

излучения, степень поляризации), причем значения равновесной концентрации сильно (на несколько порядков) могут различаться в приграничной области и в остальной части объема кюветы (рис. 2). Поэтому в исходных уравнениях на следующем этапе уточнения модели необходимо учитывать нелинейные эффекты, связанные с влиянием концентрации на величину силы F .

ЛИТЕРАТУРА

[1] Агранович В. М., Галанин М. Д. Перенос энергии электронного возбуждения в конденсированных средах. М., 1978. [2] Рыжиков Б. Д., Сенаторова Н. Р. // Опт. и спектр. 1986. 60, № 5. С. 1078. [3] Гегузин Я. Е. // УФН. 1986. 149, № 1. С. 149. [4] Самарский А. А., Гулин А. В. Устойчивость разностных схем. М., 1973. [5] Фридман А. Уравнения с частными производными параболического типа. М., 1968.

Поступила в редакцию
26.04.90

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1990. Т. 31, № 6

УДК 530.145

ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ ПРОБНОГО КВАНТОВОГО ОСЦИЛЛЯТОРА ПРИ ОГРАНИЧЕННОМ ВРЕМЕНИ ИЗМЕРЕНИЯ

Е. К. Слива, Ф. Я. Халили

(кафедра молекулярной физики и физических измерений)

Найдена предельная чувствительность пробного квантового осциллятора при слежении за его координатой в течение заданного ограниченного времени. Построена соответствующая процедура оптимального выделения сигнала из квантовых шумов измерителя координаты.

Одним из основных выводов квантовой теории измерений является наличие так называемого стандартного квантового предела чувствительности (СКП) [1]. Он определяет величину классической силы $F(t)$, обнаружимой по отклику квантовой пробной системы, при непрерывном слежении за координатой последней. В частности, для гармонического осциллятора стандартный квантовый предел имеет вид

$$F\tau_F \geq \sqrt{m\omega_0\hbar}, \quad (1)$$

где F — амплитуда силы, τ_F — ее длительность, m — масса осциллятора, ω_0 — его собственная частота, \hbar — постоянная Планка. Подчеркнем, что наличие СКП свойственно ограниченному классу измерителей (отслеживающих координату пробного объекта). Предложен ряд методов измерения, свободных от СКП (см. обзор [2]), однако их практическая реализация весьма сложна, и для всех используемых в настоящее время датчиков малых сил СКП является принципиальным пределом.

Формула (1) справедлива в предположении, что время выделения сигнала τ бесконечно. Очевидно, что реально оно всегда ограничено сверху. В частности, для уменьшения влияния тепловых флуктуаций должно выполняться неравенство [3]

$$\tau \ll \tau^*, \quad (2)$$

где τ^* — время релаксации пробной системы.

Целью данной работы является нахождение предельной чувствительности и соответствующей процедуры оптимальной фильтрации для системы обнаружения, состоящей из пробного квантового осциллятора и системы слежения за его координатой, при заданном конечном времени наблюдения τ . При этом будет предполагаться, что условие (2) выполнено: диссипация в осцилляторе настолько мала, что обусловленный ею предел чувствительности лежит существенно дальше предела (1).

Блок-схема рассматриваемой системы обнаружения изображена на рис. 1. Измеритель координаты подключается к осциллятору в момент времени $-\tau/2$ и отключается в момент $\tau/2$. Выходной сигнал измерителя $\tilde{x}(t)$ является классической наблюдаемой: автокоммутатор $[\tilde{x}(t), \tilde{x}(t')]$ тождественно равен нулю. Поэтому его можно обрабатывать в соответствии с требованиями классической теории оптимальной фильтрации.

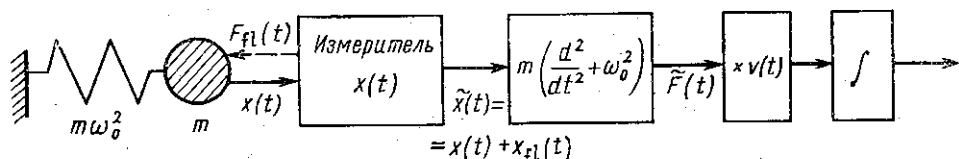


Рис. 1

Следующий каскад осуществляет преобразование

$$\tilde{x}(t) \rightarrow \tilde{F}(t) = m \left(\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \omega_0^2 x(t) \right),$$

устраняющее из сигнала часть, связанную с собственными колебаниями осциллятора:

$$x_0(t) = x_1 \cos \omega_0 t + x_2 \sin \omega_0 t$$

(x_1, x_2 — квадратурные амплитуды). Отметим, что значения x_1 и x_2 не могут быть одновременно точно заданы в силу соотношения неопределенностей

$$\Delta x_1 \Delta x_2 \geq \frac{\hbar}{2m\omega_0}.$$

Для синтеза алгоритма обработки переменной $\tilde{F}(t)$ можно пользоваться классической теорией оптимальной фильтрации. Задача состоит в нахождении оптимальной фильтрующей функции $v(t)$, удовлетворяющей граничным условиям

$$v(-\tau/2) = v(\tau/2) = 0 \quad (3)$$

и минимизирующей отношение сигнала к шуму:

$$s/n = \frac{\left(\int_{-\tau/2}^{\tau/2} v(t) F(t) dt \right)^2}{\int_{-\tau/2}^{\tau/2} v(t) v(t') B(t, t') dt dt'} \quad (4)$$

где $B(t, t')$ — корреляционная функция шума на выходе системы обнаружения.

Все собственные шумы системы слежения за координатой могут быть сведены к двум эквивалентным источникам флуктуаций. Первый добавляет аддитивный шум к выходному сигналу измерителя. Удобно пользоваться его приведенным ко входу значением $x_{11}(t)$. Второй представляет собой генератор случайной силы $F_{11}(t)$, действующей на исследуемый объект. В работе [4] было показано, что для их спектральных плотностей справедливо неравенство

$$S_x S_F - S_{x_F}^2 \geq \hbar^2/4. \quad (5)$$

Далее будет предполагаться, что в этом соотношении имеет место равенство, т. е. шумы измерителя малы настолько, насколько это возможно.

В соответствии с теорией оптимальной фильтрации [5] минимум функционала (4) имеет место для фильтрующей функции, являющейся решением уравнения

$$\int_{-\tau/2}^{\tau/2} B(t, t') v(t) dt = F(t). \quad (6)$$

В данном случае это интегральное уравнение можно преобразовать к дифференциальному уравнению вида

$$m^2 S_x \frac{d^4 v(t)}{dt^4} + 2(m^2 \omega_0^2 S_x + m S_{x_F}) \frac{d^2 v(t)}{dt^2} + (m^2 \omega_0^4 S_x + 2m \omega_0^2 S_{x_F} + S_F) v(t) = F(t). \quad (7)$$

С целью упрощения последующих выкладок здесь имеет смысл сделать следующее предположение:

$$2m^2 \omega_0^4 S_x / S_F \ll 1. \quad (8)$$

С физической точки зрения оно означает, что связь измерителя с пробным осциллятором не слишком велика, так что колебания в последнем близки к гармоническим. Следует отметить, что в реальных физических системах это условие практически всегда можно считать выполненным. Для того чтобы при этом получить чувствительность, приближающуюся к стандартному квантовому пределу (1), время выделения сигнала также должно быть достаточно велико:

$$\omega_0 \tau \gg 1. \quad (9)$$

При выполнении предположений (8), (9) оптимальная фильтрующая функция является близкой к гармонической:

$$v(t) = \text{Re}(V(t) \exp\{-i\omega_0 t\}).$$

Здесь $V(t)$ — медленно (по сравнению с частотой ω_0) меняющаяся функция. С учетом граничных условий (3) она равна

$$V(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(t') K(t, t') dt', \quad (10)$$

где

$$K(t, t') = \frac{\exp\{i\nu(t' - t)\}}{2\hbar\omega_0 m \cdot \text{sh } \lambda\tau} (\exp\{-\lambda\tau\} \text{ch } \lambda(t - t') - \text{ch } \lambda(t + t')) + \text{sh } \lambda\tau \cdot \exp\{-\lambda|t - t'|\},$$

$$\lambda = \frac{\hbar}{4m\omega_0 S_x}, \quad \nu = \frac{S_{xF}}{2m\omega_0 S_x},$$

а переменная $\Phi(t)$ определяется из условия

$$F(t) = \text{Re}(\Phi(t) \exp\{i\omega_0 t\}). \quad (11)$$

Заметим, что поскольку никаких предположений об узкополосности силы $F(t)$ не делалось, то величина $\Phi(t)$ определяется равенством (11) неоднозначно. Однако на окончательном результате эта неоднозначность не сказывается.

Подстановка фильтрующей функции (11) в формулу (4) приводит к следующему выражению для отношения сигнала к шуму:

$$s/n = \frac{1}{2} \text{Re} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \Phi(t) \Phi(t') K(t, t') dt dt' \right). \quad (12)$$

Для анализа полученного выражения удобно рассмотреть случай силы в виде синусоидального резонансного цуга длительностью τ_F :

$$F(t) = \begin{cases} F_0 \sin \omega_0 t & \text{при } -\tau_F/2 \leq t \leq \tau_F/2, \\ 0 & \text{при } t < -\tau_F/2 \text{ или } t > \tau_F/2. \end{cases} \quad (13)$$

Заметим, что цуг при этом может быть коротким (широкополосным), $\omega_0 \tau_F \approx 1$. Отношение сигнала к шуму для силы вида (13) равно

$$s/n = (s/n)_{SQL} \cdot \frac{1}{(\lambda\tau_F)^2} \left(\lambda\tau_F - 1 + \exp\{-\lambda\tau_F\} - \frac{4 \text{sh}^2(\lambda\tau_F/2)}{\exp\{\lambda\tau\} + 1} \right), \quad (14)$$

где

$$(s/n)_{SQL} = \frac{(F_0 \tau_F)^2}{2\hbar\omega_0 m}$$

— величина отношения сигнала к шуму, соответствующая стандартному квантовому пределу.

На рис. 2 приведены графики зависимости отношения сигнала к шуму в единицах $(s/n)_{SQL}$ от величины λ для различных значений параметра τ/τ_F . Видно, что максимальное отношение сигнала к шуму достигается для небольших значений λ , порядка или меньше $1/\tau_F$, что хорошо согласуется со сделанным ранее предположением (8). При $\tau/\tau_F \gg 1$ оптимальным является режим очень слабой связи измерителя с пробным осциллятором, $\lambda \ll 1/\tau_F$.

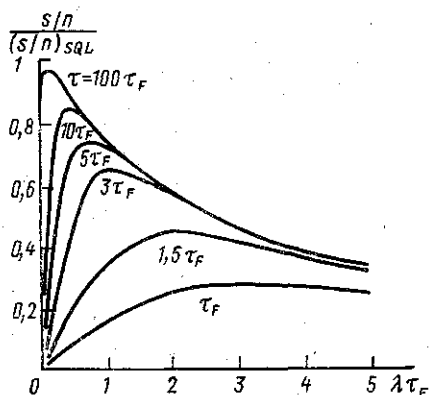


Рис. 2

Из этих графиков видно также, что для того, чтобы приблизиться к стандартному квантовому пределу, необходимо достаточно большое время выделения сигнала. Например, при $\tau = \tau_F$ величина s/n (при оптимальной связи измерителя с пробным осциллятором) составляет около $1/4$ от уровня $(s/n)_{SQL}$, при $\tau = 3\tau_F$ — около $2/3$ и лишь при $\tau \geq 10\tau_F$ превышает $0,85 (s/n)_{SQL}$.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Брагинский В. Б., Воронцов Ю. И.//УФН. 1974. 114. С. 41.
[2] Брагинский В. Б.//УФН. 1988. 156. С. 93. [3] Брагинский В. Б., Манукин А. Б. Измерение малых сил в физических экспериментах. М., 1974. [4] Воронцов Ю. И., Халили Ф. Я.//Радиотехн. и электроника. 1982. 27. С. 2392.
[5] Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М., 1989.

Поступила в редакцию
18.06.90

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1990. Т. 31, № 6

АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

УДК 539.186.3

О ВЛИЯНИИ ИСКАЖЕНИЯ НАЧАЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ АТОМА ПОЛЕМ МНОГОЗАРЯДНОГО ИОНА НА ДВАЖДЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ СЕЧЕНИЯ ИОНИЗАЦИИ

Н. В. Новиков, В. С. Сенашенко

*(кафедра физики атомного ядра;
кафедра оптики и спектроскопии)*

Предложено теоретическое описание ионизации атома многозарядными ионами: наряду с взаимодействием в конечном состоянии при $Z_1/V_1 < 1$ (Z_1 — заряд налетающей частицы, V_1 — скорость сталкивающихся частиц) корректно учитывается искажение начального состояния атома мишени полем налетающего иона. Показано, что с увеличением заряда и уменьшением скорости иона влияние искажения начального состояния на угловые и энергетические распределения электронов возрастает. Результаты расчетов для столкновений ионов с атомом гелия сравниваются с экспериментальными данными.

В работе [1] на основе уравнений Фаддеева, модифицированных для кулоновских потенциалов, была сделана попытка в тех же приближениях, что и для столкновений с протонами, описать угловые и энергетические распределения электронов, образующихся при ионизации атомов гелия другими положительными ионами. Однако результаты, полученные для ионов с зарядом $Z_1 > 1$ при одинаковой скорости сталкивающихся частиц, обнаружили значительно большие отличия от экспериментальных данных, чем для столкновений с протонами. Это означает, что при теоретическом описании столкновений многозарядных ионов с атомами к модели ионизации должны предъявляться более жесткие требования. Так, в отличие от столкновений с протонами при росте заряда налетающего иона необходимо учитывать его влияние на движение атомного электрона не только в конечном, но и в начальном состоянии.

Целью работы является исследование влияния искажения начального состояния нейтральной мишени полем многозарядного иона на