ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1991. Т. 32, № 3

УДК 539.12.01

ДВУМЕРНЫЕ КВАНТОВЫЕ СОЛИТОНЫ МОДЕЛИ ВАЙНБЕРГА—САЛАМА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В. Р. Халилов

(*кафедра теоретической физики*)

Проведено квантование модели Вайнберга—Салама вблизи классических решений полевых уравнений, описывающих взаимодействующие электрически заряженное векторное (W-бозон) и нейтральное скалярное (поле Хиггса) поля в присутствии сверхсильного магнитного поля, в которых нелинейные эффекты учитываются непертурбативно. Найден спектр энергий квантовых частиц (нормальных мод векторного и скалярного полей) в «вакуумном» и «кинк»-секторе. Показано, что нарушения в двумерном приближении дискретная симметрия модели не восстанавливается, если вклад инстантонов в эффект туннелирования учитывается в квазиклассическом приближении.

В работе [1] было показано, что лагранжиан модели Вайнберга—Салама в унитарной калибровке в сверхсильном магнитном поле можно привести к лагранжиану двух полей в $1+1$ измерениях. Так как мы будем интересоваться эффектами, связанными с воздействием магнитного поля на вакуумное состояние модели Вайнберга—Салама, в исходном лагранжиане будем учитывать только поля электрически заряженных векторных W-бозонов, поле Хиггса и их взаимодействия:

$$\mathscr{L}=-\frac{1}{2}\eta^{\mu\nu}\eta^{\alpha\beta}f^{*}_{\mu\alpha}f_{\nu\beta}-m_W^2W^{*}_{\mu}W^{\mu}-ieF^{\mu}_{\nu}W_{\mu}W^{*\nu}-\frac{1}{2}g^2[(W^{*}_{\mu}W^{\mu})^2-$$
$$-W^{*}_{\mu}W^{*\mu}W^{\nu}W_{\nu}]+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial x^{\mu}}\right)^2-\lambda(\rho^2-\rho_0^2)^2. \qquad (1)$$

Здесь $\eta^{\mu\nu}$ — тензор Минковского с сигнатурой $(1, -1, -1, -1)$;

$$f_{\mu\nu}=D_{\mu}W_{\nu}-D_{\nu}W_{\mu},\quad D_{\mu}=\frac{\partial}{\partial x^{\mu}}+ieA_{\mu}(x);$$
$$F_{\mu\nu}=\frac{\partial A_{\nu}}{\partial x^{\mu}}-\frac{\partial A_{\mu}}{\partial x^{\nu}}; \qquad (2)$$

$A_{\mu}(x)$ — векторный потенциал внешнего поля, выбранный в калибровке

$$A_{\mu}(x)=(0,\ 0,\ -Bx,\ 0); \qquad (3)$$

$W_{\mu}(x)$ — векторное поле; $\rho(x)$ — скалярное хиггсовское поле; e — заряд W-бозона; g, λ, ρ_0 — константы модели, через которые в теории со спонтанно-нарушенной симметрией определяются массы W-бозона и хиггсовской частицы: $m_W^2=g^2\rho_0^2/2$, $m_H=4\lambda\rho_0^2$. Из (1), варьируя независимо по ρ и W^{*}_{μ}, нетрудно получить систему уравнений движения для полей ρ и W_{μ}.

Решение $W_{\mu}(x)$ ищется в предположении, что пространственная часть этого решения, зависящая от координат x, y, совпадает с пространственной частью решения линеаризованного уравнения для $W_{\mu}(x)$. Кроме этого, компоненты W_0 и W_3 функции W_{μ} полагаются равными нулю, а $W_2=iW_1$, так как в линеаризованной теории такой набор компонент соответствует основному состоянию W-бозона в постоянном магнитном поле B.

Далее, вспомним, что, согласно [2, 3], в безмассовых калибровочных теориях истинному минимуму соответствуют такие решения $W_1(x, y)$, которые описываются периодической функцией $|W_1(x, y)|$, характеризующейся двумя решеточными векторами **a** и **b**, причем направления и длины этих векторов определяются из условия минимизации гамильтониана системы. Так как исследуемая здесь модель при $\rho(x)=0$ и после замены $m_W^2-eB\to-eB$ близка к модели, рассмотренной в [2, 3], примем, что компонента W_1, во-первых, удовлетворяет линеаризованному уравнению и, во-вторых, средние значения $|W_1|^2$ и $|W_1|^4$ по координатам x, y имеют вид

$$\begin{aligned}\int dxdy|W_1|^2&=\frac{B}{2e}\theta|W_1(t,\ z)|^2,\\ \int dxdy|W_1|^4&=\frac{B^2}{4e^2}\theta|W_1(t,\ z)|^4,\end{aligned}\tag{4}$$

где θ — некоторый положительный параметр, причем $\theta=1$ для решения в виде гауссоиды и $\theta>1$ для периодического решения $|W_1(x, y)|$.

Предполагая также, что имеются решения нелинейной системы уравнений вида $\rho(t, z)$, после усреднения лагранжиана (1) по x, y с учетом соотношений (4) получим

$$\begin{aligned}\overline{\mathcal{L}}=&\left|\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right|^2-\left|\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right|^2+\left(eB-\frac{g^2\rho^2}{2}\right)|\Phi|^2-\frac{g^2}{2\theta}|\Phi|^4+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial t}\right)^2-\\ &-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial z}\right)^2-\lambda(\rho^2-\rho_0^2)^2,\quad |\Phi|^2\equiv\frac{eB\theta}{g^2}|W_1(t,\ z)|^2.\end{aligned}\tag{5}$$

Полевые уравнения для Φ_1 и Φ_2 были получены в работе [1] в следующем виде:

$$\begin{aligned}&\frac{\partial^2\Phi_i}{\partial t^2}-\frac{\partial^2\Phi_i}{\partial z^2}=-\frac{\partial U(\Phi_1,\ \Phi_2)}{\partial\Phi_i},\quad i=1,\ 2,\\ &\Phi_1=\rho/\rho_0,\quad \Phi_2=\Phi/\rho_0.\end{aligned}\tag{6}$$

Здесь

$$U=4\lambda\rho_0^2\left[\frac{1}{4}(\Phi_1^2-1)^2+\frac{\lambda'}{4}|\Phi_2|^4+\frac{d}{2}\Phi_1^2|\Phi_2|^2-\frac{c}{2}|\Phi_2|^2\right]\tag{7}$$

— потенциал взаимодействующих полей, параметры которого λ', d и c определяются параметрами исходного лагранжиана.

Рассмотрим задачи квантования этих полей и построения вакуумного состояния модели Вайнберга—Салама в сильном магнитном поле.

Вакуум модели и мезонные возбуждения

Квантование модели вблизи классических решений проведем на основе лагранжиана (5). Как известно [4], основная идея построения связи квантовых уровней с заданным классическим решением $\Phi_{1\,cl}$ и $\Phi_{2\,cl}$ состоит в построении набора состояний приближенно гармонических осцилляторов (нормальных мод), расположенных в пространстве полей около $\Phi_{1\,cl}$, $\Phi_{2\,cl}$. Естественно, что полученные таким способом результаты будут справедливыми только в приближении слабой связи, когда ангармонические поправки не учитываются. Решения $\Phi_{1\,cl}$, $\Phi_{2\,cl}$ дают либо абсолютный, либо локальный минимумы потенциала $U(\Phi_1, \Phi_2)$. Если $\Phi_{1\,cl}$, $\Phi_{2\,cl}$ — абсолютный минимум (который может быть и вырожденным), то он представляет «классический вакуум» системы, а точнее, вакуум на классических решениях. Так как в квантовой задаче лагранжиан (5) следует представить в виде

$$\mathscr{L}=T(\dot{\Phi}_1, \dot{\Phi}_2)-U(\Phi_1, \Phi_2), \tag{8}$$

где

$$V(\Phi_1, \Phi_2)=\rho_0^2\int dz\left\{-\frac{\Phi_1}{2}\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial z^2}-\Phi_2^*\frac{\partial^2\Phi_2}{\partial z^2}+U(\Phi_1, \Phi_2)\right\} \tag{9}$$

— потенциал, видим, что в $V(\Phi_1, \Phi_2)$ входят производные по Φ_i. Но вакуум должен быть пространственно независимым. Поэтому квантовый уровень, построенный в окрестности пространственно независимого абсолютного минимума потенциала $V(\Phi_1, \Phi_2)$, будет вакуумным состоянием и квантом изучаемой модели.

Рассмотрим вначале упрощенную модель, считая поле Φ_2 также действительным. Ниже мы покажем, как полученные для действительных полей результаты в некоторых случаях можно обобщить на комплексные поля. Для действительного поля Φ_2 потенциал $V(\Phi_1, \Phi_2)$ можно представить в виде

$$V(\Phi_1, \Phi_2)=\rho_0^2\int dz\left\{-\frac{\Phi_1}{2}\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial z^2}-\Phi_2\frac{\partial^2\Phi_2}{\partial z^2}\right\}+$$
$$+\frac{m_H^2}{2}\left[\frac{1}{4}(\Phi_1^2-1)^2+\frac{m_W^2}{\theta m_H^2}\Phi_2^4+\frac{m_W^2}{m_H^2}\Phi_1^2\Phi_2^2-\frac{eB}{m_H^2}\Phi_2^2\right]. \tag{10}$$

Классические статические решения, очевидно, подчиняются уравнениям

$$\frac{\delta V(\Phi_1, \Phi_2)}{\delta\Phi_i(z)}=\frac{\partial^2\Phi_i}{\partial z^2}-\frac{\partial U}{\partial\Phi_i}=0, \quad i=1,\ 2. \tag{11}$$

Тривиальные решения этих уравнений имеют вид [1]

$$1)\ \Phi_1,\ \Phi_2=0, \quad 2)\ \Phi_1=\pm 1,\ \Phi_2=0,$$
$$3)\ \Phi_1=0, \quad \Phi_2=\pm(eB\theta/2m_W^2)^{1/2}\equiv\pm\Phi_{2c},$$
$$4)\ \Phi_1=\pm\left(\frac{eB\theta-m_H^2}{\theta m_W^2-m_H^2}\right)^{1/2}, \quad \Phi_2=\pm\left(\frac{\theta m_H^2(m_W^2-eB)}{2m_W^2(\theta m_W^2-m_H^2)}\right)^{1/2}. \tag{12}$$

В зависимости от соотношений между параметрами eB, m_W^2, m_H^2, θ функция $U(\Phi_1, \Phi_2)$ имеет локальный минимум в точках: $\Phi_1=\pm 1$, $\Phi_2=0$, если $eB<m_W^2$; $\Phi_1=0$, $\Phi_2=\pm\Phi_{2c}$, если $eB\theta>m_H^2$. Нас будут интересовать только эти решения. Нелишне отметить, что вакууму теории возмущений модели Вайнберга—Салама соответствует точка $\Phi_1=\pm 1$, $\Phi_2=0$.

Абсолютный минимум потенциала $U(\Phi_1, \Phi_2)$ в плоскости Φ_1, Φ_2 достигается в точках $(\pm 1, 0)$, если $(m_H m_W)^2>(eB)^2\theta$, $m_W^2>eB$ $(eB\theta<m_H^2)$; в точках $(0, \pm\Phi_{2c})$, если $eB\theta>m_H^2$ $(eB>m_W^2)$, $eB\theta^{1/2}>m_H m_W$. Рассмотрим вакуум и его возбуждения вблизи этих решений классических уравнений (11).

Считая константы λ и g^2 достаточно малыми, такими, что члены третьего и четвертого порядков в (10) можно не учитывать, и раскладывая $V(\Phi_1, \Phi_2)$ в ряд Тейлора в окрестности указанных точек, получим $V(\Phi_1, \Phi_2)$ в виде

$$V(\Phi_1, \Phi_2) = V(\Phi_{1\,\mathrm{cl}}, \Phi_{2\,\mathrm{cl}}) + \int dz \left\{ \psi_1(z) \left[-\frac{\partial^2\psi_1}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial\Phi_1^2}\bigg|_{\Phi_i=\Phi_{i\,\mathrm{cl}}} \psi_1 + \right.\right.$$
$$\left. + \frac{\partial^2 U}{\partial\Phi_1\partial\Phi_2}\bigg|_{\Phi_i=\Phi_{i\,\mathrm{cl}}} \psi_2 \right] + \psi_2(z) \left[-\frac{\partial^2\psi_2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial\Phi_1\partial\Phi_2}\bigg|_{\Phi_i=\Phi_{i\,\mathrm{cl}}} \psi_1 + \right.$$
$$\left.\left. + \frac{\partial^2 U}{\partial\Phi_2^2}\bigg|_{\Phi_i=\Phi_{i\,\mathrm{cl}}} \psi_2 \right]\right\}, \quad \psi_i \equiv \Phi_i - \Phi_{i\,\mathrm{cl}}, \quad i=1,\ 2. \tag{13}$$

Вторые производные потенциала дают операторы $-\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial\Phi_i^2}$ для мод $\psi_i(z)$ соответственно. Уравнения на собственные значения этих мод

$$\begin{aligned} &\left(-\frac{\partial^2}{\partial z^2} + m_i^2\right)\psi_i(z) = \omega_i^2\psi_i(z), \quad m_i^2 = \frac{\partial^2 U}{\partial\Phi_i^2}\bigg|_{\substack{\Phi_1=1,\\ \Phi_2=0}}, \\ &\left(-\frac{\partial_2}{\partial z^2} + M_i^2\right)\psi_i(z) = \Omega_i^2\psi_i(z), \quad M_i^2 = \frac{\partial^2 U}{\partial\Phi_i^2}\bigg|_{\substack{\Phi_1=0,\\ \Phi_2=\Phi_{2c}}}, \end{aligned} \tag{14}$$

дают

$$\psi_i(z) = L^{-1/2}\exp\{ik_i z\}, \ k_i = 2\pi N_i/L,$$

где $L \to \infty$ и $\omega_i^2 = k_i^2 + m_i^2$, $\Omega_i^2 = k_i^2 + M_i^2$.

В приближении слабой связи наборы уровней приближенно гармонических осцилляторов, построенных в окрестности $(1, 0)$, $(0, \Phi_{2c})$, имеют энергии

$$\begin{aligned} &E_{\{n_i\}} = V(1,\ 0) + \hbar\sum_{k_i}\sqrt{k_i^2+m_i^2}\left(n_i+\frac{1}{2}\right) + O(\lambda,\ g^2), \\ &m_1^2 = 2m_H^2, \quad m_2^2 = m_W^2 - eB, \\ &E_{\{n_i\}} = V(0,\ \Phi_{2c}) + \hbar\sum_{k_i}\sqrt{k_i^2+M_i^2}\left(n_i+\frac{1}{2}\right) + O(\lambda,\ g^2), \\ &M_1^2 = eB\theta - m_H^2, \ M_2^2 = 2eB. \end{aligned} \tag{15}$$

Наинизший уровень $n_i=0$ является основным состоянием рассматриваемой модели, т. е. вакуумным состоянием с энергией

$$\begin{aligned} &E_V = \frac{\hbar}{2}\sum_{k_i}\sqrt{k_i^2+m_i^2} + V(1,\ 0), \quad \Phi_{i\,\mathrm{cl}} = (1,\ 0), \\ &E_V = \frac{\hbar}{2}\sum_{k_i}\sqrt{k_i^2+M_i^2} + V(0,\ \Phi_{2c}), \quad \Phi_{i\,\mathrm{cl}} = (0,\ \Phi_{2c}). \end{aligned} \tag{16}$$

Первые возбужденные состояния с модами $k_i=0$ имеют энергии

$$E_{\{1\}}=\frac{\hbar}{2}\sum_{k_i}\sqrt{k_i^2+m_i^2}+V(1,\ 0)+\hbar m_i,$$
$$E_{\{1\}}=\frac{\hbar}{2}\sum_{k_i}\sqrt{k_i^2+M_i^2}+V(0,\ \Phi_{2c})+\hbar M_i. \tag{17}$$

Заметим, что E_V расходится даже в g^0, λ^0-порядке, но величины $E_{\{1\}}-E_V$ конечны. Расходимость E_V можно устранить перенормировкой.

Разности $E_{\{1\}}-E_V$ отвечают энергиям одиночных квантовых частиц (нормальных мод) в покое, имеющих массы $m_i/\sqrt{2}$, $M_i/\sqrt{2}$. Другие возбужденные состояния интерпретируются как состояния квантовых частиц, движущихся с импульсом $\hbar k_i$. Итак, разложение потенциала вблизи его абсолютного минимума приводит к обычной картине n_1, n_2 квантов теории с импульсами $\hbar k_{1,2}$.

Построенную таким образом систему состояний называют «вакуумным сектором». В этой процедуре смещенные поля $\Phi_i-\Phi_{i\,\mathrm{cl}}$ квантуют в соответствии со стандартными методами теории возмущений. Полученные выше кванты называют «мезонами» модели.

Заметим, что

$$\langle 0|\Phi_i|0\rangle=\Phi_{i\,\mathrm{cl}}+O(\lambda,\ g^2), \tag{18}$$

где $|0\rangle$ — вакуумное состояние.

Вакуумное и мезонные состояния можно построить и около точек $(-1,\ 0)$, $(0,\ -\Phi_{2c})$. Очевидно, этот набор состояний будет отличаться от построенного выше только средними по вакууму

$$\langle 0|\Phi_1|0\rangle|_{(-1,0)}=-1,\quad \langle 0|\Phi_2|0\rangle|_{(0,-\Phi_{2c})}=-\Phi_{2c}.$$

Рассматриваемые порознь вакуумы, соответствующие точкам $(\pm 1,\ 0)$ и $(0,\ \pm\Phi_{2c})$, нарушают дискретную симметрию $\Phi_1\leftrightarrow-\Phi_1$ в первом случае и $\Phi_2\leftrightarrow-\Phi_2$ — во втором. Таким образом, симметрия лагранжиана спонтанно нарушена, т. е. модель, описываемая лагранжианом (5), является моделью со спонтанно-нарушенной симметрией [5].

Возбужденные состояния квантового кинка

Процедура квантования скалярного поля в $1+1$ измерениях вблизи нетривиальных классических статических решений изложена в [4]. Чтобы применить эти методы к рассматриваемой здесь модели, ограничимся изучением статических решений уравнений (11), которые связывают или точки $(-1,\ 0)$, $(+1,\ 0)$, или точки $(0,\ -\Phi_{2c})$, $(0,\ +\Phi_{2c})$. Для определенности считаем, что реализуются условия, соответствующие минимуму (абсолютному) потенциала $U(\Phi_1,\ \Phi_2)$ в точках $(0,\ \pm\Phi_{2c})$, и рассмотрим нетривиальные решения уравнений (11), связывающие эти точки.

Предположим, что $\Phi_2\gg\Phi_1$ всегда; это эквивалентно условию $(eB\theta/2m_W^2)_s^c\neq\varepsilon$, где $\varepsilon\ll 1$. В этом предположении уравнения (11) становятся независимыми, причем полевое уравнение для Φ_2 в точности совпадает с уравнением поля в модели Φ^4 со спонтанно-нарушенной симметрией. Кроме тривиальных решений $(0, \pm\Phi_{2c})$ уравнения (11) имеют нетривиальные решения $(\Phi_2 \equiv \Phi_k)$

$$\Phi_1 = 0, \quad \Phi_k = \pm \frac{m}{\sqrt{\tilde\lambda}} \operatorname{th} \frac{m}{\sqrt{2}} (z - z_0), \quad m^2 = eB, \quad \tilde\lambda = 2m_W^2 \theta^{-1}. \qquad (19)$$

Решение со знаком «плюс» называют кинком, со знаком «минус» — антикинком. Эти решения описывают уединенные волны.

Плотность энергии одиночного кинка локализована около z_0, но двухкинковая конфигурация не может существовать с конечной энергией, так что при столкновениях решения (19) не сохраняются. Этим они отличаются от солитонов. Энергия кинка

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(z)\, dz = \rho_0^2 \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Phi_k}{\partial z} \right)^2 + U(\Phi_k) \right\} dz = \frac{2\sqrt{2}\, m^3}{3\tilde\lambda}.$$

Решения (19) представляют собой семейства уединенных волн с различными значениями z_0. Кинк является решением классического уравнения

$$\frac{\delta V(\Phi)}{\delta \Phi(z)} = -\frac{d^2\Phi}{dz^2} - (eB\Phi - 2m_W^2 \theta^{-1} \Phi^3) = 0,$$

т. е. он является экстремумом потенциала $V(0, \Phi_2)$. Раскладывая $V(\Phi)$ вблизи $\Phi_k(z)$, получим [4]

$$V(\Phi) = V(\Phi_k) + \int dz \psi(z) \left(-\frac{d^2}{dz^2} - eB + 6m_W^2 \theta^{-1} \Phi_k^2 \right) \psi(z) +$$
$$+ 2m_W^2 \theta^{-1} \int dz \left(\Phi_k \psi^3 + \frac{\psi^4}{4} \right), \qquad (20)$$

где $\psi(z) \equiv \Phi(z) - \Phi_k(z)$. Теперь собственные значения оператора вторых производных $V(\Phi)$ при $\Phi = \Phi_k$ определяются из уравнения

$$\left(-\frac{d^2}{dz^2} + m^2 + 3\tilde\lambda \Phi_k^2 \right) \psi_l(z) = \omega_l^2 \psi_l(z),$$
$$m^2 = eB, \quad \tilde\lambda = 2m_W^2 \theta^{-1}.$$

Как показано в [4], это уравнение имеет два дискретных уровня:

$$\omega_0^2 = 0, \qquad \psi_0(z) = \operatorname{ch}^{-2} x,$$
$$\omega_1^2 = 3m^2/2, \quad \psi_1(z) = \operatorname{sh} x / \operatorname{ch}^2 x$$

и непрерывный континуум

$$\omega_k^2 = m^2 (2 + k^2/2),$$
$$\psi_k(z) = \exp\{ikx\} (3 \operatorname{th}^2 x - 1 - k^2 - 3ik \operatorname{th} x),$$

где $x = mz/\sqrt{2}$. Допустимые значения k, как и выше, можно зафиксировать периодическими граничными условиями.

Используя нормальные моды, диагонализуем лагранжиан в окрестности Φ_k в порядке $\tilde\lambda^0$. Тогда нетрудно показать, что члены Φ^3 и Φ^4 будут порядка $\tilde\lambda^{1/2}$ и $\tilde\lambda$ соответственно. В приближении слабой связи их можно учитывать по теории возмущений. Таким образом, при квантовании модели опять возникает система приближенно гармонических состояний осциллятора в окрестности $\Phi_k(z)$ в пространстве полей с энергиями

$$E_{\{N_l\}} = V(\Phi_k) + \hbar \sum_{l=0}^{\infty} \left(N_l + \frac{1}{2}\right)\omega_l + O(\tilde{\lambda}) =$$

$$= \frac{\sqrt{2}\,(eB)^{3/2}\,\theta}{3m_W^2} + \left(N_1 + \frac{1}{2}\right)\hbar \sqrt{\frac{3}{2}}\,(eB)^{1/2} +$$

$$+ \hbar (eB)^{1/2} \sum_{k_l} \left(N_{k_l} + \frac{1}{2}\right)\left(2 + \frac{k_l^2}{2}\right)^{1/2}.$$

Интерпретация возникающих состояний не тривиальна [4]. Состояние с низшей энергией семейства (21) имеет наинизшую энергию в «кинк-секторе», т. е. в семействе (21), но не является абсолютным основным состоянием или вакуумом модели. Вакуум модели как состояние с наинизшей энергией лежит в «вакуумном секторе», т. е. в семействе (15), построенном в окрестности $\pm\Phi_{2c}$. Следовательно, состояние $\{N_l=0\}$ в (21) не является вакуумным состоянием и интерпретируется как квантовый кинк. Состояния с $N_1>1$ интерпретируются как дискретные возбуждения квантового кинка. Все другие состояния семейства (21) (с $N_{k_l}\neq 0$) интерпретируются как состояния рассеяния мезонов на кинк-частице.

Упомянем о трудности, связанной с существованием нулевой моды $\omega_0=0$. Эта мода не является колебательной и поэтому квантовая волновая функция моды $\omega_0=0$ не локализована в окрестности классического решения, а распределена по всей оси z. Однако, как показано в [4], трудности с нулевой модой возникают только в членах $O(\tilde{\lambda})$, которые мы не рассматриваем, поэтому в порядке $\tilde{\lambda}^0$ выражение (21) корректно.

Полученные результаты можно обобщить на случай комплексного поля Φ_2. Ясно, что лагранжиан (5) инвариантен относительно действия глобальной симметрии $U(1): \Phi_2(t,z) \to \exp\{i\alpha\}\Phi_2(t,z)$, где α — постоянная. Это приведет к новым трудностям, связанным с новыми нулевыми модами в окрестности любого классического решения. Их удается разрешить, используя коллективные координаты [4]. В нашем случае введение такой координаты потребует следующих замен: 1) классические статические решения $\Phi_2(z)$ должны быть заменены на периодические решения $\Phi_2(t, z)=\Phi_{2\nu}(z)\exp\{-i\nu t\}$; 2) вследствие этого коэффициенты m^2 при $|\Phi_2|^2$ заменяются на $m^2-\nu^2/2$, причем оказывается, что величина ν связана с зарядом поля Φ_2 соотношением $q=\nu\int\Phi_{2\nu}(z)\,dz$.

Фиксируя q, мы фиксируем некоторый зарядовый сектор (заметим, что вращение поля Φ_2 имеет место во внутреннем пространстве, представляя собой вращение фазы), в котором и проводится дальнейшее рассмотрение. В окрестности этого зависящего от времени решения, описывающего вращение фазы поля Φ_2, грубо говоря, и рассматривается разложение в ряд.

Спонтанно-нарушенная симметрия

В окрестности классического решения $\Phi_1=0$ **дискретная симметрия лагранжиана модели спонтанно нарушается вакуумным состоянием** ($\Phi_2 \leftrightarrow -\Phi_2$). Это явление называют спонтанным нарушением симметрии. Восстановление симметрии может осуществляться посредством инстантонов, описывающих эффекты туннелирования между вырожденными вакуумами. Известно, что инстантоны некоторой модели подчиняются статическим полевым уравнениям той же модели, но в пространстве большего (на 1) числа измерений, т. е. в нашем случае в 2+1 измерениях.

Ненулевой вклад в эффект туннелирования дают лишь инстантоны с конечным действием соответствующего евклидова уравнения. В нашем случае инстантоны — это решения уравнения

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\Phi=-eB\Phi+2m_W^2\theta^{-1}\Phi^3,$$

обладающие конечной энергией. Однако согласно теореме вириала Деррика—Хобарта [6, 7] статические решения конечной энергии для этого уравнения запрещены. Поэтому модель не имеет инстантонов с конечным действием.

Инстантоны с бесконечным действием не запрещены, но они не дают вклада в эффект туннелирования, по крайней мере в квазиклассическом приближении. Значит, в этом приближении туннелирование между классическими вакуумами $-\Phi_{2c}\rightleftarrows\Phi_{2c}$ не имеет места. В системе существуют два отдельных вакуума в окрестности каждого минимума потенциала, которые не туннелируют один в другой. Симметрия спонтанно нарушена.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Халилов В. Р.//Ядерная физика. 1988. **47**. С. 1336. [2] Nielsen N. K., Olesen P.//Phys. Lett. 1978. **79B**. P. 304; Ambjorn J., Nielsen N. K., Olesen P.//Nucl. Phys. 1979. **B152**. P. 75. [3] Ambjorn J., Olesen P.//Nucl. Phys. 1980. **B170**. P. 60; 265. [4] Раджараман Р. Солитоны и инстантоны в квантовой теории поля. М., 1985. [5] Гриб А. А., Мамаев С. Г., Мостепаненко В. М. Квантовые эффекты в интенсивных внешних полях. М., 1980. [6] Derrick G. H.//J. Math. Phys. 1964. **5**. P. 1252. [7] Hobart R.//Proc. Phys. Soc. 1963. **82**. P. 201.

Поступила в редакцию
11.10.90