

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 539.124 : 539.217.5 : 538.311

ДВУМЕРНЫЙ ГАЗ ЭЛЕКТРОНОВ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ (КВАНТОВЫЙ ПРЕДЕЛ)

В. Р. Халилов

(кафедра теоретической физики)

Предложена модельная многочастичная волновая функция основного состояния замагниченных двумерных электронов. Она дает картину электронных состояний, которая соответствует представлению о вигнеровской двумерной решетке. Показано также, что эффект Холла является результатом спонтанного нарушения трансляционной симметрии соответствующей квантовой системы.

В работе [1] Р. Лафлин предложил теорию дробного квантового эффекта Холла (ДКЭХ), центральное место в которой занимает изящная вариационная волновая функция двумерных электронов в магнитном поле, соответствующая несжимаемому состоянию частично заполненного, поляризованного по спинам частиц низшего уровня Ландау со степенями заполнения уровня $\nu=1/m$, $m=3, 5, \dots$, где m — квантовое число, характеризующее проекцию относительного орбитального момента любой пары электронов на направление поля.

В картине Лафлина именно несжимаемые состояния в многоэлектронной задаче «ответственны» за ДКЭХ, а их природа обусловлена возникновением дискретного спектра потенциала парного взаимодействия между электронами в магнитном поле, находящимися на одном и том же уровне Ландау. Лафлин назвал этот эффект «квантованием межчастичного расстояния» [1, 2]. Модельная многочастичная волновая функция, сконструированная в [1, 2], имеет вид

$$\Psi(z_1, \dots, z_N) = \prod_{i < k} (z_i - z_k)^m \exp \left\{ -\frac{1}{4} \sum_n |z_n|^2 \right\}, \quad (1)$$

где $z_j = x_j + iy_j$; x_j, y_j — декартовы координаты электрона с номером j в единицах магнитной длины $a = \sqrt{\hbar c / (eB)}$; B — напряженность магнитного поля. Волновая функция (1) составлена из одночастичных функций, принадлежащих только низшему уровню Ландау; она антисимметрична относительно перестановки любой пары электронов, т. е. (1) описывает спиново-поляризованное состояние всех электронов.

Нелишне также отметить, что описание электронов с помощью волновой функции (1) естественным образом связано с выбором векторного потенциала в симметричной калибровке:

$$\mathbf{A} = \frac{B}{2} (y, -x, 0). \quad (2)$$

В работах [3, 4] предлагалась другая картина электронных состояний ДКЭХ, основанная на представлении о вигнеровской двумерной решетке. Однако лафлиновская волновая функция несжимаемой жидкости для состояний ДКЭХ с $\nu=1/3$, как было указано в [5], описывает точное и единственное состояние укороченного модельного гамильтониана системы электронов в магнитном поле, в котором учитываются короткодействующие компоненты потенциала взаимодействия электронов.

Энергия основного состояния, рассчитанная с помощью вариационного метода, для лафлиновского состояния оказалась ниже, чем энергии Хартри—Фока для состояний типа волны зарядовой плотности, по крайней мере при $\nu=1/3$. В результате авторы [6] сделали вывод, что для случая $\nu=1/3$ картину состояний ДКЭХ Лафлина можно считать подтвержденной и поэтому любые альтернативные представления должны быть эквивалентны модели Лафлина.

В настоящей работе обсуждается вопрос об основном состоянии двумерных электронов в сильном магнитном поле и конструируется модельная волновая функция этого состояния. Оно имеет структуру двумерной кристаллической решетки и описывается с помощью двойко-периодических $\phi_1(z)$ и $\phi_3(z)$ тэта-функций Якоби. Все параметры решетки, как и значения напряженности магнитного поля и плотности электронов, должны определяться из условия минимума гамильтониана системы.

Показано также, что квантовый эффект Холла является следствием спонтанного нарушения симметрии квантовомеханической системы электронов. Заметим кстати, что в работе [7] уже отмечалось, что условия наблюдения эффекта Холла связаны с нарушением трансляционной инвариантности.

Пробная волновая функция и ее свойства

Вариационная задача с предлагаемой здесь волновой функцией нами пока не решена, однако кажется правдоподобным, что такая пробная функция должна дать наименьшее значение вариационной энергии, потому что ее модуль является двойко-периодической функцией и, значит, при усреднении гамильтониана системы с такой функцией есть надежда получить наименьшее его значение.

Рассмотрим систему из N электронов, движущихся в плоскости xOy в сильном магнитном поле $\mathbf{B}=(0, 0, B)$ с векторным потенциалом, заданным в калибровке

$$\mathbf{A} = B(y, 0, 0). \quad (3)$$

Идеализированный гамильтониан системы имеет вид

$$\mathcal{H} = \sum_{j=1}^N \left[\frac{1}{2m_e} \left(\frac{\hbar}{i} \nabla_j + \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2 + V(\mathbf{r}_j) \right] + \frac{1}{2} \sum_{j \neq k} \frac{e^2}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_k|}, \quad (4)$$

где $\Delta_j = \partial/\partial \mathbf{r}_j$, $V(\mathbf{r}_j)$ — потенциал нейтрализующего положительного фона заданной плотности ρ :

$$V(\mathbf{r}) = -\rho \int_S \frac{e^2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}', \quad (5)$$

$S=L_x L_y$ — область движения электронов, \mathbf{r} , \mathbf{r}' , \mathbf{r}_j — двумерные векторы. Собственные функции ψ_{np} одночастичного гамильтониана

$$\mathcal{H}_1 = \frac{1}{2m_e} \left(\frac{\hbar}{i} \nabla + \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2, \quad \frac{1}{2m_e} \left(\frac{\hbar}{i} \nabla + \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2 \psi_{np} = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right) \psi_{np},$$

$$\omega = \frac{eB}{m_e c} \quad (6)$$

для низшего уровня Ландау записываются в виде (с точностью до нормировки)

$$\psi_{0p} = \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} px - \frac{(y - cp/eB)^2}{2a^2} \right\}. \quad (7)$$

Состояния ψ_{np} с фиксированным n вырождены, причем каждому n соответствует $\Delta = eBS/(2\pi\hbar c)$ состояний с различными p . Если система состоит из многих частиц, то это означает, что на уровне n можно разместить Δ невзаимодействующих частиц с определенной ориентацией спина. Величина $cp/(eB)$ имеет смысл y -координаты центра «орбиты вращения» электрона. Таким образом, в случае многих частиц различным p соответствуют различные y -координаты центров орбит. Ясно, что построенная в виде суперпозиции ψ_{np} с данным n функция Ψ будет также решением (6), в частности

$$\Psi = \int dp \psi(p) \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} px - \frac{[y - cp/(eB)]^2}{2a^2} \right\}. \quad (8)$$

Представим показатель экспоненты в (7) в виде

$$-i \frac{p}{\hbar} (x + iy) - \frac{y^2}{2a^2} - \left(\frac{cp}{\sqrt{2} eBa} \right)^2, \quad (9)$$

а $\psi(p)$ выберем в виде ряда

$$\psi(p) = -i \sum_{k=-\infty}^{\infty} \psi_0 \delta(p - (2k+1)b) (-1)^k, \quad (10)$$

где b — комплексное число: $b = |b| \exp\{i\alpha\}$. Подставляя (10) в (8), получим

$$\begin{aligned} \Psi &= \frac{1}{i} \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k \psi_0 \exp \left\{ -\frac{i(2k+1)b}{\hbar} z - \frac{y^2}{2a^2} - \left(\frac{cb}{\sqrt{2} eBa} \right)^2 (2k+1)^2 \right\} = \\ &= \psi_0 \exp \left\{ -\frac{y^2}{2a^2} \right\} \vartheta_1(z, q) \equiv \psi_0 \exp \left\{ -\frac{y^2}{2a^2} \right\} \vartheta_1(z), \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$z = \frac{b}{\hbar} (x + iy), \quad q = \exp \left\{ -\left(\frac{\sqrt{2} cb}{eBa} \right)^2 \right\}. \quad (12)$$

Положим $q = \exp\{i\pi\tau\}$ ($\text{Im } \tau > 0$); тогда $\vartheta_1(z)$, являющаяся периодической функцией z , оказывается квазипериодической функцией z и τ . Ее основные свойства [8]:

$$\vartheta_1(-z) = -\vartheta_1(z), \quad (13)$$

$$\vartheta_1(z + \pi) = -\vartheta_1(z), \quad \vartheta_1(z + 2\pi) = \vartheta_1(z), \quad (14)$$

$$\vartheta_1(z + 2\pi\tau) = \exp\{-4i(z + \pi\tau)\} \vartheta_1(z); \quad (15)$$

$\vartheta_1(z)$ — нечетная функция z .

К квазипериодическому решению приводит не только анзац (10). Так, выбирая $\psi(p)$ в виде*

* Ранее этот анзац для построения вакуума квантовой хромодинамики был предложен в работе [9].

$$\psi(p) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \psi_0 \delta(p - 2kb) \quad (16)$$

для Ψ получим

$$\Psi = \psi_0 \exp \left\{ -\frac{y^2}{2a^2} \right\} \vartheta_3(z, q) \equiv \psi_0 \exp \left\{ -\frac{y^2}{2a^2} \right\} \vartheta_3(z) \quad (17)$$

с теми же, что и в формуле (12), b , z и q . Пусть $q = \exp\{i\pi\tau\}$, тогда

$$\begin{aligned} \vartheta_3(z + \pi) &= \vartheta_3(z), \quad \vartheta_3(-z) = \vartheta_3(z), \\ \vartheta_3(z + \pi) &= \frac{1}{q} \exp\{-2iz\} \vartheta_3(z); \end{aligned} \quad (18)$$

$\vartheta_3(z)$ является четной функцией z . Отметим, что $\vartheta_1(z)$ имеет период 2π , а $\vartheta_3(z)$ — период π .

Чтобы построить многочастичное состояние, нужно центрировать электроны в узлах двумерной решетки с учетом антисимметризации. При этом $\vartheta_i(z)$ -функция играет роль одночастичной функции.

Свойства симметрии многочастичной функции можно учесть и поинному. Для этого выпишем волновую функцию системы из двух взаимодействующих электронов, находящихся на уровне $n=0$:

$$\Psi_{R,r} = \Psi(R) \psi(r) = \exp \left\{ -\frac{(Y - Y_0)^2}{2a^2} - \frac{iPX}{\hbar} \right\} \exp \left\{ -\frac{(y - y_0)^2}{2a^2} - \frac{ipx}{\hbar} \right\}, \quad (19)$$

где $R = (r_i + r_j)/2$ — радиус-вектор центра масс; $r = (r_i - r_j)/\sqrt{2}$ — вектор, характеризующий относительное движение i -го и j -го электронов; P — x -компонента полного импульса; p — та же компонента импульса относительного движения этой пары, причем $Y_0 = -cP/(2eB)$, $y_0 = -cp/(eB)$.

Представления (10) или (16) применяем только к функциям, характеризующим относительное движение. Так, используя (10), получим

$$\Psi_P = \psi_0 \exp \left\{ -\frac{y_i^2 + y_j^2}{2a^2} + \frac{YP}{\hbar} - \frac{cP^2}{2\hbar eB} - \frac{iPX}{\hbar} \right\} \vartheta_1(z), \quad (20)$$

где $z = z_i - z_j$, $z_i = (b/\hbar)(x_i + iy_i)$. Нечетность $\vartheta_1(z)$ обеспечивает антисимметричность волновой функции Ψ_P относительно перестановки i -го и j -го электронов. Следовательно, с помощью этой функции можно описать основное состояние системы электронов, спины которых направлены в одну и ту же сторону.

Применяя (16) к той же, что и выше, части функции (19), построим другое решение:

$$\Psi_P = \psi_0 \exp \left\{ -\frac{y_i^2 + y_j^2}{2a^2} + \frac{YP}{\hbar} - \frac{cP^2}{2\hbar eB} - \frac{iPX}{\hbar} \right\} \vartheta_3(z). \quad (21)$$

С учетом четности $\vartheta_3(z)$ видно, что (21) описывает основное состояние системы электронов, в которой спины i -го и j -го электронов, составляющих пару, скомпенсированы.

Многочастичное состояние теперь строится путем размещения пар электронов, причем в точках плоскости, где $\vartheta_3(z)$ имеет нули, вероятность нахождения пары равна нулю. N -электронное состояние должно быть антисимметричным относительно перестановки любых двух электронов. Значения параметров ψ_0 , b , B и N , характеризующие $\vartheta_1(\vartheta_3)$ -

решетку, должны определяться из задачи на минимум гамильтониана системы [4].

Рассматривая периодическую по z $\theta_i(z)$ -функцию как функцию двух переменных $z = b \exp\{i\alpha\} (x + iy) \hbar^{-1}$, $\pi = 2i (ba/\hbar)^2 \exp\{2i\alpha\}$ и учитывая, что $\text{Im}\pi > 0$, что дает $-\pi/2 < 2\alpha < \pi/2$, заключаем, что могут быть реализованы только два типа двумерных решеток Браве: косоугольная и гексагональная. А так как физические условия задачи однородны, более вероятно образование гексагональной решетки.

Спонтанное нарушение симметрии и эффект Холла

Основное состояние системы электронов в магнитном поле, описываемом векторным потенциалом в калибровке (3), должно быть инвариантным относительно трансляций на постоянную величину δ :

$$x_i \rightarrow x'_i = x_i + \delta, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (22)$$

Поэтому в основном состоянии $P=0$.

Гамильтониан системы остается трансляционно-инвариантным относительно сдвигов (22) и в случае, когда вдоль Oy приложено однородное и постоянное электрическое поле напряженности ε . Однако показатель экспоненты теперь изменится:

$$\frac{y_i^2 + y_j^2}{2a^2} - \frac{Y\tilde{P}}{\hbar} + \frac{c\tilde{P}^2}{2\hbar eB} + \frac{i\tilde{P}X}{\hbar} + \frac{2im_e v}{\hbar} X, \quad (23)$$

где $v = c\varepsilon/B$. С точки зрения физики произошло следующее. Y_0 -центры теперь сдвинуты:

$$Y_0 = -\frac{c\tilde{P}}{2eB}, \quad \tilde{P} = P - 2m_e v, \quad (24)$$

вырождение по \tilde{P} полностью снято, а энергия пары, отсчитываемая от энергии нулевых колебаний, равна

$$E = v\tilde{P}. \quad (25)$$

Мы видим, что в присутствии электрического поля состояние с $\tilde{P}=0$ описывает ситуацию, в которой полный импульс электронной пары P равен $2m_e v$ и одинаков для всех пар; в этом случае в системе возникает ток в x -направлении. Состояние с $\tilde{P}=0$ теперь не обладает трансляционной инвариантностью. Если в случае $\varepsilon=0$ основное состояние описывалось функцией (20) с $P=0$ (обозначим ее как Ψ_0), то получающееся из этого состояния состояние с $\tilde{P}=0$ при наличии электрического поля будет иметь вид

$$\Psi_\varepsilon = \exp\left\{-\frac{im_e v}{\hbar}(x_i + x_j)\right\} \tilde{\Psi}_0. \quad (26)$$

Основное состояние системы (26) неинвариантно относительно сдвигов (22). Такого рода явление, когда симметрия основного состояния не имеет симметрии лагранжиана или гамильтониана квантовой системы, называют спонтанным нарушением симметрии (СНС). Неинвариантность основного состояния квантовой системы относительно некоторых преобразований приводит к появлению неинвариантных классических (т. е. макроскопических) величин. В рассматриваемом нами

случае такой величиной является холловский ток. Классический ток в нашей системе определяется выражением*

$$J_x = \langle \Psi_e | -\frac{e}{m_e} \hat{P}_x | \Psi_e \rangle = ev \mathcal{N}^0(N, B, b), \quad (27)$$

где $\hat{P}_x = \sum_i \left(\hat{p}_{xi} + \frac{e}{c} A_{xi} \right)$ — оператор импульса.

Подчеркнем, что нарушением трансляционной инвариантности основного состояния системы электронов обусловлен сам факт существования эффекта Холла. Он, очевидно, не зависит от электрон-электронного взаимодействия и, значит, от деталей структуры основного состояния системы, которая, однако, будет влиять на «формфактор» \mathcal{N}^0 в формуле (27). Этот «формфактор» можно интерпретировать как полное число электронов, которое необходимо, чтобы заполнить двухчастичные состояния невзаимодействующих между собой электронов (значит, фактически одночастичные состояния) в соответствии с сформулированным выше принципом. Ток (27) представим в виде

$$J_x = ev \frac{e}{B} \mathcal{N}^0 = \frac{e^2}{2\pi\hbar} \frac{e\mathcal{N}}{eB/2\pi\hbar c} = \frac{e^2}{h} v e, \quad (28)$$

где $eB/2\pi\hbar c = \Delta/S$ — плотность состояний на данном уровне Ландау. Число v имеет смысл степени заполнения уровня Ландау в одночастичной задаче.

Видно, что не все одночастичные состояния будут заполнены. Аналогично строится основное состояние в сверхпроводниках. Нелишне отметить, что основное состояние системы может и не совпадать с обсуждаемым здесь состоянием. Оно определяется из вариационной задачи.

Заметим, что если в электрическом поле реализуется основное состояние в виде (26), где Ψ_0 описывает вигнеровскую двумерную решетку, то электрический ток J_x представляет собой движение этой решетки как целого. Ясно, что поддерживать такой ток можно только в том случае, если имеется резервуар с электронами.

Влияние примесей

Если в образце есть примеси, то не все одночастичные состояния остаются делокализованными; появляются полностью «локализованные» электронные состояния. Влияние примесей изучалось в работе [10] и затем в [11] на основе точно решаемой модели с одной примесью, характеризующейся притягивающим δ -потенциалом вида $-\lambda_0 \delta(\mathbf{r})$. Волновая функция электрона на уровне $n=0$ имеет вид

$$\Psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}a} \exp \left\{ -\frac{x^2 + y^2 - 2ixy}{4a^2} \right\}. \quad (29)$$

Плотность тока вероятности в состоянии (29) $j(\mathbf{r}) \neq 0$ в области $x, y \leq a$, и это свойство обязано присутствию магнитного поля [11]. Поскольку, согласно уравнению Шрёдингера, ток должен сохраняться, в [11] была предложена модель с «исправлением» функции (29), кото-

* Если область движения электронов является кругом (тогда потенциал A удобно выбрать в калибровке (2)), то основное состояние системы неинвариантно относительно поворотов электронов на один и тот же угол Φ_0 . Это приводит к появлению классического тока J_Φ .

рая имела аналогию с ротонами Фейнмана в теории сверхтекучести [12].

Интересно, что такую волновую функцию можно построить и в отсутствие δ -потенциала, для чего в (8) нужно подставить $\psi(\rho)$ в виде (7) с $x=y=0$. Однако энергия состояния (29) при $\lambda_0 \neq 0$ меньше $\hbar\omega/2$, в то время как при $\lambda_0=0$ она равна $\hbar\omega/2$. Можно сказать, что в последнем случае состояние (29) локализовано по построению, а не путем силового воздействия.

Если образовалось несколько «атомов», то между ними возникает взаимодействие. Аналитически энергию взаимодействия U_{12} между двумя атомами, расположенными на расстоянии R друг от друга, можно вычислить только при $R \gg a$, где a , согласно (29), определяет порядок величины радиуса атома. Расчеты U_{12} аналогичны вычислениям энергии двухатомной молекулы. В общей постановке задачи считаем, что имеются две примеси, создающие потенциал вида

$$U = -\frac{\hbar^2}{2m_e} \lambda_0 \delta(\mathbf{r}) - \frac{\hbar^2}{2m_e} \lambda_0 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}), \quad \mathbf{R} = (R_x, R_y). \quad (30)$$

Обозначим \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 радиус-векторы 1-го и 2-го электронов относительно примеси в точке $\mathbf{r}=0$, а \mathbf{r}_1' и \mathbf{r}_2' — относительно примеси в точке \mathbf{R} . Тогда в нулевом приближении волновая функция квазимолекулы, состоящей из двух примесей и двух электронов, будет представлять собой произведение функций (29):

$$\begin{aligned} \Psi_{12} &= \psi(\mathbf{r}_1) \psi(\mathbf{r}_2) = \psi(\mathbf{r}_1) \psi(\mathbf{r}_2 - \mathbf{R}), \\ \Psi_{21} &= \psi(\mathbf{r}_1') \psi(\mathbf{r}_2) = \psi(\mathbf{r}_1 - \mathbf{R}) \psi(\mathbf{r}_2). \end{aligned} \quad (31)$$

Пусть V — энергия взаимодействия примесей, $e^2/|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^{-1}$ — энергия взаимодействия электронов, тогда «кулоновская энергия взаимодействия двух атомов» определяется выражением

$$Q = \int |\Psi_{12}|^2 \left(V + \frac{e^2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} - \tilde{\lambda}_0 \delta(\mathbf{r}_1) - \tilde{\lambda}_0 \delta(\mathbf{r}_2) \right) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2, \quad (32)$$

обменная энергия представляется в виде

$$\tilde{A} = \int \Psi_{12} \Psi_{21}^* \left(V + \frac{e^2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} - \tilde{\lambda}_0 \delta(\mathbf{r}_1) - \tilde{\lambda}_0 \delta(\mathbf{r}_2) \right) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2, \quad \tilde{\lambda}_0 = \frac{\hbar^2 \lambda_0}{2m_e}, \quad (33)$$

а интеграл перекрытия S_0 равен

$$S_0 = \int \Psi_{12} \Psi_{21}^* d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2. \quad (34)$$

Вычисления дают

$$\begin{aligned} S_0 &= \exp \left\{ -\frac{R^2}{2} \right\}, \quad Q = V - \frac{\tilde{\lambda}_0}{\pi a^2} + \frac{e^2}{2a} \sqrt{\pi} \exp \left\{ -\frac{R^2}{8} \right\} I_0 \left(\frac{R^2}{8} \right), \\ \tilde{A} &= \exp \left\{ -\frac{R^2}{2} \right\} \left(V - \frac{\tilde{\lambda}_0}{\pi a^2} \cos R_x R_y + \frac{e^2}{2a} \sqrt{\pi} \exp \left\{ -\frac{R^2}{8} \right\} I_0 \left(\frac{R^2}{8} \right) \right). \end{aligned} \quad (35)$$

Здесь $I_0(R^2/8)$ — цилиндрическая функция многого аргумента, а R измеряется в единицах a .

Выврождение снимается и мы имеем два решения:

$$\psi_c = \frac{1}{\sqrt{2(1+S_0)}} (\Psi_{12} + \Psi_{21}), \quad E_c(R) = \frac{Q + \tilde{A}}{1 + S_0}, \quad (36)$$

$$\Psi_a = \frac{1}{\sqrt{2(1-S_0)}} (\Psi_{12} - \Psi_{21}), E_a(R) = \frac{Q - \tilde{A}}{1 - S_0} \quad (37)$$

Первое решение симметрично (спины электронов параллельны), второе — антисимметрично (спины электронов антипараллельны). Энергия связи квазимолекулы обнаруживает anomальное поведение: $E_c(R) > E_a(R)$ всегда.

В отсутствие примесей E_c и E_a равны соответственно

$$E_{c,a} = \frac{e^2 \sqrt{\pi}}{2a} I_0 \left(\frac{R^2}{8} \right) \frac{x^{1/4} \pm x^{3/4}}{1 \pm x}, \quad (38)$$

где $x = \exp\{-R^2/2\}$, $0 < x < 1$. Из (38) видно, что E_c и E_a положительны и $E_c > E_a$ при любых R . Поэтому всегда энергетически выгоднее образование состояния (37) с параллельными спинами электронов. Разумеется, устойчивой связи между волновыми пакетами (29) при $R \gg a$ не возникает.

Если образование большого числа волновых пакетов (29) энергетически выгодно, то минимуму энергии такого состояния должно отвечать определенное упорядочение их расположения. По-видимому, наиболее выгодна двумерная решетка из волновых пакетов, образованная равносторонними треугольниками с волновыми пакетами в их вершинах (такая конфигурация из вихревых нитей возникает в сверхпроводниках [13]). Полная энергия взаимодействия пакетов в решетке при $R \gg a$ равна

$$U = 3\gamma E_a(R),$$

где $\gamma = 2/(\sqrt{3}R^2)$ — число волновых пакетов на единицу площади.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Laughlin R. B. // Phys. Rev. Lett. 1983. 50. P. 1395. [2] Laughlin R. B. // Phys. Rev. 1983. B27. P. 3383. [3] Chui S. T., Hakim R. J., Ma K. B. // Phys. Rev. 1986. B33. P. 7110. [4] Kivelson S., Kallin C., Arovas D. P., Schrieffer J. R. // Phys. Rev. Lett. 1986. 56. P. 873. [5] Haldane F. D. // Phys. Rev. Lett. 1983. 51. P. 605. [6] Дункан Ф., Холдейн М. // Квантовый эффект Холла. М., 1989. С. 289. [7] Прендж Р. Е. // Там же. С. 18. [8] Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., 1963. [9] Nielsen H. B., Ninomiya M. // Nucl. Phys. 1979. B156. P. 1. [10] Prange R. // Phys. Rev. 1981. B23. P. 4802. [11] Халилов В. Р. // Измер. техника. 1990. № 2. С. 4. [12] Фейнман Р. Статистическая механика. М., 1975. [13] Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Статистическая физика. Ч. 2. М., 1978.

Поступила в редакцию
22.11.90

УДК 539.1.01

НУТ-РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

Х. Э. Пинсон К. (Колумбия), П. В. Карабут

(кафедра квантовой теории и физики высоких энергий)

Изучается НУТ-решение уравнений релятивистской теории гравитации. Показано, что наличие НУТ-параметра в метрике эффективного риманова пространства приводит к появлению гравитационных полей, имеющих нефизический характер.