

УДК 534.222

МОЩНЫЕ АКУСТИЧЕСКИЕ ПУЧКИ: САМОВОЗДЕЙСТВИЕ РАЗРЫВНЫХ ВОЛН, ФОКУСИРОВКА ИМПУЛЬСОВ И ЭКСТРАКОРПОРАЛЬНАЯ ЛИТОТРИПСИЯ

О. В. Руденко, О. А. Сапожников

(кафедра акустики)

Дан обзор исследований мощных акустических пучков, а также результатов и перспектив их практического использования. Приведена упрощенная самосогласованная система уравнений, описывающая акустический пучок в жидкости с учетом возбуждения энтропийной и вихревой мод и их обратного влияния на акустическое поле. Описаны эксперименты по исследованию тепловой самофокусировки как квазигармонических, так и разрывных волн. Проведен расчет самофокусировки пилообразных волн в приближении геометрической акустики. Обсуждается возможность безынерционной самофокусировки звука в среде с кубичной нелинейностью. Анализируется современное состояние экстракорпоральной литотрипсии — бурно развивающегося направления, лежащего на стыке медицины и нелинейной акустики. Описываются способы расчета фокусировки мощных акустических импульсов.

В последние годы удалось существенно продвинуться в исследовании сложных нелинейных явлений, сопровождающих распространение акустических пучков большой интенсивности. Концентрация сил в этом направлении связана с новыми приложениями, главным образом с проблемами медицинской техники. Так, революцию в урологии произвел ударно-волновой литотриптер, промышленный выпуск которого налажен фирмой «Дорнье» в начале 80-х годов. Этот прибор позволяет разрушать камни в почках без хирургического вмешательства, с помощью короткого акустического импульса с ударной волной на переднем фронте. Импульс возбуждается электрическим разрядом вне тела пациента и фокусируется эллиптическим рефлектором на камень через согласующую среду. Поскольку пиковые давления, создаваемые литотриптером в жидкости, не превышают 10^3 атм, для описания структуры поля достаточно ограничиться приближением нелинейной акустики.

Аппарат нелинейных эволюционных уравнений [1] в принципе позволяет рассчитать фокусировку нелинейных существенно негармонических возмущений (пилообразных волн, импульсов с крутыми фронтами и т. д.) с учетом частотно-зависимых дифракционных фазовых сдвигов, аббераций и быстрой трансформации профиля. Этим принципиальным явлениям до сих пор не уделялось должного внимания. Их сложно описать в рамках газодинамической теории ударных волн. Полукачественные теории нелинейной фокусировки [2, 3] в свое время позволили понять некоторые особенности процесса; однако они не описывают профиль волны и структуры фокальной области с требуемой в приложениях точностью.

Кроме того, формирование разрывов в профиле приводит к эффектам самовоздействия, которые ранее не учитывались вовсе. Так, нелинейная диссипация разрывных волн — принципиальный эффект, особенно для вязких сред — приводит к тепловой самофокусировке пилообразных волн в воде, которая существенно влияет на размер перетяжки и пиковое давление в фокальной области. Самовоздействия разрывных волн были обнаружены в экспериментах и описаны теоретически в работах [4—7].

Следует подчеркнуть, что в этой статье речь идет не о явлениях, для реализации которых требуются специальные условия эксперимента. Напротив, эти явления типичны. Источники интенсивных акустических сигналов всегда формируют направленные ограниченные в пространстве возмущения (пучки), поведение которых определяется как нелинейностью, так и дифракцией. Далее, любой исходный профиль в слабодиссипативной среде трансформируется в пилообразную волну — последовательность треугольных импульсов с разрывами, для описания которых необходимо учитывать нелинейное поглощение и самовоздействие. Исследование этих проблем важно не только для создания и модернизации нелинейно-акустических приборов. Речь идет о принципиальных нелинейных явлениях, изучение которых представляет несомненный интерес и для физики волновых процессов.

Самовоздействие

Интенсивные акустические пучки могут испытывать самофокусировку. Это явление возникает благодаря изменению свойств среды (формированию линзы) самим пучком. Оно было предсказано [8] по аналогии с самофокусировкой света [9] и наблюдалось [10, 11] в сильновязких жидкостях, где процесс образования разрывов был подавлен и волны, как в оптике, оставались квазигармоническими. Аналогия с оптикой использовалась также в большом числе теоретических работ, библиография которых имеется в [5, 12, 13]; красивая нелинейно-оптическая теория [9] была успешно перенесена на акустические задачи.

Однако самофокусировка звука имеет принципиальные особенности. При интенсивном внешнем воздействии в сплошной среде обычно возбуждаются все три моды: акустическая, вихревая и температурная [1]. Поэтому даже в вязких жидкостях, где взаимодействия типа звук—звук несущественны, требуется учитывать наличие вихревой и температурной мод. В работах [5, 14] получена упрощенная система уравнений, описывающая акустическое поле на основе модифицированного уравнения Хохлова—Заболотской

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{M}{c_0} \frac{\partial p}{\partial \tau} - \frac{\epsilon}{c_0^3 \rho_0} p \frac{\partial p}{\partial \tau} - \frac{b}{2c_0^3 \rho_0} \frac{\partial^2 p}{\partial \tau^2} \right] = \frac{c_0}{2} \Delta_{\perp} p, \quad (1)$$

а вихревые и температурные движения — на основе уравнений типа Прандтля

$$\frac{\partial U_x}{\partial t} + U_x \frac{\partial U_x}{\partial x} + U_r \frac{\partial U_x}{\partial r} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_0}{\partial x} + \frac{\eta}{\rho_0} \Delta_{\perp} U_x - \beta g T + F, \quad (2)$$

$$\frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r U_r) = 0. \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U_x \frac{\partial T}{\partial x} + U_r \frac{\partial T}{\partial r} = -\frac{\kappa}{\rho_0 c_p} \Delta_{\perp} T + \frac{c_0}{c_p} F, \quad (4)$$

выведенных в предположении о различных темпах изменения полей вдоль и поперек пучка [15], согласованных с квазиоптическим приближением (1).

Уравнения (1)—(4) выписаны для аксиально-симметричной задачи, ось x направлена вдоль оси пучка, $\tau = t - x/c_0$, Δ_{\perp} — лапласиан по поперечной координате r . Переменная p — акустическое давление,

U_x, U_r — компоненты скорости течения, T — приращение температуры среды, $P_0(x, t)$ — квазидавление Буссинеска [15]. Коэффициенты c_0, ρ_0 — равновесные скорость звука и плотность, ϵ, b — параметры нелинейности и диссипации [1], η — сдвиговая вязкость, β — объемное расширение, g — ускорение силы тяжести, κ — теплопроводность, c_p — теплоемкость среды.

Уравнения (1)—(4) связаны. Влияние температурной и гидродинамической мод на акустическое поле (1) описывает член, содержащий

$$M = U_x/c_0 + \delta T, \quad (5)$$

где δ — температурный коэффициент скорости звука. Величина

$$F = \frac{b}{c_0^5 \rho_0^3} \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)^2 \quad (6)$$

(черта — усреднение по периоду) описывает передачу волной механического импульса (2) и теплоты (4) среде, происходящую вследствие линейного или нелинейного поглощения.

В основу упрощений для вывода (1)—(4) положены следующие физические соображения. 1. При поглощении звука жидкость приобретает импульс (на 5 порядков больший, чем при равной световой энергии), вызывающий «акустический ветер». Поток дефокусирует звук [13] и перемешивает жидкость, вынося нагретые слои из области пучка; это стабилизирует температуру не менее быстро, чем теплопроводность. 2. Нагревание среды звуком ведет не только к самовоздействию, но и к разрушению акустической линзы тепловой конвекцией, которая (как и «ветер») перемешивает жидкость. Оба типа течений требуют описания (2)—(4) с учетом гидродинамической нелинейности. 3. В типичных ситуациях, при больших акустических числах Рейнольдса, форма волны сильно искажена и содержит разрывы. Нелинейное затухание усиливает тепловое самовоздействие и приводит к появлению новых закономерностей. Самовоздействие пилообразных волн не имеет аналога в оптике.

Помимо этих соображений, часто необходимо учитывать сложную, быстро осциллирующую пространственную структуру ближнего поля акустических излучателей, где трудно определить границу пучка. В вязких жидкостях, кроме того, имеют место явления типа «акустического самопросветления» [12], которые можно учесть введением температурных зависимостей в коэффициенты выражений (1)—(6).

Перечисленные особенности тепловой самофокусировки (ТСФ) наблюдались в ряде экспериментов. Так, в первых работах по ТСФ [11] акустический пучок в кювете с фокусирующей ($\delta < 0$, см. (5)) средой — глицерином — был ориентирован горизонтально. Возникла термоконвекция, приводившая к «всплыванию» пучка, разрушению тепловой линзы и подавлявшая самовоздействие. Более удачна другая геометрия эксперимента, когда звук распространяется сверху вниз. На рис. 1 схематически изображены линии тока, наблюдавшиеся в работе [16] по теневой картине и по движению визуализирующих частиц. Поток образуют два аксиально-симметричных тороидальных вихря, вращающихся в противоположных направлениях. Прилегающий к излучателю звука вихрь образуется в области, где сила «акустического ветра» больше силы, вызывающей конвекцию. Внешний вихрь, напротив, обусловлен преобладающей термоконвекцией. Две области

разделены сепаратрисой, имеющей форму «рюмки». На оси пучка, вблизи седловой точки, существует объем, в котором жидкость покоится (в режиме стационарной ТСФ). Именно здесь наблюдается наибольшее сужение пучка (штриховая кривая на рис. 1) и увеличение интенсивности звука на его оси. В экспериментах [16] фиксировалось возрастание интенсивности на порядок и более, хотя площадь поперечного сечения уменьшалась всего в 4—5 раз; расхождение связано с «самопросветлением» [12]. На рис. 2 изображены измеренные зависимости интенсивности от времени при различной мощности излучаемого ультразвука. Видно, что по мере нагревания глицерина ТСФ усиливается, причем эффект выражен гораздо сильнее для пучка с вертикальной ориентацией (сплошные кривые).

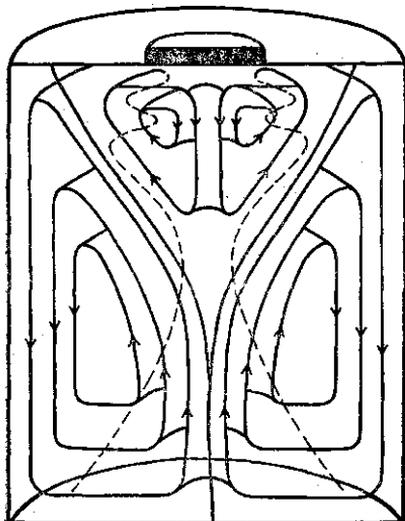


Рис. 1

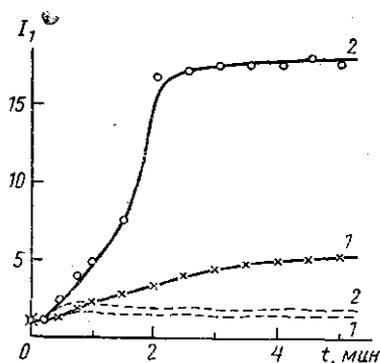


Рис. 2

Рис. 1. Картина линий тока жидкости. Излучатель звука — сверху. Штриховая линия — граница акустического пучка

Рис. 2. Интенсивность волны I на оси пучка в зависимости от времени t : $I_1 = I/I_0$, $I_0 = I(t=0)$. Радиус излучателя 3 см, волна принималась на расстоянии 25 см, частота ультразвука 1 МГц. Излучаемая мощность: 4 (1) и 16 Вт (2). Сплошные кривые соответствуют вертикальному пучку, штриховые — горизонтальному

Теория наблюдавшихся явлений, построенная на основе дальнейшего упрощения системы (1) — (4), изложена в работе [14].

В экспериментах [4] зарегистрирован новый эффект — ТСФ пилообразных волн в недиссипативной среде, нагревающейся за счет нелинейного поглощения периодической последовательности слабых ударных волн. Обсудим это явление более подробно.

Интенсивные пучки обычно создаются с целью транспортировки высоких плотностей акустической энергии. Поэтому используются жидкости с малым линейным поглощением звука α . При $\alpha \rightarrow 0$, казалось бы, потерь нет и ТСФ наблюдаться не может. Однако из-за отсутствия дисперсии скорости звука при распространении интенсив-

ной волны ее профиль прогрессивно искажается. В случае больших акустических чисел Рейнольдса ($\alpha \rightarrow 0$) на расстояниях, превышающих длину образования разрыва [1, 2], начинает происходить сильное нелинейное поглощение и, следовательно, нагревание среды, приводящее к ТСФ. Обычно этот процесс нежелателен, но его необходимо изучать и учитывать при формировании полей большой интенсивности.

В экспериментах [4] пилообразный профиль волны формировался в воде на трассе длиной, большей длины образования разрыва. Затем пучок мощностью 20 Вт шириной 3 см с частотой основной гармоники 2 МГц пропускался через кювету с ацетоном, который имеет малое поглощение α и в отличие от воды ($\delta > 0$) является фокусирующей средой ($\delta < 0$). Интенсивность волны на оси пучка на выходе из кюветы росла со временем (после включения излучателя) до значений, заметно превышавших начальную интенсивность.

Теория ТСФ пилообразных возмущений обладает большим своеобразием по сравнению с известными теориями самовоздействия квазигармонических волн [9, 17]. Поясним ее особенности при описании процесса в неподвижной среде. Считаем, что гидродинамическая мода не возбуждается, и положим в (1) — (5) $U_x = U_r = 0$. Такие условия реализуются, например, в гелеподобных средах, являющихся жидкими по отношению к звуку и твердыми для медленных процессов. При этом (2), (3) отбрасываются, а (4) будет иметь вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\kappa}{\rho_0 c_p} \Delta_{\perp} T = \frac{b}{c_0^4 \rho_0^3 c_p} \left(\frac{\partial p}{\partial \tau} \right)^2. \quad (7)$$

Положим теперь в (1) $p = p(x, r, \theta = \tau - \psi(x, r)/c_0)$, где ψ — сдвиг фронта из-за нагревания среды. Переходя к пределу коротких волн (по сравнению с размером температурных неоднородностей), получим уравнения нелинейной геометрической акустики [6]:

$$\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\varepsilon}{c_0^3 \rho_0} p \frac{\partial p}{\partial \theta} - \frac{b}{2c_0^3 \rho_0} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{2} \Delta_{\perp} \psi \cdot p = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \right)^2 + \delta T = 0. \quad (9)$$

В отличие от уравнений геометрической оптики, описывающих квазигармонические волны, выражения (8), (9) справедливы для возмущений с произвольной формой профиля. Полагая, к примеру, $p = A(x, r) \sin \omega \theta$, придем к тому же уравнению для A , что и в оптической ТСФ [9]. Заметим, что (8) имеет структуру уравнения Бюргерса, описывающего трансформацию плоских нелинейных волн [1]. Присутствуют два дополнительных слагаемых, содержащих ψ . Они учитывают искривление лучей, изменение сечения лучевых трубок, описываемые уравнением эйконала (9).

Для анализа пилообразных возмущений воспользуемся решением Хохлова [1, 18]

$$p = A(x, r) \left[-\frac{\omega \theta}{\pi} + \text{th} \left(\frac{\varepsilon}{b} A(x, r) \theta \right) \right], \quad -\frac{\pi}{\omega} < \theta < \frac{\pi}{\omega}, \quad (10)$$

для формы «пилы» на одном периоде. Здесь $A(x, r)$ — неизвестное ликовое давление — аналог амплитуды в оптической ТСФ. Подстав-

для (10) в (7), (8), в случае слабодиссипативных сред ($b \rightarrow 0$) приходим к системе

$$\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\varepsilon \omega}{\pi c_0^3 \rho_0} A^2 + \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{1}{2} \Delta_{\perp} \psi \cdot A = 0, \quad (11)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\kappa}{\rho_0 c_p} \Delta_{\perp} T = \frac{2}{3\pi} \frac{\varepsilon \omega}{c_0^3 \rho_0 c_p} A^3, \quad (12)$$

замыкаемой уравнением эйконала (9).

Отметим принципиальные особенности, обусловленные нелинейным характером поглощения. При линейном поглощении, коэффициент которого α пропорционален диссипативным свойствам среды ($\alpha \sim b$), второй член в (11) имел бы вид αA ; здесь же он пропорционален εA^2 . Кроме того, правая часть (12) была бы пропорциональна $b A^2$; здесь же она пропорциональна εA^3 .

Система (9), (11), (12) сильно упростится, если положить

$$\psi = \varphi(x, t) + \frac{r^2}{2} \frac{1}{f} \frac{\partial}{\partial x} f(x, t), \quad T = T_0(x, t) - \frac{r^2}{2} T_2(x, t). \quad (13)$$

В безаберрационном приближении (13) уравнение (9) примет вид

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \delta T_2 f = 0, \quad (14)$$

а нелинейное уравнение (11) имеет точное решение [6]:

$$\frac{A}{\rho_0} = \frac{1}{f} \Phi \left(\frac{r}{a_0 f} \right) \left[1 + \frac{1}{x_p} \Phi \left(\frac{r}{a_0 f} \right) \int_0^x \frac{dx'}{f(x', t)} \right]^{-1}. \quad (15)$$

Здесь $\rho_0 = A(0, 0)$ — амплитуда «пилы» на оси пучка на входе в среду. Функция Φ описывает исходное поперечное распределение амплитуды; например, для гауссова пучка $\Phi(\xi) = \exp(-\xi^2)$. Далее, a_0 — исходный радиус пучка, $x_p = \pi c_0^3 \rho_0 / (\varepsilon \omega \rho_0)$ — масштаб нелинейного поглощения.

Стационарный режим ТСФ достигается при $t \rightarrow \infty$ и соответствует $\partial T / \partial t = 0$ в уравнении (12). При этом задача сводится к решению одного нелинейного обыкновенного интегро-дифференциального уравнения для функции f :

$$f^2 \frac{d^2 f}{dz^2} = \Pi^3 \operatorname{sgn}(\delta) \left[1 + \Pi \int_0^z \frac{dz'}{f(z')} \right]^{-2}, \quad f(0) = 1, \quad \frac{df}{dz}(0) = K, \quad (16)$$

которая определяет (см. (15)) изменение как пикового давления, так и ширины пучка. В задаче (16) использована нормировка на характерные длину x_0 и давление P :

$$x_0 = \frac{\pi^2 |\delta| c_0^5 \rho_0}{3 \kappa \varepsilon^2 \omega^2}, \quad P = \frac{3 \kappa \varepsilon \omega}{\pi |\delta| c_0^2}.$$

Обозначения безразмерных величин: $\Pi = \rho_0 / P = x_0 / x_p$ — исходная амплитуда, $z = x / x_0$ — осевая координата, $K = x_0 / R$ — кривизна (R — радиус кривизны) исходного волнового фронта.

Решение задачи (16) зависит от двух параметров: Π и K . На рис. 3 приведены результаты расчета амплитуды «пилы» в самофоку-

сирующей среде ($\delta < 0$). Предполагалось, что пучок на входе — гауссов, с плоским волновым фронтом ($K=0$). С увеличением расстояния амплитуда на оси уменьшается (из-за нелинейного затухания ударных волн), а затем возрастает при сжатии волны к фокусу, где $A \rightarrow \infty$. Вблизи и за фокусом результаты не точны, так как нарушаются приближения нелинейной геометрической акустики и предположение о пилообразности профиля. Как видно из рис. 3, поперечный профиль пучка из гауссова становится более однородным, ширина его растет; это процесс сглаживания пучка или изотропизации диаграммы направленности [1]. При подходе к фокусу ширина пучка начинает уменьшаться и, если не учитывать дифракцию, обращается в нуль.

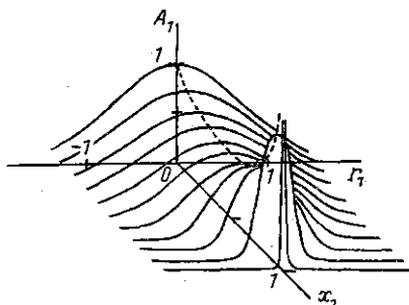


Рис. 3. Пространственное распределение амплитуды волны: $A_1 = A/\rho_0$, $r_1 = r/a_0$, $x_1 = x/x_{sf}$, где x_{sf} — координата нелинейного фокуса, $\Pi = 1$

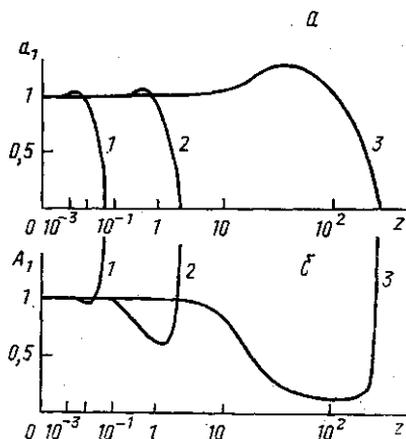


Рис. 4. Зависимость радиуса пучка (а) и амплитуды волны на оси (б) от расстояния: $a_1 = a/a_0$, $A_1 = A_0/\rho_0$, $\Pi = 10$ (1), 1 (2) и 0,1 (3)

На рис. 4 изображены зависимости от расстояния полуширины a пучка, измеренной на уровне e^{-1} от максимального значения, и A_0 — амплитуды волны на оси. Видно, что с увеличением исходной амплитуды Π самофокусировка все более преобладает над изотропизацией, хотя оба этих эффекта связаны с нелинейным поглощением и поэтому усиливаются с ростом Π .

В приложениях важно знать, как влияет самодефокусировка на обычную фокусировку интенсивных акустических волн. На рис. 5 приведена рассчитанная зависимость радиуса пучка от расстояния для различных значений начальной кривизны K волнового фронта. Видно, что радиус пучка вблизи фокуса в нуль не обращается. Возникает нелинейная перетяжка конечных размеров. При увеличении амплитуды Π радиус перетяжки растет, т. е. качество фокусировки из-за самовоздействия ухудшается. Для наблюдения этого эффекта не требуется каких-либо экстремальных значений амплитуд. Пусть, к примеру, пучок радиуса 3 см на частоте 4 МГц создан в воде. Амплитуда $\rho_0 = 1,3$ атм, радиус кривизны фронта $R = 9,4$ см. В этом случае параметры $\Pi \approx 10$, $K = -100$ соответствуют кривой 3 на рис. 5. Видно, что перетяжка сдвигается относительно геометрического фокуса вперед; сдвиг оценивается величиной $0,15 R \approx 1,4$ см, радиус перетяжки $a_{\min} \approx 0,12 a_0 \approx 3,6$ мм. В отсутствие самовоздействия, но при учете дифрак-

ции $a_{\min} \approx 2Rc_0/\omega a_0 \approx 0,36$ мм, т. е. самодефокусировка уширяет перетяжку на порядок.

Перейдем теперь к рассмотрению нестационарного режима ТСФ на начальном этапе $t < t_0$ ($t_0 = \rho_0 c_p a_0^2 / 12\kappa$ — время установления температуры), когда диффузионным членом уравнения теплопроводности

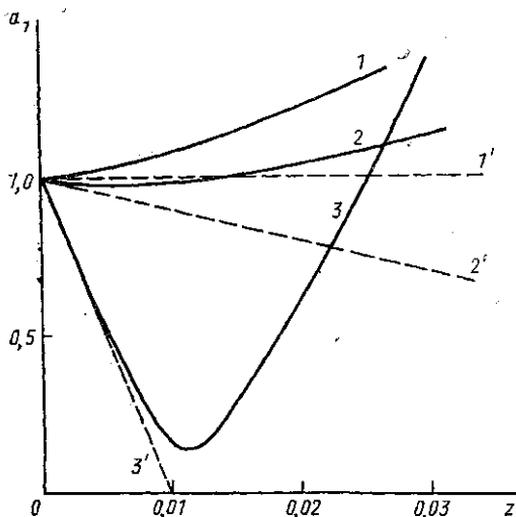


Рис. 5

Рис. 5. Зависимость радиуса сходящегося пучка от расстояния в дефокусирующей среде: $a_1 = a/a_0$, $\Pi = 10$, $K = 0$ (1), 10 (2) и 100 (3); 1', 2' и 3' — соответствующие кривые в линейном случае

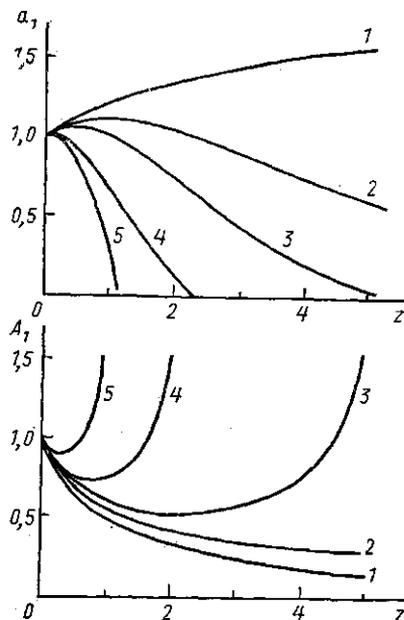


Рис. 6

Рис. 6. Нестационарная ТСФ: зависимость радиуса пучка (вверху) и амплитуды волны на оси (внизу) от расстояния в последовательные моменты времени: $a_1 = a/a_0$, $A_1 = A_0/\rho_0$, $K = 0$, $t/t_0 = 0$ (1); 0,5 (2); 1 (3); 2 (4) и 4 (5)

(12) можно пренебречь. В этом случае $f = f(x, t)$ и вместо (16) придется анализировать уравнение с частными производными

$$f^5 \frac{\partial}{\partial(t/t_0)} \left(\frac{1}{f} \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \right) = \Pi^3 \operatorname{sgn}(\delta) \left[1 + \Pi \int_0^z \frac{dz'}{f(z', t)} \right]^{-4} \quad (17)$$

На рис. 6 приведены результаты численного расчета [7] зависимостей от расстояния радиуса пучка и амплитуды «пилы» на оси для последовательных моментов времени. Среда выбралась фокусирующей ($\delta < 0$), исходный фронт волны — плоским ($K = 0$), а $f(0, t) = f(z, 0) = 1$. Видно, что в начальный момент времени пучок расширяется вследствие изотропизации, а амплитуда на оси уменьшается из-за нелинейного затухания. С течением времени среда прогревается и тепловая линза усиливается. Пучок начинает самофокусироваться, причем фокус движется по направлению к излучателю.

Перейдем теперь к обсуждению безынерционного самовоздействия пучков. Заметим, что рассмотренный выше эффект ТСФ возникал при

взаимодействии звука с медленной температурной модой и поэтому развивался на временах, много больших периода волны. Безынерционная самофокусировка (СФ) могла бы происходить из-за быстрых взаимодействий типа звук—звук; аналогичный эффект в оптике наблюдается в диспергирующих средах с нечетными степенными нелинейностями. Однако в акустике дисперсий почти нет, и самовоздействие протекает на фоне множественного рождения гармоник. В типичных для акустики средах с квадратичной нелинейностью пространственная ограниченность пучков приводит только к несимметричным искажениям временного профиля [19, 20]; ширина же пучка (в среднем по периоду) остается неизменной [1].

До сих пор не выяснен принципиальный вопрос о возможности СФ в кубичных средах без дисперсии. Кубично-нелинейными являются твердые тела по отношению к сдвиговым возмущениям; с возможностью самолокализации волн на границе нелинейно-упругой среды связано существование нового типа поверхностных акустических волн [21].

Для описания пучков в кубичной недиспергирующей среде используем уравнение типа (1)

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{\partial p}{\partial x} - \gamma p^2 \frac{\partial p}{\partial \tau} - \frac{b}{2c_0^3 \rho_0} \frac{\partial^2 p}{\partial \tau^2} \right] = \frac{c_0}{2} \Delta_{\perp} p. \quad (18)$$

Сравнивая члены с кубичной (18) и квадратичной (1) нелинейностями, обратим внимание на знак постоянных ϵ и γ . Обычно среды становятся более «жесткими» с увеличением объемной деформации, т. е. $\epsilon > 0$. В аналогичной ситуации, например для сдвиговых волн, самофокусировка в принципе невозможна; при $\gamma > 0$ среда является дефокусирующей (см. ниже). Эффект СФ может происходить лишь при $\gamma < 0$, но на фоне множества других взаимодействий, так как нелинейность, описываемая членом, содержащим γ , ответственна за деформацию и формы пучка, и профиля волны.

В приближении нелинейной геометрической акустики вместо (18) получим уравнение, аналогичное (8), (9):

$$\frac{\partial p}{\partial x} - \gamma p^2 \frac{\partial p}{\partial \theta} - \frac{b}{2c_0^3 \rho_0} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{2} \Delta_{\perp} \psi \cdot p = 0, \quad (19)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \right)^2 = \frac{c_0}{c(A)} - 1, \quad (20)$$

где $c(A)$ — скорость волны, зависящая от ее пикового давления («амплитуды»). Известно, что в слабодиссипативных средах ($b \rightarrow 0$) исходная гармоническая плоская волна превращается в пилообразную. В отличие от обычных квадратично-нелинейных сред в кубичных средах «зубья пилы» имеют не треугольную, а трапециевидную форму. Скорость этой «пилы» $c(A)$ и ее форму удастся описать аналитически [22]. Используя результаты [22], в безабберационном приближении придем к выражениям для амплитуды A и функции f :

$$\frac{A}{p_0} = \frac{1}{f} \Phi \left(\frac{r}{a_0 f} \right) \left[1 + \frac{g}{x_p} \Phi^2 \left(\frac{r}{a_0 f} \right) \int_0^x \frac{dx'}{f^2(x')} \right]^{-1/2}, \quad (21)$$

$$f^3 \frac{d^2 f}{dz^2} = \operatorname{sgn}(\gamma) \frac{N}{2} \left(1 + g \int_0^z \frac{dz'}{f^2(z')} \right)^{-2} + N^2. \quad (22)$$

Здесь координата x нормирована на $x_p: z=x/x_p=|\gamma|\omega\rho_0^2x$, число $N=$
 $=x_p/x_d$ ($x_d=\omega a_0^2/2c_0$ — дифракционная длина), $g=(3-2\ln 2)/4\pi\approx 0,13$.
Для оценок в (22) добавлен дифракционный член N^2 [18], соответствующий первой гармонике волны. Анализ уравнения (22) позволяет найти те числа N , при которых эффект СФ выражен наиболее четко и, следовательно, указать оптимальные значения параметров нелинейной среды и акустического пучка.

Фокусировка и литотриптеры

При фокусировке интенсивного акустического пучка амплитуда волны может значительно усилиться и превысить порог прочности среды. Отрицательные акустические давления в жидкостях приводят к разрывам сплошности и образованию кавитационных пузырьков. Естественно ожидать, что воздействие интенсивной волны на твердые тела также способно вызвать их разрушение.

С появлением источников мощного ультразвука предпринимались попытки их использования в медицине для бесконтактной фрагментации камней в почках человека. Однако работы, проведенные в этом направлении в 50-х годах, успеха не имели [23, 24]. В то же время контактное подведение ультразвука приводило к разрушению камня [25]; этот метод и сейчас используется в медицине для измельчения камней в мочевом пузыре.

Параллельно с возможностью ультразвукового разрушения анализировалась возможность использования для этих целей импульсных волн. В 50-х годах изобретатель Л. А. Юткин предложил электрогидравлический способ генерации ударных волн и показал, что подводный электрический разряд способен расколоть фарфоровые пластины, расположенные рядом с электродами. Идея была подхвачена урологами; в экспериментах удалось разрушить почечный камень в теле человека [26]. Устройство представляло собой эндоскоп с двумя наконечниками-электродами, контактирующими с камнем.

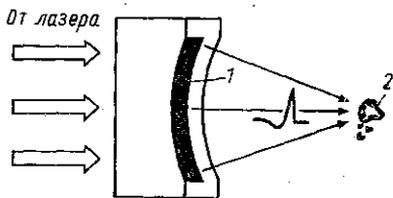
Электрогидравлические источники возродили исследования по бесконтактной фрагментации камней. О первом успехе сообщено в работе [27], положившей начало экстракорпоральной ударноволновой литотрипсии. С 1980 г. литотриптеры используются в клинической практике для разрушения почечных камней, а с 1985 г. — и при лечении желчнокаменной болезни.

Для генерации мощных акустических импульсов в современной литотрипсии используются три типа источников: электрогидравлические, электромагнитные и пьезоэлектрические [28]. Каждый тип имеет свои достоинства и недостатки. Так, наиболее распространенный электрогидравлический источник обладает большим запасом мощности, но нестабилен и создает диаграмму направленности с боковыми лепестками. Боковое излучение может травмировать кости, легкие и другие ткани, заметно отличающиеся по акустическому импедансу от водоподобных тканей организма. Кроме того, нежелательны высокое напряжение вблизи пациента и дискомфорт, создаваемый шумящим разрядным устройством.

Для улучшения характеристик акустического излучения и снижения вредных побочных воздействий необходима разработка альтернативных источников. Много достоинств имеют оптоакустические (ОА) генераторы, действие которых основано на возбуждении акустических импульсов при поглощении в среде модулированного оптического из-

лучения. Макет ОА-литотриптера на основе CO_2 -лазера был создан в 1983 г. на кафедре общей физики и волновых процессов и воспроизведен в 1989 г. на кафедре акустики физического факультета МГУ [29]. В последних экспериментах использовался импульсный лазер на стекле с неодимом. Он работал в режиме модулированной добротности на длине волны 1,06 мкм и генерировал импульсы длительностью 30 нс с энергией до 10 Дж. Световой пучок направлялся на входное окно ОА-генератора, схема которого изображена на рис. 7. Внутри

Рис. 7. Схема ОА-генератора мощных сфокусированных импульсов для экстракорпорального разрушения почечных камней: 1 — светопоглощающая жидкость, 2 — камень



генератора находилась жидкость с большим коэффициентом поглощения света $\alpha \sim 10^2 \text{ см}^{-1}$. Тонкий приповерхностный слой жидкости, в котором выделялась световая энергия, нагревался и, расширяясь, излучал в среду (воду) импульс сжатия. Граница поглощающей жидкости устанавливалась сферической [30], поэтому формировались сфокусированные импульсы. В фокусе помещался камень, подвергавшийся облучению.

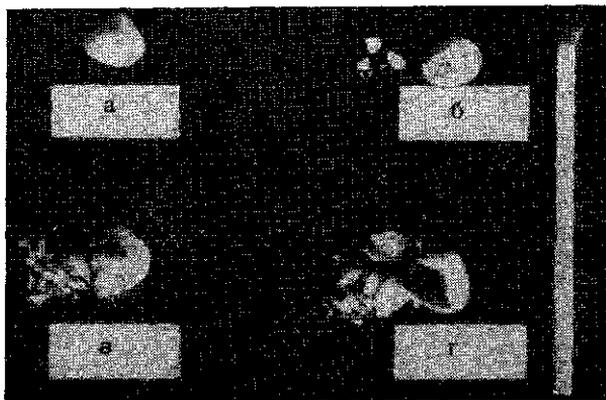


Рис. 8. Вид почечных камней, подвергнутых воздействию импульсов от ОА-генератора. Для камней а—г количество импульсов составляет соответственно 0, 3, 10 и 30

На рис. 8 приведены фотографии почечных камней после воздействия на них ударных импульсов ОА-генератора. Видно, что камни эффективно разрушаются. Уже после нескольких импульсов от поверхности отлетают небольшие фрагменты, а после 10—30 выстрелов откалываются довольно крупные части камня.

Механизмы разрушения в полях литотриптеров сейчас интенсивно исследуются во всем мире. До сих пор неясно, какие процессы здесь являются главными [28]. Обычно выделяют два механизма: откол и кавитационную эрозию. Относительный вклад различных механизмов

зависит от структуры камня и других факторов. ОА-генератор позволяет получать стабильные импульсы управляемой формы [31], что очень удобно как для изучения процессов фокусировки интенсивного излучения, механизмов разрушения, так и для использования в клинической практике с целью повышения селективности воздействия на камень.

В экспериментах по фокусировке импульсов, возбужденных с помощью ОА-генератора, было обнаружено, что нелинейность сильно ограничивает амплитуду волны. Линейная теория не описывает наблюдаемые особенности фокусировки, необходимо учитывать конечность амплитуды импульсов. В случае литотрипсии требуется умение рассчитывать профиль волны и структуру фокальной области, так как эти характеристики определяют эффективность процессов разрушения. Теоретический анализ фокусировки может быть выполнен с использованием уравнения Хохлова—Заболотской. Если в качестве среды выступает биологическая ткань (задачи гипертермии, экстракорпоральной литотрипсии и т. д.), то уравнение следует модифицировать с учетом неоднородности среды, а также наличия в ней дисперсии и поглощения:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left\{ \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\varepsilon}{\rho_0 c_0^3} p \frac{\partial p}{\partial \tau} - \left[\frac{M}{c_0} \frac{\partial p}{\partial \tau} + \frac{1}{2Z} \frac{\partial Z}{\partial x} p + \int_{-\infty}^{\infty} K(\tau - \tau') p(r, \tau') d\tau' \right] \right\} = \frac{c_0}{2} \Delta_{\perp} p. \quad (23)$$

Здесь использованы те же обозначения, что и в уравнении (1). Кроме того, $Z(\mathbf{r}) = \rho c$ — акустический импеданс, $\rho(\mathbf{r})$ — плотность среды, $c(\mathbf{r})$ — скорость звука, c_0, ρ_0 — средние по пространству значения c и ρ . В отличие от (5) величина M имеет более общее выражение: $M = (c - c_0)/c_0$. Ядро $K(\tau)$ определяется законом дисперсии среды [32]:

$$K(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left[\frac{\omega}{c_0(\omega)} - \frac{\omega}{c_0(\infty)} \right] \sin \omega \tau d\omega - \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \alpha(\omega) \cos \omega \tau d\omega,$$

где $c_0(\omega)$ и $\alpha(\omega)$ — скорость звука и коэффициент поглощения на частоте $\omega/2\pi$. При написании уравнения (23) предполагалось, что неоднородность и дисперсия среды, описываемые членами в квадратных скобках, являются малыми.

Фокусировка импульсов недостаточно изучена даже в случае однородной среды без дисперсии и поглощения. Решение уравнения Хохлова—Заболотской следует искать при граничном условии $p(x=0, r, \tau) = p_0 \Phi(r/a_0) \varphi(\tau + r^2/2Rc_0)$, где $\varphi(\tau)$ — временной профиль импульса, R — радиус кривизны волнового фронта. На рис. 9 приведены взятые из работы [33] результаты расчетов профиля импульса $V = V(\theta)$ ($V = p/\rho_0$, $\theta = \tau/\tau_0$) на различных расстояниях. Использовалось представление $\Phi(\xi) = \exp\{-\xi^3\}$, $\varphi(\tau) = \theta \exp\{-\theta^2\}$. Решение задачи зависит от двух параметров: $N = x_p/x_d$ и $D = R/x_d$, где $x_p = c_0^3 \rho_0 \tau_0 / \varepsilon \rho_0$ — длина образования разрыва в плоской волне, $x_d = a_0^2 / 2c_0 \tau_0$ — масштаб дифракции. Из рис. 9 видно, что вблизи фокуса амплитуда импульса растет, форма его меняется, приобретая треугольный вид. На фронте волны образуется разрыв.

Фокусировка импульсов большой амплитуды имеет ряд особенностей, которые позволяют использовать более простой способ ее описа-

ния, чем численное интегрирование уравнения Хохлова—Заболотской. Характерным является то обстоятельство, что при распространении монополярных мощных импульсов их временной профиль приобретает универсальный треугольный вид: за ударным фронтом следует участок линейного спада. Эта закономерность подтверждается в эксперименте [31]. На рис. 10 приведены осциллограммы импульсов на различных расстояниях от нефокусирующего ОА-генератора. Отчетливо видно, что профиль волны действительно треугольный, а ее амплитуда с расстоянием уменьшается. Следующим обстоятельством, которое нужно учитывать при описании фокусировки, является увеличение скорости фронта волны с ростом ее амплитуды. Этим импульсные возмущения

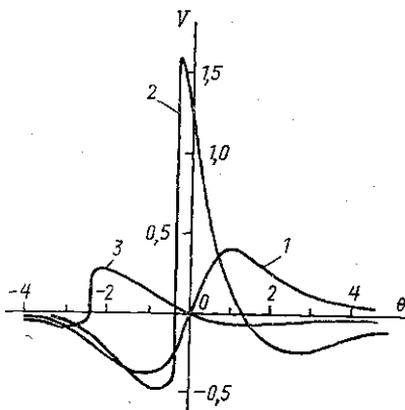


Рис. 9. Профиль сфокусированного акустического импульса на различных расстояниях: $x/R=0$ (1); 0,8 (2) и 2,8 (3); $N=0,15$, $D=0,015$

отличаются от пилообразных волн, скорость которых в квадратично-нелинейной среде от амплитуды не зависит. Зависимость скорости импульса от его амплитуды должна привести к безынерционной самодофокусировке, похожей на обсуждавшееся выше самовоздействие пило-

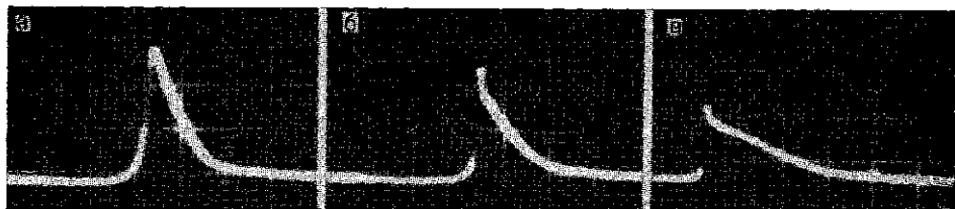


Рис. 10. Профиль мощного акустического импульса, распространяющегося в воде на различных расстояниях от ОА-генератора: $x=0$ (а), 4 (б) и 8 см (в). Развертка 0,2 мкс на деление. Исходная амплитуда импульса 100 бар

образной волны в кубично-нелинейной среде. Анализ самодофокусировки импульсов может быть проведен в геометрическом приближении, применяемом при описании саморефракции ударных волн, если определять лучи как кривые, ортогональные ударному волновому фронту [34]. Отметим, что использование приближения геометрической акустики предполагает малость дифракции. Это допущение верно вдали от фокуса и нарушается лишь тогда, когда диаметр акустического пучка уменьшается до размеров линейной перетяжки. Однако при достаточно большой амплитуде импульсов в результате их дефокусировки образуется нелинейная перетяжка больших размеров, чем линейная. В этих условиях дифракция несущественна всюду.

Следовательно, возможно описание фокусировки мощных импульсов в предположении треугольности их профиля и в приближении не-

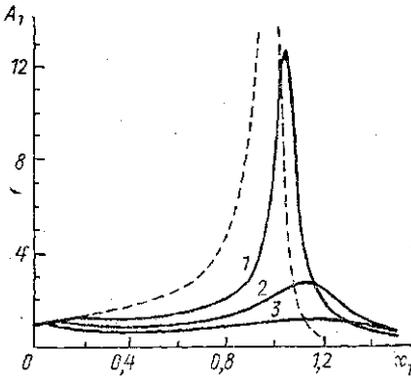
линейной геометрической акустики. Такой подход подобен проведенному выше анализу самовоздействия пилообразных волн. Оказывается, что в безбаррационном приближении амплитуда импульса представлена в виде

$$\frac{A}{p_0} = \frac{1}{p_0} \Phi \left(\frac{r}{a_{of}} \right) \left[1 + \frac{\Pi}{2R} \Phi \left(\frac{r}{a_{of}} \right) \int_0^x \frac{dx'}{f(x')} \right]^{-1/2}, \quad (24)$$

где $\Pi = R/x_p$ — безразмерная исходная амплитуда волны, а функция $f(x)$ находится из уравнения

$$f^2 \frac{d^2 f}{dx^2} = \frac{D\Pi}{2R^2} \left(1 + \frac{\Pi}{4R} \int_0^x \frac{dx'}{f(x')} \right) \left(1 + \frac{\Pi}{2R} \int_0^x \frac{dx'}{f(x')} \right)^{-3/2} \quad (25)$$

при граничных ($x=0$) условиях: $f=1$, $df/dx=-1/R$. На рис. 11 приведены результаты расчетов по формулам (24), (25) при различных параметрах Π и D . При этом учитывалось дополнительно, что нелинейное поглощение отсутствует до образования ударного фронта. Штриховая кривая построена по линейной теории. Видно, что на начальном этапе амплитуда волны увеличивается, как в линейном случае. Однако после образования разрыва в профиле импульса нелинейные зави-



симость отходят от штриховой кривой. Происходит нелинейное ограничение амплитуды импульса в фокусе: при достаточно большой исходной амплитуде усиления может вообще не быть (кривая 3). Другой особенностью является то, что нелинейная перетяжка с ростом амплитуды удаляется от линейного фокуса — указанный сдвиг действительно наблюдается в экстракорпоральных литотриптерах [35].

Рис. 11. Зависимость амплитуды импульса от расстояния: $A_1 = A/p_0$, $x_1 = x/R$. Для кривых 1, 2, 3 $\Pi = 5,2; 10,4$ и $15,6$; $D = 1,98 \cdot 10^{-2}; 4,36 \cdot 10^{-2}$ и $7,05 \cdot 10^{-2}$ соответственно. Штриховая кривая — «линейная» зависимость при $D = 1,98 \cdot 10^{-2}$

симости отходят от штриховой кривой. Происходит нелинейное ограничение амплитуды импульса в фокусе: при достаточно большой исходной амплитуде усиления может вообще не быть (кривая 3). Другой особенностью является то, что нелинейная перетяжка с ростом амплитуды удаляется от линейного фокуса — указанный сдвиг действительно наблюдается в экстракорпоральных литотриптерах [35].

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики. М., 1975. [2] Наугольных К. А. // Мощные ультразвуковые поля. М., 1968. С. 7. [3] Островский Л. А., Сутин А. М. // ДАН СССР. 1975. 221, № 6. С. 1300. [4] Карабутов А. А., Руденко О. В., Сапожников О. А. // Акуст. журн. 1989. 35, № 1. С. 67. [5] Карабутов А. А., Руденко О. В., Сапожников О. А. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1988. 29, № 4. С. 63. [6] Руденко О. В., Сапожников О. А. // Там же. № 6. С. 91. [7] Руденко О. В., Сагатов М. М., Сапожников О. А. // ЖЭТФ. 1990. 98, № 3(9). С. 808. [8] Аскарьян Г. А. // Письма в ЖЭТФ. 1966. 4. С. 144. [9] Ахманов С. А., Сухоруков А. П., Хохлов Р. В. // УФН. 1967. 93, № 1. С. 19. [10] Ассман В. А., Бункин Ф. В., Вершик А. В. и др. // Письма в ЖЭТФ. 1985. 41, № 4. С. 148. [11] Андреев В. Г., Карабутов А. А., Руденко О. В., Сапожников О. А. // Там же. № 9. С. 381. [12] Бункин Ф. В., Кравцов Ю. А., Ляхов Г. А. // УФН. 1986. 149, № 3. С. 391. [13] Бахвалов Н. С., Жилейкин Я. М., Заболотская Е. А. Нелинейная теория звуковых пучков. М., 1982. [14] Карабутов А. А., Руденко О. В., Сапож-

ников О. А.//Акуст. журн. 1988. 34, № 4. С. 644. [15] Гусев В. Э., Руденко О. В.//Там же. 1979. 25, № 4. С. 875. [16] Армеев В. Ю., Карабутов А. А., Сапожников О. А.//Там же. 1987. 33, № 2. С. 177. [17] Сухоруков А. П. Нелинейные волновые взаимодействия в оптике и радиофизике. М., 1988. [18] Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. М., 1990. [19] Андреев В. Г., Карабутов А. А., Руденко О. В.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1984. 25, № 3. С. 35. [20] Андреев В. Г., Карабутов А. А., Руденко О. В., Сапожников О. А.//Проблемы нелинейной акустодиагностики. Таллинн, 1986. С. 111. [21] Mozhaev V. G. Int. Cent. Theor. Phys. (Preprint). 1988. N 412. [22] Lee-Barty I. P., Crighton D. R.//Phil. Trans. Roy. Soc. of London. 1987. A323. P. 173. [23] Lamport H., Newman H. F., Eichhorn R. D.//Fed. Proc. 1950. N 9. P. 73. [24] Coats E. C.//J. Urol. 1956. 75. P. 865. [25] Lamport H., Newman H. F.//J. Urol. 1956. 76. P. 520. [26] Goldberg V.//Urologie B. 1979. 19. P. 23. [27] Haueusler E., Kiefer W.//Verhandl. Dtsch. Phys. Gesellschaft. 1971. 6. P. 786. [28] Delius M.//12th ISNA: Frontiers of Nonlinear Acoustics. L., 1990. P. 31. [29] Rudenko O. V.//13th Int. Congr. on Acoustics. Belgrade, 1989. V. 1. P. 15. [30] Божков А. И., Бункин Ф. В.//Акуст. журн. 1978. 24, № 6. С. 932. [31] Andreev V. G., Rudenko O. V., Sapozhnikov O. A.//12th ISNA: Frontiers of Nonlinear Acoustics. L., 1990. P. 115. [32] Андреев В. Г., Руденко О. В., Сапожников О. А., Хохлова В. А.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1985. 26, № 3. С. 58. [33] Жилейкин Я. М., Осипик Ю. И.//Современные проблемы математического моделирования. М., 1984. С. 152. [34] Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. М., 1977. [35] Coleman A. J., Saunders J. E.//Ultrasound Med. Biol. 1989. 15. P. 213.

Поступила в редакцию
17.10.90