

где $I_0(x)$ — модифицированная функция Бесселя. Из (14) может следовать существенное увеличение $\exp\{-\beta^2\}$. Например, при $\beta_0 \approx \beta_x \approx 3$

$$\exp\{-\beta^2\} \approx 0,13 \gg \exp\{-\tilde{\beta}_{0,x}^2\} \approx 10^{-3}.$$

Таким образом, (9), (16) качественно объясняют результаты экспериментальных исследований, представленных в таблице. Большое значение M для четвертого типа сигнала (см. таблицу) связано с двумя факторами: резким уменьшением β при увеличении количества мод и одновременным уменьшением парциальных значений отдельных мод для больших углов падения Φ_0 .

Таким образом, экспериментальные исследования дислокаций волнового фронта качественно подтверждают развитую теорию явления.

Сопоставляя теорию и эксперимент, можно сделать следующие выводы.

1. Дислокации волнового фронта ионосферного радиосигнала действительно существуют.

2. Среднее число дислокаций сильно зависит от фактора возмущенности сигнала, что является новым важным свойством дислокаций.

3. Теория явления дислокаций указывает на способ уменьшения их числа путем использования метода порогового приема, при котором сигналы малой амплитуды, связанные с дислокациями, не пропускаются в систему обработки.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Зельдович Б. Я., Пилипенко Н. Ф., Шкунов В. В. Обращение волнового фронта. М., 1985. [2] Гайлит Т. А., Гусев В. Д., Иванов М. И. // Радиофизика. 1987. 30, № 5. С. 669. [3] Альперт Я. Л. Распространение радиоволн и ионосфера. М., 1960. [4] Щелкунов С., Финс Г. Антенны. М., 1955. [5] Whale H. A., Gardiner C. W. // Radio Science. 1966. 1, N 5. P. 557. [6] Власова О. К., Гайлит Т. А., Гусев В. Д., Приходько Л. И. // Геомагнетизм и аэронавигация. 1974. 14, № 2. С. 233.

Поступила в редакцию
28.03.90

АКУСТИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

УДК 532.59

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ ПО ПОРОГУ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ГЕНЕРАЦИИ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН

А. В. Ведерко, В. Ф. Марченко

(кафедра радиофизики)

Показано, что при нерезонансном возбуждении на поверхности жидкости волн капиллярного и гравитационно-капиллярного диапазона пороговая амплитуда синфазных колебаний накачки зависит не только от диссипативных (вязких) потерь, но и от потерь системы на излучение. Дано экспериментальное обоснование предлагаемого метода определения вязкости жидкости.

Известны методы определения кинематической вязкости жидкости ν , основанные на измерении затухания поверхностных волн, амплитуда которых регистрируется зондовым или оптическим методом

[1, 2]. Для волн капиллярного и капиллярно-гравитационного диапазона частот вследствие значительного затухания и влияния нелинейных эффектов (например, индуцированных потоков жидкости, возникающих уже при $a/\lambda=0,02-0,05$, где λ — длина волны, a — ее амплитуда) точность определения декремента потерь ухудшается.

В настоящей работе предлагается метод определения ν , основанный на измерении порога параметрического возбуждения (ПВ) поверхностных волн. Поскольку для волн указанного диапазона осуществить резонансную схему возбуждения сложно [3], приходится иметь дело с ПВ, соответствующим случаю свободной (либо согласованной на концах области возбуждения) поверхности жидкости. В открытой системе порог ПВ определяется не только внутренними потерями поверхностной волны, но и потерями на излучение. Только корректный учет последнего фактора позволяет получить достоверные значения ν , используя измеренное пороговое значение амплитуды колебаний накачки.

Рассмотрим ПВ колебаний на поверхности несжимаемой жидкости, помещенной в сосуд прямоугольной формы, совершающий вертикальные колебания с частотой накачки ω_{ex} . Поперечный (b) и продольный (l) размеры кюветы удовлетворяют условиям $b/l \ll 1$, $b \approx (5 \div 10) \lambda/2$. Будем также считать, что вблизи торцов кюветы имеются согласователи, вследствие чего отражением волн можно пренебречь.

Известно [4], что когда амплитуда синфазных колебаний поверхности жидкости на частоте накачки превышает некоторую пороговую величину, возникают субгармонические колебания, представляющие собой суперпозицию двух бегущих навстречу поверхностных волн с частотой $\omega_{ex}/2$. Комплексные амплитуды этих волн $A_1(x, t)$, $A_2(x, t)$ удовлетворяют уравнениям [5]

$$\begin{aligned} \frac{1}{V_g} \frac{\partial A_1}{\partial t} + \frac{\partial A_1}{\partial x} + \gamma A_1 - ik^2 A_{ex} A_2^* &= 0, \\ \frac{1}{V_g} \frac{\partial A_2}{\partial t} - \frac{\partial A_2}{\partial x} + \gamma A_2 - ik^2 A_{ex} A_1^* &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где A_{ex} — амплитуда колебаний накачки, k — волновое число субгармонических волн; $\gamma = 2\nu k^2 / V_g$ — декремент затухания поверхностных волн, $V_g = d\omega/dk$; $\omega^2 = [gk + (\sigma/\rho)k^3] \text{th}(kh)$; σ — коэффициент поверхностного натяжения жидкости, ρ — ее плотность, h — глубина жидкости в кювете. Ось z направлена вниз, перпендикулярно плоскости поверхности невозмущенной жидкости, с которой совмещена плоскость XY .

Основным источником диссипативных потерь поверхностных волн является сдвиговая вязкость, приводящая к появлению приповерхностного слоя толщиной $\delta = \sqrt{2\nu/\omega}$. В диапазоне капиллярных и гравитационно-капиллярных волн реализуется случай тонкого скин-слоя ($\delta/\lambda \ll 1$), что позволяет учесть потери введением соответствующего декремента затухания в уравнения (1) (ср., напр., с [6]).

При заданном однородном поле накачки, сосредоточенном в области $-l/2 \leq x \leq l/2$ ($A_{ex} = A_{ex0}$, $|x| \leq l/2$; $A_{ex} = 0$, $|x| > l/2$), решение системы (1) будем искать в виде

$$A_{1,2}(x, t) = a_{1,2}(x) \exp\{\Gamma V_g t + i\Phi_{1,2}(x)\}.$$

Учитывая граничные условия $A_1(-l/2) = A_2(l/2) = 0$, получим

$$\begin{aligned} A_1(x, t) &= a_0 \exp\{\Gamma V_g t\} \sin \kappa(x + l/2), \\ A_2(x, t) &= a_0 \exp\{\Gamma V_g t\} \sin \kappa(l/2 - x), \end{aligned} \quad (2)$$

где $\kappa^2 = k^4 |A_{\text{ex}0}|^2 + (\Gamma + \gamma)^2$, причем условие существования пространственного распределения в такой форме имеет вид

$$\cos \kappa l = \pm \frac{\Gamma + \gamma}{k^2 |A_{\text{ex}0}|}.$$

Пороговое значение $A_{\text{ex}0}^{\text{th}}$ определяется из условия $\Gamma = 0$:

$$\cos \{k^4 |A_{\text{ex}0}^{\text{th}}|^2 l^2 + \gamma^2 l^2\}^{1/2} = - \frac{\gamma}{k^2 |A_{\text{ex}0}^{\text{th}}|}. \quad (3)$$

В пределе малых потерь $\left(\frac{\gamma}{k^2 |A_{\text{ex}0}^{\text{th}}|} \ll 1 \right)$,

$$A_{\text{ex}0}^{\text{th}} = \frac{1}{k^2} \left\{ \frac{\pi^2}{4l^2} + \gamma^2 \right\}^{1/2}, \quad (4)$$

а пространственное распределение волны субгармоники, например A_1 , выражается в форме

$$A_1(x) = a_0 \sin \left\{ \frac{\pi}{2l} \left(x + \frac{l}{2} \right) + \frac{\gamma}{k^2 |A_{\text{ex}0}^{\text{th}}| l} \left(x + \frac{l}{2} \right) \right\}.$$

Наличие потерь приводит к сдвигу максимума $A_1(x)$ из точки $x = l/2$ (соответствующей максимуму при $\gamma = 0$, когда распределение $A_1(x)$ имеет вид $\pi/2$ -моды — см. рис. 1, кривую 1) к центру области возбуждения. Уже отмечалось, что порог ПВ зависит как от диссипативных потерь (член, пропорциональный γ), так и от потерь на излучение (член, пропорциональный $1/l$). Физический смысл потерь на излучение становится ясным, если учесть, что внешняя добротность системы, равная отношению ее полной энергии к энергии, излучаемой с торцов, пропорциональна l .

При больших потерях $\left(\frac{\gamma}{k^2 |A_{\text{ex}0}^{\text{th}}|} \sim 1 \right)$

$$A_{\text{ex}0}^{\text{th}} = \frac{1}{k^2} \left\{ \frac{\pi^2}{l^2} + \gamma^2 \right\}^{1/2}, \quad (5)$$

$$A_1(x) = a_0 \sin \left\{ \frac{\pi}{l} \left(x + \frac{l}{2} \right) \right\}.$$

Максимум $A_1(x)$ находится вблизи центра области возбуждения $x = 0$, а распределение имеет вид π -моды (кривая 3 на рис. 1). Такое распределение характерно для ПВ спиновых волн, поскольку на длине образца обычно укладывается $(10^3 \div 10^4)\lambda$ [7]. Для волн на поверхности жидкости, близкой по свойствам к воде, пространственное распределение субгармоники занимает промежуточное положение между $\pi/2$ - и π -модами. Для определения γ можно воспользоваться как точной (3), так и приближенными формулами (4), (5). Для расчета γ необходимо дополнительно знать волновое число k . Важной особенностью предлагаемого метода является отсутствие индуцированных потоков жидкости вследствие их компенсации при взаимодействии волн субгармоники, бегущих навстречу друг другу.

Экспериментальная проверка осуществлялась на установке, состоящей из кюветы сечением 20×2 см и глубиной 3 см, выполненной из оргстекла и прикрепленной горизонтально к диффузору звукового динамика. При подаче переменного напряжения частотой 40—100 Гц от звукового генератора кювета совершала вертикальные колебания. Амплитуда синфазных колебаний поверхности жидкости на частоте накачки при этом составляла величину 50—100 мкм, а амплитуда колебаний субгармоники 0,2—1,0 мм. Получение пространственного распределения колебаний субгармоники и определение порога ПВ осуществлялось зондовой системой индикации, чувствительность которой составляла ~ 10 мкм. В качестве порога $A_{\text{ex}0}^{\text{th}}$ принималось среднее значение между амплитудами, соответствующими возникновению и срыву ПВ поверхностных волн.

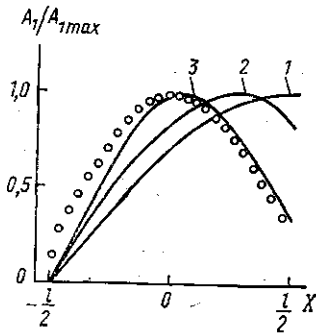


Рис. 1. Пространственное распределение одной из волн субгармоники. Теоретические кривые соответствуют $\psi/(k^2|A_{\text{ex}0}^{\text{th}}|) = 0$ (1); 0,5 (2) и 0,95 (3). Точками отмечены экспериментальные значения

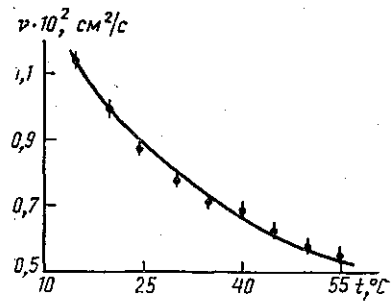


Рис. 2. Зависимость кинематической вязкости воды от температуры. Теоретическая кривая построена по данным монографии [8], точками отмечены экспериментальные значения

Типичное распределение амплитуды одной из волн субгармоники вдоль кюветы, заполненной жидкостью, при постоянной температуре представлено на рис. 1 точками. Оно хорошо соответствует расчетной кривой 3, если в качестве длины l выбрать расстояние между центрами согласователей.

Наиболее простыми являются измерения относительных величин кинематической вязкости ν , если жидкость с известными вязкостью, плотностью и поверхностным натяжением взять в качестве эталона. Предполагая прямую зависимость между амплитудой напряжения U , подаваемого на динамик, и амплитудой колебаний поверхности жидкости на частоте накачки $A_{\text{ex}0}$, можно, воспользовавшись, например, формулой (5), получить зависимость (индекс m относится к параметрам исследуемой жидкости, а индекс st — к параметрам эталонной жидкости)

$$\frac{\nu_m}{\nu_{st}} = \frac{U_m^{\text{th}}}{U_{st}^{\text{th}}} \left[\frac{\sigma_m}{\rho_m} \frac{\rho_{st}}{\sigma_{st}} \right]^{1/3} \quad (6)$$

справедливую для волн капиллярного диапазона и для двух достаточно близких по своим свойствам жидкостей. Очевидно, измерения

должны проводиться с равным количеством жидкостей при прочих равных условиях.

На рис. 2 представлена зависимость вязкости воды от температуры. Кривая построена по табличным данным монографии [8], точками отмечены экспериментальные значения. Для получения такой зависимости кювета заполнялась водой при $t=60^{\circ}\text{C}$ и через $\Delta t=5^{\circ}\text{C}$ проводились измерения U^{th} , перед каждым измерением вода перемешивалась. Экспериментальное значение, полученное при $t=15^{\circ}\text{C}$, совмещалось с соответствующей точкой кривой $v=v(t)$. Как видно, в пределах ошибки (5%) экспериментальные значения v совпадают с табличными, полученными другими методами. Основной вклад в погрешность измерений вносит неточность, связанная с определением размеров области возбуждения l ($3+4\%$).

Измерение вязкостей жидкостей более плотных и вязких, чем вода, лимитируется мощностью используемого динамика в данном диапазоне частот. Для определения абсолютного значения v требуется измерить амплитуду синфазных колебаний поверхности жидкости на частоте накачки, что может быть реализовано, например, с помощью оптического метода [2].

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Зарембо Л. К., Красильников В. А., Тхай Тхань Лонг//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1969. № 6. С. 121. [2] Воронин В. П. Дис. ... канд. физ.-мат. наук. М. (МГУ), 1972. [3] Garrett C. J. R.//J. Fluid Mech. 1970. 41. P. 837. [4] Гончаров В. В., Наугольных К. А., Рыбак С. А.//Изв. АН СССР, ФАО. 1977. 13, № 4. С. 431. [5] Езерский А. Б., Рабинович М. И. и др.//ЖЭТФ. 1986. 91, № 6. С. 2070. [6] Филлипс О. М. Динамика верхнего слоя океана. Л., 1980. [7] Львов В. С. Нелинейные спиновые волны. М., 1987. [8] Барр Г. Вискозиметрия. М.; Л., 1938.

Поступила в редакцию
06.04.90

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1990. Т. 31, № 6

УДК 534.26

ЛОКАЛИЗОВАННЫЕ АКУСТИЧЕСКИЕ МОДЫ КВАДРАТИЧНОГО ТВЕРДОГО КЛИНА

В. В. Крылов

(кафедра акустики)

С помощью геометро-акустического подхода показано, что вдоль вершины твердотельного клина, локальная толщина которого квадратичным образом зависит от его высоты, могут распространяться сосредоточенные вблизи вершины антисимметричные акустические колебания. Фазовые скорости этих колебаний характеризуются немонотонными зависимостями от частоты и могут быть сделаны сколь угодно малыми при стремлении высоты усечения клина к нулю.

Известно, что вдоль линии пересечения двух плоских граней твердотельного клина могут распространяться антисимметричные локализованные акустические колебания, фазовые скорости которых не зависят от частоты [1, 2]. В общем случае произвольных углов раскрытия клина θ эти квазиизгибные колебания, называемые также клиновыми акустическими волнами, поддаются рассмотрению лишь численными методами. Однако в наиболее интересном случае остроугольного кли-