s .

Для проверки полученных выражений был выполнен численный эксперимент на основе тех же материалов, что и в ранее рассмотренном примере. Для упрощения расчетов предполагалось, что волна падает из свободного пространства, т. е. $n_L=1$, а в качестве согласуемой среды использовался также Ge ($n_s=4$). Сравнение теоретических и численных расчетов показало, что все полученные аналитические соотношения верны (ошибка менее 3%). Из графика зависимости $n_s(T^2)$ (рисунок), построенного при $n_1=1,45$ (BaF₂), $n_2=2,3$ (ZnS) и $n_3=2,55$ (ZnSe) по соотношению (4), видно, что при увеличении числа периодов в структуре n_s приближается к своему граничному значению $n_s=4$, которое выше, чем для четвертьволновой структуры с тем же числом и порядком чередования слоев. Из представленного графика можно также сделать вывод о том, что даже при довольно больших значениях T^2 значения n_{s1} и n_{s2} могут быть больше $n_{\lambda/4} = n_s(T)|_{T \rightarrow \infty}$, достаточно

лишь изменить порядок чередования слоев. Это свойство тонкослойных структур с трехслойным периодом может оказаться очень важным для практической реализации, особенно в тех случаях, когда технологически определен порядок чередования слоев по физическим свойствам. В рассмотренном выше примере выбранное расположение слоев ($n_1 < n_2 < n_3$), вообще говоря, не является оптимальным. Анализ показывает, что наиболее выигрышным по согласующей способности является порядок чередования $n_2 > n_3 > n_1$, при котором в рассмотренном случае $n_s=4,53$, тогда как для четвертьволновой трехслойной структуры аналогичный порядок чередования слоев дает $n_{\lambda/4}=1,3$.

Таким образом, анализ свойств рассматриваемой структуры с трехслойным периодом позволяет сделать следующие выводы. 1) Для нее полностью сохраняются основные фундаментальные свойства тонкослойных структур такого класса, изученные ранее. 2) Отличительной особенностью тонкослойных структур с трехслойным периодом является, во-первых, появление дополнительной согласующей способности и, во-вторых, — возможность в зависимости от порядка чередования n_1 , n_2 , n_3 в структуре получать согласующую способность (как основную, так и дополнительную), большую, чем для четвертьволновых структур с тем же порядком чередования слоев. Кроме того, полученные простые аналитические соотношения позволяют легко синтезировать структуры такого класса для решения различных задач прикладной оптики.



[1] Козарь А. В. // Тез. докл. на Всесоюз. науч.-техн. конф. «Проектирование и применение радиоэлектронных устройств на диэлектрических волноводах и резонаторах» (27—29 сент. 1983 г.). Саратов, 1983. С. 136. [2] Козарь А. В. // Тез. докл. на Всесоюз. науч. семинаре «Методы синтеза и применение многослойных интерференционных систем» (М., 18—19 апр. 1984 г.). М., 1984. С. 118. [3] Козарь А. В. // Опт. и спектр. 1985. 59, № 5. С. 1132. [4] Козарь А. В. // Тез. докл. на Всесоюз. науч. семинаре «Методы синтеза и применение многослойных интерференционных систем» (М., 18—19 апр. 1984). М., 1984. С. 116. [5] Козарь А. В. // Междунар. симп. «Прикладная оптика 89». Прага. Т. 1. С. 59.

Поступила в редакцию
14.03.90

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1990. Т. 31, № 5

АКУСТИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

УДК 534.222

НЕЛИНЕЙНАЯ ЭВОЛЮЦИЯ КВАЗИКРУГОВЫХ ТЕЧЕНИЙ: МОДЕЛИ БЮРГЕРСОВСКОГО ТИПА И АКУСТО-ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ АНАЛОГИЯ

Ю. Н. Маков, О. В. Руденко

(кафедра акустики)

Рассмотрена нелинейная эволюция двумерных течений в идеальной жидкости, линии тока которых являются модулированными по углу окружностями. Для решения этой задачи получено приближенное уравнение типа уравнения Бюргерса для функции тока и использованы аналогии с волновыми задачами нелинейной акустики.

Известно, что уравнения нелинейной акустики [1, 2] получены из полной системы нестационарных уравнений динамики сплошных сред с использованием ряда упрощающих предположений. Однако при анализе обычных задач гидродинамики аналогичные приближения используются крайне редко, хотя именно этот путь приводит к простым моделям, дающим аналитическое описание процесса (см., напр., [3]).

Здесь решена классическая задача об эволюции квазикруговых течений на основе уравнения для функции тока, подобного уравнению Бюргерса. При этом использованы методы упрощения и аналогия с волновыми задачами нелинейной акустики.

Двумерное вихревое течение идеальной несжимаемой жидкости в полярных координатах r, φ описывается двумя уравнениями для функции тока ψ и завихренности Ω [4]:

$$\Omega = \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \Omega}{\partial \varphi} - \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \frac{\partial \Omega}{\partial r} \right) = 0. \quad (2)$$

Радиальная и азимутальная составляющие скорости течения выражаются через ψ так: $v_r = (-1/r) \partial \psi / \partial \varphi$, $v_\varphi = \partial \psi / \partial r$.

Исходя из точного порождающего решения этой системы, в виде стационарного вращательного движения:

$$\psi = \psi_0(r), \quad \Omega = \Omega_0(r), \quad (3)$$