Рассмотрим предел $w_0 \to \infty$: $\xi \to 1$, в сумме (7) остается только член с $B\begin{pmatrix}00\\0000\end{pmatrix}=1$, т. е.

$$\lim_{w_0\to\infty} T_{00}=|t(\theta_0)|^2,$$

как и должно быть. Представление (7) позволяет получить критерий плосковолнового приближения для основной моды:

$$B\begin{pmatrix}00\\pqpq\end{pmatrix}\frac{|t_{pq}(\theta_0)|^2}{(kw_0)^{2p+2q}} \ll |t(\theta_0)|^2,$$

здесь p, q — наименьшие индексы, для которых p, q-угловая производная от плосковолнового коэффициента передачи отлична от нуля.

В другом предельном случае, когда проницаемость всех слоев тела $\mathscr{K}$ стремится к единице, производные $t_{pq}=\delta_{0p}\delta_{0q}$, $\alpha=\beta=1$, получаем $T_{00}=1$.

Полученное представление коэффициента передачи гауссовской волны в виде быстросходящейся квадратичной эрмитовской формы может быть эффективно использовано для исследования параксиальных характеристик электродинамических структур на основе известных плосковолновых параметров как в аналитических расчетах и оценках, так и в численном моделировании и синтезировании различных слоистых устройств.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Kogelnik H., Li T.//Appl. Opt. 1966. 5, N 10. P. 1550. [2] Ooya T., Tateiba M., Fukumitsu O.//J. Opt. Soc. Am. 1975. 65, N 5. P. 537. [3] Алексеев Ю. К., Пирогов Ю. А.//ЖТФ. 1983. 53, № 4. С. 616. [4] Алексеев Ю. К., Костиенко А. И.//Тез. докл. Всесоюз. науч. семинара «Методы синтеза и применение многослойных интерференционных систем». М., 1984. С. 147.

Поступила в редакцию
18.10.90

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1991. Т. 32, № 3

ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ

УДК 535.42

О ВОЗМОЖНОСТИ СИЛЬНОЙ КОМПРЕССИИ ИМПУЛЬСНОГО СИГНАЛА В ЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ С ПРОИЗВОЛЬНОЙ ДИСПЕРСИОННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ

Ю. Е. Дьяков

(кафедра общей физики и волновых процессов)

Предлагается общий метод получения сильного сжатия импульсов при любом виде зависимости волнового числа k(ω) от частоты ω. Подробно рассматривается сжатие супергауссовского импульса в среде с дисперсией n-го порядка.

1. При распространении импульса электрического поля E в линейной диспергирующей среде или системе его длительность меняется, $\Delta\tau=\Delta\tau(z)$. На больших расстояниях ($z \gg L_d$) наступает режим монотонного расплывания импульса, когда

$$\Delta\tau(z)/\Delta\tau(0)\approx z/L_d \qquad (1)$$

(рис. 1, кривая 1). Характерная постоянная — дисперсионная длина L_d — зависит от параметров импульса при $z=0$ и дисперсионной характеристики среды, т. е. от того, по какому закону волновое число $k(\omega)$ зависит от частоты ω в пределах спектра импульса (см. выражения (39), (40)). На малых расстояниях ($z \ll L_d$) ход кривой $\Delta\tau(z)$ может быть различным. В частности, при подходящей модуляции импульса происходит его компрессия, т. е. уменьшение длительности: $\Delta\tau_{min} < \Delta\tau(0)$ (рис. 1, кривая 2). Выясним общие условия получения сильной компрессии ($\Delta\tau_{min} \ll \Delta\tau(0)$).

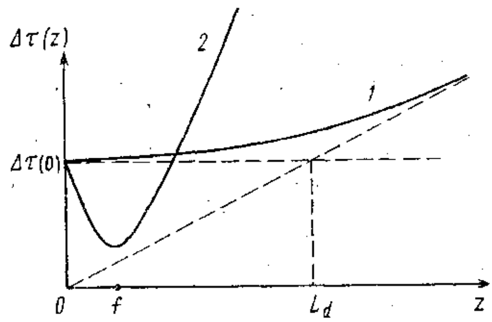

Рис. 1

В опубликованных работах, посвященных компрессии импульсов (см., напр., обзоры в [1, 2]), основное внимание уделяется узкополосным импульсам и системам без дисперсионных потерь ($\mathrm{Im}\, k(\omega) = 0$) с дисперсией второго и третьего порядка. При этом полагают

$$k(\omega_0+\omega) = k_0 + k_1\omega + \frac{1}{2!}k_2\omega^2 + \frac{1}{3!}k_3\omega^3,$$

причем положительный эффект (компрессия) связывается только с дисперсией второго порядка, определяемой коэффициентом k_2 (несущая частота ω_0, ширина спектра $\Delta\omega \sim \omega \ll \omega_0$). В настоящей работе задача рассматривается в более общей постановке: функция $k(\omega)$ считается произвольной, импульс может быть широкополосным ($\Delta\omega \lessgtr \omega_0$), а среда может обладать дисперсионными потерями ($\mathrm{Im}\, k(\omega) \neq 0$).

2. В случае линейной, однородной и немагнитной среды из уравнений Максвелла $\mathrm{rot}\,\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial s}$, $\mathrm{rot}\,\mathbf{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial D}{\partial t}$ следует волновое уравнение $\Delta\mathbf{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = 0$, в котором электрическая напряженность $\mathbf{E}$ и индукция $\mathbf{D}$ связаны соотношением

$$\mathbf{D}(t, \mathbf{r}) = \mathbf{E}(t, \mathbf{r}) + \int\limits_0^\infty f(\tau)\,E(t-\tau, \mathbf{r})\,d\tau,$$

где $f(\tau)$ — действительная убывающая функция [3]. Для действительной плоской волны $E(t, z) = \int E_\omega(z)\exp\{i\omega t\}\,d\omega$, распространяющейся слева направо в области $z \geqslant 0$, отсюда находим $E_\omega(z) \sim \exp\{-ik(\omega)z\}$, где

$$k(\omega) = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon(\omega)}, \quad \varepsilon(\omega) = 1 + \int\limits_0^\infty f(\tau)\exp\{-i\omega\tau\}\,d\tau.$$

Разделив действительные и мнимые компоненты, получим

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \varepsilon_1(\omega) - i\varepsilon_2(\omega), \quad \sqrt{\varepsilon(\omega)} = n(\omega) - i\varkappa(\omega), \quad k(\omega) = q_0(\omega) - i\delta_0(\omega),$$

где

$$\varepsilon_1(\omega)=\int\limits_0^\infty f(\tau)\cos\omega\tau d\tau,\quad \varepsilon_2(\omega)=\int\limits_0^\infty f(\tau)\sin\omega\tau d\tau,$$

$$n(\omega)=\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1+\varepsilon_1(\omega)+\sqrt{(1+\varepsilon_1(\omega))^2+\varepsilon_2^2(\omega)}},$$

$$\varkappa(\omega)=\frac{\varepsilon_2(\omega)}{2n(\omega)}=\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{-1-\varepsilon_1(\omega)+\sqrt{(1+\varepsilon_1(\omega))^2+\varepsilon_2^2(\omega)}}\ \mathrm{sgn}\,\varepsilon_2(\omega), \tag{2}$$

$$q_0(\omega)=\frac{\omega}{c}n(\omega)=-q_0(-\omega),\quad \delta_0(\omega)=\frac{\omega}{c}\varkappa(\omega)=\delta_0(\omega),$$

(ср. с формулой (83.13) для $\varkappa(\omega)$ в [3]).

Таким образом, поле в среде может быть записано в виде интегралов

$$E(t,\ z)=\int E_{0,\omega}\mathcal{K}(\omega,\ z)\exp\{i\omega t\}\,d\omega=\int E_0(\tau)\mathcal{H}(t-\tau,\ z)\,d\tau, \tag{3}$$

где

$$\mathcal{K}(\omega,\ z)=\exp\{-ik(\omega)z\},\quad \mathcal{H}(t,\ z)=\frac{1}{2\pi}\int\mathcal{K}(\omega,\ z)\exp\{i\omega t\}\,d\omega,$$

$$E(t,\ z=0)\equiv E_0(t)=\int E_{0,\omega}\exp\{i\omega t\}\,d\omega,\quad E_{0,\omega}^*=E_{0,-\omega}.$$

Из формулы (3) следует, что идеальную компрессию импульса $E_0(t)$ в произвольном сечении $z=f$ и в произвольный момент времени $t=t_0$ получим, выбрав

$$E_{0,\omega}\equiv M_{0,\omega}=\mathcal{K}^{-1}(\omega,\ f)\exp\{-i\omega t_0\}=\exp\{ik(\omega)f-i\omega t_0\}. \tag{4}$$

Действительно, подставив (4) в (3), получим, что [4]

$$E(t,\ f)\sim\delta(t-t_0),\quad \Delta\tau(f)=0. \tag{5}$$

Естественно предположить, что в случае

$$E_0(t)=E_{\mathrm{in}}(t)M_0(t),\quad M_0(t)=\int M_{0,\omega}\exp\{i\omega t\}\,d\omega \tag{6}$$

результат компрессии будет тем ближе к (5), чем медленнее $E_{\mathrm{in}}(t)$ меняется по сравнению с $M_0(t)$, т. е. когда

$$\dot{E}_{\mathrm{in}}\ll\dot{M},\ \dot{E}_0. \tag{7}$$

Таким образом, общую схему компрессии некоторого импульса $E_{\mathrm{in}}(t)$ можно представить в виде системы модулятор — диспергирующая среда (рис. 2), в которой реализуется согласованная со средой и

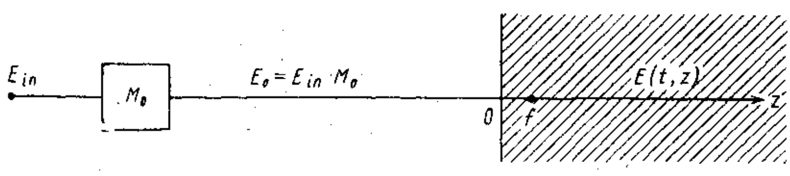

Рис. 2

«фокусным расстоянием» f модуляция $M_0(t)$ (6), причем расстояние f, на котором ожидается максимальная компрессия, должно быть выбрано так, чтобы выполнялось неравенство (7).

3. Поле E, определенное выражениями (3), является решением следующего инегро-дифференциального уравнения:

$$\frac{\partial}{\partial z} E(t, z) = \int_{-\infty}^{\infty} Q(\tau) E(t-\tau, z)\, d\tau \tag{8}$$

с действительным ядром

$$Q(\tau) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} k(\omega) \exp\{i\omega\tau\}\, d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [q_0(\omega) \sin \omega\tau - \delta_0(\omega) \cos \omega\tau]\, d\omega. \tag{9}$$

В слабо диспергирующей среде (например, в газе) функция $\varepsilon(\omega)$ мало отличается от единицы и можно положить

$$k(\omega) \approx \frac{\omega}{c} \left[1 + \frac{1}{2} \int_0^{\infty} f(\tau) \exp\{-i\omega\tau\}\, d\tau\right].$$

Подставив это в (9), получим $Q(\tau) \approx -\delta(\tau)/c + \dot{f}(\tau)/2c$, так что уравнение (8) примет вид

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\right) E(t, z) = \frac{1}{2c} \int_0^{\infty} f(\tau) \dot{E}(t-\tau, z)\, d\tau.$$

При определенных условиях уравнение (8) можно преобразовать в дифференциальное уравнение в частных производных. Рассмотрим два случая.

Широкополосный импульс. Спектр импульса расположен в области частот $0<\omega<\Delta\omega$. Если в этой области функцию $k(\omega)$ можно аппроксимировать в виде ряда по степеням ω,

$$ik(\omega) = iq_0(\omega) + \delta_0(\omega),\quad q_0(\omega) = \sum_{m=1,3,\dots} \frac{\omega^m}{m!} q_{0,m},\quad \delta_0(\omega) = \sum_{m=2,4,\dots} \frac{\omega^m}{m!} \delta_{0,m}, \tag{10}$$

то, подставив (10) в вытекающее из (3) соотношение

$$\frac{\partial}{\partial z} E = -i \int k(\omega) E_{0,\omega} \mathcal{K}(\omega, z) \exp\{i\omega t\}\, d\omega,$$

получим дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial}{\partial z} E = \left[i \sum_{m=1,3,\dots} \frac{q_{0,m}}{m!} + \sum_{m=2,4,\dots} \frac{\delta_{0,m}}{m!}\right] \left(\frac{\partial}{i\partial t}\right)^m E$$

или

$$\frac{\partial}{\partial z} E = \left[i \sum_{m=3,5,\dots} \frac{q_{0,m}}{m!} + \sum_{m=2,4,\dots} \frac{\delta_{0,m}}{m!}\right] \left(\frac{\partial}{i\partial \theta}\right)^m E, \tag{11}$$

где $\theta = t - z/u_0$, $u_0 = q_{0,1}^{-1} = c\left[1 + \int\limits_0^\infty f(\tau)\,d\tau\right]^{-1}$ — групповая скорость при $\omega = 0$. Этот же результат можно получить непосредственно из (8), разлагая $E(t-\tau, z)$ в ряд по τ и учитывая, что

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} Q(\tau)\exp\{-i\omega\tau\}\,\tau^m d\tau = \frac{(-1)^m}{i^{m+1}}\left(\frac{\partial}{\partial\omega}\right)^m k(\omega), \quad (m = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots).$$

Уравнение (11) показывает, что в среде без потерь в рассматриваемом случае может проявляться лишь дисперсия нечетных порядков (третьего, пятого и т. д.).

Узкополосный импульс. В этом случае

$$E(t,\ z) = \exp\{i\omega_0 t - ik(\omega_0)z\}\,A(t,\ z) + \text{к. с.}$$

и задача сводится к определению медленно изменяющейся комплексной амплитуды A ($\dot{A} \ll \omega_0 A$). Рассуждая, как в предыдущем случае, найдем

$$A = \int A_{0,\omega} K_0(\omega,\ z)\exp\{i\omega t\}\,d\omega = \int A_0(\tau)\,H_0(t-\tau,\ z)\,d\tau =$$

$$= \int A_{0,\omega} K(\omega,\ z)\exp\{i\omega\theta\}\,d\omega = \int A_0(\tau)\,H_0(\theta-\tau,\ z)\,d\tau, \tag{12}$$

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \int Q(\tau)\exp\{-i\omega_0\tau\}\,[A(t-\tau,\ z) - A(t,\ z)]\,d\tau =$$

$$= -i\sum_{m=1}^{\infty}\frac{k_m}{m!}\left(\frac{\partial}{i\partial t}\right)^m A = -\left[i\sum_{m=2}^{\infty}\frac{q_m}{m!} + \sum_{m=1}^{\infty}\frac{\delta_m}{m!}\right]\left(\frac{\partial}{i\partial\theta}\right)^m A. \tag{13}$$

Здесь

$$A(t,\ z=0) \equiv A_0(t) = \int A_{0,\omega}\exp\{i\omega t\}\,d\omega, \tag{14}$$

$$K_0(\omega,\ z) = \exp\{-i\Delta_0(\omega)z\},\quad H_0(t,\ z) = \frac{1}{2\pi}\int K_0(\omega,\ z)\exp\{i\omega t\}\,d\omega,$$

$$\Delta_0(\omega) = k(\omega_0 - \omega) - k(\omega_0),\quad k_m = \left(\frac{\partial}{\partial\omega_0}\right)^m k(\omega_0) = q_m - i\delta_m,$$

$$\Delta(\omega) = \Delta_0(\omega) - q_1\omega = q(\omega) - i\delta(\omega), \tag{15}$$

$$q(\omega) = \sum_{m=2}^{\infty}\frac{\omega^m}{m!}q_m,\quad \delta(\omega) = \sum_{m=1}^{\infty}\frac{\omega^m}{m!}\delta_m,$$

$$K(\omega,\ z) = \exp\{-i\Delta(\omega)z\},\quad H(\theta,\ z) = \frac{1}{2\pi}\int K(\omega,\ z)\exp\{i\omega\theta\}\,d\omega, \tag{16}$$

$\theta = t - z/u$, $u = q_1^{-1}$ — групповая скорость на частоте ω_0; $\Delta_0(\omega)$, $\Delta(\omega)$, k_m — комплексны, $q(\omega)$, $\delta(\omega)$, q_m, δ_m — действительны. Для сред без потерь уравнение (13) совпадает с уравнениями для A, приведенными в [4, 5], но отличается коэффициентами от уравнения (1.1.10) в [1].

4. Рассмотрим подробнее случай узкополосного импульса, предполагая для простоты, что потери в среде отсутствуют. Оптимальная схема компрессии (рис. 2) в этом случае принимает вид, показанный

на рис. 3, где входной импульс с амплитудой $A_{in}(t)$ пропускается сначала через устройство, модулирующее $A_{in}(t)$ по закону

$$M(t)=\int M_\omega \exp\{i\omega t\}\,d\omega,\ \ M_\omega=\exp\{iq_\omega f\},\tag{17}$$

а затем через отрезок $0<z<f$ среды с дисперсионной характеристикой $q(\omega)$ произвольного вида (рис. 3). Длину f следует выбрать достаточно малой, чтобы выполнялись неравенства, аналогичные (7):

$$\dot{A}_{in} \ll \dot{M},\ \dot{A}_0.\tag{18}$$

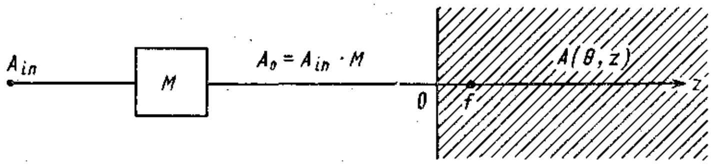

Рис. 3

Рассмотрим действие схемы на рис. 3. На выходе модулятора

$$A_{0,\omega}=\int M_{\omega-\omega_1}A_{in,\omega_1}d\omega_1,\tag{19}$$

где согласно (18) функция M_ω может считаться медленной, а функция $A_{in,\omega}$ — быстрой. Соответственно, полагая

$$M_{\omega-\omega_1}=\exp\{iq(\omega-\omega_1)f\}\approx\exp\{iq(\omega)f-iq'(\omega)f\omega_1\}$$

(здесь и ниже штрих означает дифференцирование по ω), получим

$$A_{0,\omega}\approx M_\omega A_{in}(\tau_\omega),\ \ \tau_\omega=-q'(\omega)f.\tag{20}$$

Подставив (20) в (12), получим амплитуду импульса на выходе системы в виде следующего интеграла Фурье:

$$A(\theta,z)=\int A_\omega \exp\{i\omega\theta\}\,d\omega,\ \ A_\omega=A_{in}(\tau_\omega)\exp\{iq(\omega)(f-z)\}.\tag{21}$$

Среднеквадратичную длительность $\Delta\tau_{rms}=[\langle\tau^2\rangle-\langle\tau\rangle^2]^{1/2}$ импульса (2) найдем, используя частотное представление для $\langle\tau\rangle$ и $\langle\tau^2\rangle$ [6, 7]:

$$\langle\tau\rangle=2\pi iU^{-1}\int A'_\omega A^*_\omega d\omega,\ \ \langle\tau^2\rangle=2\pi U^{-1}\int|A'_\omega|^2 d\omega.\tag{22}$$

Получим

$$\langle\tau\rangle=2\pi iU_0^{-1}\int[A'_{in}(\tau_\omega)-i\tau_\omega(1-z/f)A_{in}(\tau_\omega)]\,A^*_{in}(\tau_\omega)\,d\omega,\tag{23}$$

$$\langle\tau^2\rangle=2\pi U_0^{-1}\int|A'_{in}(\tau_\omega)-i\tau_\omega(1-z/f)A_{in}(\tau_\omega)|^2 d\omega,$$

где $U_0=2\pi\int|A_\omega|^2d\omega-2\pi\int|A_{in}(\tau_\omega)|^2d\omega$ — энергия импульса на выходе модулятора.

5. Для количественной оценки степени компрессии импульса, получаемой в схеме на рис. 3, предположим, что входной импульс явля-

ется супергауссовским с «коэффициентом прямоугольности» m, а среда имеет дисперсию n-го порядка:

$$A_{\text{in}}(t)=\exp\left\{-\frac{1}{2}(t/\tau_0)^{2m}\right\},\quad q(\omega)=\frac{\omega^n}{n!}q_n \tag{24}$$

(m=1, 2, ...; n=2, 3, ...). В этом случае

$$U_{\text{in}}=\frac{\tau_0}{m}\Gamma\left(\frac{1}{2m}\right),\quad \Delta\tau_{\text{in}}=\tau_0\left[\Gamma\left(\frac{3}{2m}\right)\Big/\Gamma\left(\frac{1}{2m}\right)\right]^{1/2},$$

$$\Delta\omega_{\text{in}}=\frac{m}{\tau_0}\left[\Gamma\left(2-\frac{1}{2m}\right)\Big/\Gamma\left(\frac{1}{2m}\right)\right]^{1/2}, \tag{25}$$

где $\Gamma(x)$ — гамма-функция, а среднеквадратичная ширина спектра $\Delta\omega=[\langle\omega^2\rangle-\langle\omega\rangle^2]^{1/2}$ вычислена по «временны́м» формулам [6, 7]

$$\langle\omega\rangle=2\pi U^{-1}\int\omega\,|A_\omega|^2\,d\omega=-iU^{-1}\int\dot{A}A^*dt,$$
$$\langle\omega^2\rangle=2\pi U^{-1}\int\omega^2\,|A_\omega|^2\,d\omega=U^{-1}\int|\dot{A}|^2\,dt. \tag{26}$$

Соотношения (22) и (26) могут быть обобщены:

$$\langle\tau^s\rangle=\frac{1}{U}\int t^s\,|A|^2\,dt=\begin{cases}2\pi U^{-1}\int|A_\omega^{(s/2)}|^2\,d\omega, & (s\text{ — четное})\\[2ex] 2\pi iU^{-1}\int A_\omega^{*\left(\frac{s-1}{2}\right)}A_\omega^{\left(\frac{s+1}{2}\right)}\,d\omega, & (s\text{ — нечетное})\end{cases} \tag{27}$$

$$\langle\omega^s\rangle=\frac{2\pi}{U}\int\omega^s\,|A_\omega|^2\,d\omega=\begin{cases}U^{-1}\int|A^{\left(\frac{s}{2}\right)}|^2\,dt, & (s\text{ — четное})\\[2ex] iU^{-1}\int A^{\left(\frac{s-1}{2}\right)}A^{*\left(\frac{s+1}{2}\right)}\,dt, & (s\text{ — нечетное})\end{cases}$$

Согласно (20) и (24) в рассматриваемом случае

$$\tau_\omega=-\frac{f\omega^{n-1}}{(n-1)!}q_nf,\quad A_{\text{in}}(\tau_\omega)=\exp\left\{-\frac{1}{2}(\varepsilon\tau_0\omega)^{2p}\right\}, \tag{28}$$

где

$$p=m(n-1)\geqslant m,\quad \varepsilon=(f/l_d)^{\frac{1}{n-1}},\quad l_a=\frac{\tau_0^n(n-1)!}{q_n}. \tag{29}$$

Параметр l_d, имеющий размерность длины, по порядку величины совпадает с дисперсионной длиной L_d. Как следует из (20), (21) и (28), энергия и ширина спектра импульса при распространении остаются постоянными:

$$U=U_0=\frac{2\pi\Gamma\left(\frac{1}{2p}\right)}{p\tau_0\varepsilon},\quad \Delta\omega=\Delta\omega_0=\frac{1}{\varepsilon\tau_0}\left[\Gamma\left(\frac{3}{2p}\right)\Big/\Gamma\left(\frac{1}{2p}\right)\right]^{1/2}. \tag{30}$$

Характеризуя коэффициентом B относительное расширение спектра импульса модулятором, получим

$$B=\frac{\Delta\omega_0}{\Delta\omega_{\text{in}}}=\frac{C_1}{\varepsilon},\quad C_1=C_{m,p}=\frac{1}{m}\left[\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2m}\right)\Gamma\left(\frac{3}{2p}\right)}{\Gamma\left(2-\frac{1}{2m}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2p}\right)}\right]^{1/2}\approx\sqrt{\frac{3}{2m}}. \tag{31}$$

В рассматриваемой схеме минимальное значение $\Delta\tau$ ожидается при $z \approx f$. Подставив в (23) выражение (28) для $A_{\text{in}}(\tau_\omega)$, а также $A'_{\text{in}}(\tau_\omega) = -(\varepsilon\tau_0)^{2p} p\omega^{2p-1} A_{\text{in}}(\tau_\omega)$ и $z=f$, получим $\langle\tau\rangle_f = 0$,

$$\Delta\tau(f) = \tau_0 \varepsilon p \left[\Gamma\left(2-\frac{1}{2p}\right) \Big/ \Gamma\left(\frac{1}{2p}\right)\right]^{1/2}. \tag{32}$$

Таким образом, коэффициент компрессии N в фокусе равен

$$N = \frac{\Delta\tau_{\text{in}}}{\Delta\tau(f)} = \frac{C_2}{\varepsilon}, \quad C_2 = C_{p,m} \approx \sqrt{\frac{3}{2p}}. \tag{33}$$

Этот результат показывает, что в схеме на рис. 3 в принципе может быть достигнута сколь угодно сильная компрессия, $N \gg 1$, если выполнено условие $\varepsilon \ll 1$, т. е. «временнáя линза» $M(t)$ достаточно «короткофокусная»: $f = l_d \left(\frac{C_2}{N}\right)^{n-1} \ll l_d$. При этом расширение спектра равно или превышает степень компрессии, $B \approx \sqrt{n-1}\,N$ и, при прочих равных условиях, отношение f/l_d уменьшается с ростом n.

6. При распространении узкополосного импульса в диспергирующей среде без потерь его среднеквадратичная длительность зависит от z по универсальному закону [5]

$$\Delta\tau(z) = (B_0 + B_1 z + B_2 z^2)^{1/2} \tag{34}$$

независимо от формы и модуляции импульса и дисперсионных свойств среды, влияющих лишь на величину коэффициентов B_i. В работе [5] постоянные B_i определялись, исходя из уравнения (13) и были выражены через $A_0(t)$. Приведем более простой и общий вывод формулы (34) в частотном представлении. При этом не требуется, например, выражать дисперсионную характеристику $q(\omega)$ в виде ряда по ω.

Согласно (12), (15) и (16) при $\delta(\omega)=0$

$$A(\theta, z) = \int A_\omega \exp\{i\omega\theta\}\, d\omega, \quad A_\omega = A_{0,\omega} \exp\{-iq(\omega) z\}. \tag{35}$$

Подставив (35) в (22), находим

$$\begin{aligned} \langle\tau\rangle_z &= 2\pi i U_0^{-1} \int (A'_{0,\omega} - iq'(\omega) z A_{0,\omega}) A^*_{0,\omega} d\omega = A_{10} + A_{11} z, \\ \langle\tau^2\rangle_z &= 2\pi U_0^{-1} \int |A'_{0,\omega} - iq'(\omega) z A_{0,\omega}|^2 d\omega = A_{20} + A_{21} z + A_{22} z^2, \end{aligned} \tag{36}$$

где

$$\begin{aligned} &\langle A_{10}\rangle = \langle\tau\rangle_0, \quad A_{11} = \langle q'(\omega)\rangle, \quad A_{20} = \langle\tau^2\rangle_0, \\ &A_{21} = i \cdot 2\pi U_0^{-1} \int [q'(\omega) A^*_{0,\omega} A'_{0,\omega} - \text{к. с.}]\, d\omega, \quad A_{22} = \langle q'(\omega)^2\rangle. \end{aligned} \tag{37}$$

Таким образом, в (34)

$$B_0 = A_{20} - A_{10}^2, \quad B_1 = A_{21} - 2A_{10}A_{11}, \quad B_2 = A_{22} - A_{11}^2. \tag{38}$$

В этом выводе нетрудно учесть и дисперсионные потери, что приводит, вообще говоря, к зависимости B_i от z.

Как следует из (34) и (37), в (1)

$$L_d = \frac{\Delta\tau(0)}{\sqrt{B_2}} = \frac{\Delta\tau(0)}{[\langle q'(\omega)^2\rangle - \langle q'(\omega)\rangle^2]^{1/2}}, \quad C = \frac{B_1}{\sqrt{B_0 B_2}}. \tag{39}$$

В случае (24) $q'(\omega) = \frac{\omega^{n-1}}{(n-1)!} q_n$ и согласно (39)

$$L_d = \frac{(n-1)!\,\Delta\tau(0)}{q_n} \frac{1}{[\langle\omega^{2n-2}\rangle - \langle\omega^{n-1}\rangle^2]^{1/2}}, \qquad (40)$$

где приблизительно

$$[\langle\omega^{2n-2}\rangle - \langle\omega^{n-1}\rangle^2]^{1/2} \sim \Delta\omega_0^{n-1}.$$

ЛИТЕРАТУРА

[1] Ахманов С. А., Выслоух В. А., Чиркин А. С. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. М., 1988. [2] Johnson A. M., Shank C. V.//Ultrafast Supercontinuum Laser Source/Ed. by R. R. Alfano. Berlin: Springer-Verlag, 1989. [3] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М., 1982. [4] Дьяков Ю. Е., Никитин С. Ю. Задачи по статистической радиофизике и оптике. М., 1985. [5] Anderson D., Lisak M.//Phys. Rev. 1987. A35, N 1. P. 184. [6] Дьяков Ю. Е.//Лазеры в народном хозяйстве (Материалы семинара. Общество «Знание» РСФСР). М., 1990. С. 130. [7] Дьяков Ю. Е.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1991. 32, № 2. С. 53.

Поступила в редакцию
23.11.90

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1991. Т. 32, № 3

УДК 621.373.826

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАСЕЛЕННОСТЕЙ РАБОЧИХ УРОВНЕЙ В ДЛИННОВОЛНОВОМ CO_2-ГАЗОДИНАМИЧЕСКОМ ЛАЗЕРЕ С МОДУЛЯЦИЕЙ ДОБРОТНОСТИ

А. Н. Баранов, О. И. Иванова, А. И. Одинцов, А. И. Федосеев

(кафедра оптики и спектроскопии)

Показана возможность диагностики населенностей колебательных уровней в активной среде CO_2-газодинамического лазера на связанных модах по энергетическим характеристикам импульсной генерации в режиме модуляции добротности. Приводятся расчетные соотношения для определения начальной разности населенностей лазерных уровней по данным измерений. Эксперименты выполнены на переходах 03^10—10^00 ($\lambda=18{,}4$ мкм) и 04^20—03^30 ($\lambda=17{,}2$ мкм) в смеси CO_2 — Ar. Одним из преимуществ метода является то, что режим модуляции добротности позволяет исключить взаимодействия колебательных переходов в процессе генерации.

Введение

Газодинамические лазеры (ГДЛ) на связанных модах молекул CO_2 представляют интерес как источники мощного когерентного излучения в области длин волн $\lambda=16$—21 мкм [1, 2]. Расчетам их характеристик посвящен ряд теоретических работ [3—5], однако экспериментально эти лазеры исследованы недостаточно [1, 4, 6, 7]. В настоящей работе сделана попытка получения экспериментальной информации о населенностях колебательных уровней и коэффициентах усиления переходов в лазере такого типа по спектрально-энергетическим характеристикам его генерации в режиме модуляции добротности (МД).