

электронов сформировавшегося сгустка на единицу поверхности плазмы, W — энергия бомбардировки, а t_s — время пролета центрального электрона. Поскольку направление, под которым электроны попадают на гофрированную поверхность волновода, существенно отклоняется от нормального (на $70-80^\circ$), максимальная энергия бомбардировки, при которой коэффициент вторичной эмиссии больше единицы, может достигать 20 кэВ [4]. Легко показать, что введение угла падения α электрона на стенку сводится просто к переобозначению безразмерных параметров. Фиксируя ширину зазора d , получим выражение для мощности: $P = [md\omega^3\epsilon_0/(e^2\pi n \cos \alpha)] W \kappa_2^2$, $n=1, 3, \dots$ для ВЭРР₂ и $n=2, 4, \dots$ для ВЭРР₁. Для $\lambda=3$ см поглощаемая ВЭРР₁ мощность достигает нескольких сотен кВт/см², при этом поверхностная плотность заряда порядка 10^{10} см⁻², а собственное поле пространственного заряда на порядок меньше поля пучка. Например, для $d=1,6$ см плотность сформировавшегося сгустка $N=5 \cdot 10^9$ см⁻², его собственное поле $E_{cl}=10$ кВ/см, рассеиваемая мощность $P=160$ кВт/см² при $E=900$ кВ/см и $E_q=300$ кВ/см (такие значения СВЧ- и кулоновского полей реализуются на внутренних участках гофра вследствие сильной концентрации силовых линий).

Эти оценки мощности разряда и условий его развития оказываются близкими к ранее выполненным расчетам, приведенным в работе [4]. Таким образом, подтверждается основное положение о роли вторично-эмиссионного резонансного разряда в ограничении энергии излучения релятивистского черенковского СВЧ-генератора.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ельчанинов А. С., Загулов Ф. Я., Коровин С. Д. и др. // Письма в ЖТФ. 1981. 7, № 19. С. 1168. [2] Александров А. Ф., Галузо С. Ю., Канавец В. И. и др. // Тез. докл. IV Всесоюз. симп. по сильноточной электронике. Томск. 1982. Ч. 2. С. 168. [3] Бляхман Л. Г., Нечаев В. Е. // ЖТФ. 1980. 50, № 4. С. 720. [4] Александров А. Ф., Бляхман Л. Г., Галузо С. Ю., Нечаев В. Е. // Релятивистская высокочастотная электроника. Горький (ИПФ АН СССР), 1983. Вып. 3. С. 219. [5] Петрунин В. И., Ворогушин М. Ф. // Электрофизическая аппаратура. М., 1964. Вып. 2. С. 25. [6] Петрунин В. И. Дис. ... канд. физ.-мат. наук. М. (ФИАН СССР), 1966.

Поступила в редакцию
29.10.90

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1991. Т. 32. № 4

ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ

УДК 535.4

СИНТЕЗ ДВУХКОМПОНЕНТНОГО МНОГОСЛОЙНОГО ПОКРЫТИЯ С ЗАДАНЫМ АМПЛИТУДНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ ОТРАЖЕНИЯ

А. В. Тихонравов, В. Г. Якушкина

(кафедра математики)

Рассматривается задача синтеза многослойного оптического покрытия с заданным амплитудным коэффициентом отражения монохроматической волны. Описывается общий алгоритм конструирования многослойного покрытия, оптимального по числу слоев и близкого к оптимальному по общей толщине. Преимущество предлагаемого «квазиоптимального» покрытия состоит в простоте его реализуемости.

Для решения ряда актуальных физических задач принципиальное значение имеет получение многослойных покрытий с заданным амплитудным коэффициентом отражения падающего монохроматического излучения. С помощью таких покрытий можно, например, полностью согласовать поверхность любого материала с внешней средой и тем самым обеспечить отсутствие отраженного во внешнюю среду сигнала [1]. В работе [1] было показано, что задача синтеза покрытия с заданным амплитудным коэффициентом отражения \hat{r} всегда разрешима при естественном физическом ограничении $|\hat{r}| < 1$. Более того, у этой задачи существует бесчисленное множество решений, т. е. различных покрытий с одним и тем же коэффициентом отражения r . В силу этого может быть поставлен вопрос о выборе среди всех возможных решений оптимального по ряду параметров покрытия. В работе [1] описан алгоритм поиска покрытия, оптимального по числу слоев и их общей толщине.

В связи с большой практической значимостью рассматриваемой задачи представляет особый интерес поиск решений, наиболее удобных с технологической точки зрения. Наиболее легко и точно реализуемыми на вакуумных напылительных установках являются покрытия, у которых большое число слоев имеет одинаковую оптическую толщину (произведение геометрической толщины на показатель преломления слоя). Лучше всего, если эта оптическая толщина кратна $\lambda/4$, где λ — та длина волны, на которой надо получить требуемый амплитудный коэффициент отражения. Оптимальное покрытие из работы [1] не удовлетворяет этому условию. Целью настоящей работы является разработка метода расчета многослойной системы, которая, как и покрытие из работы [1], была бы оптимальна по числу слоев (т. е. имела бы минимально возможное число слоев) и при этом содержала бы возможно большее число слоев с оптимальной толщиной $\lambda/4$. Такая система, разумеется, уже не будет обладать минимально возможной общей толщиной в отличие от покрытия из работы [1]. Поэтому в дальнейшем мы будем называть ее квазиоптимальной.

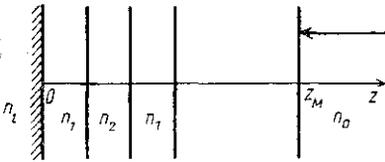


Рис. 1. Падение электромагнитной волны на слоистую среду

Перейдем к изложению метода синтеза. Как и в работе [1], для его построения удобно использовать понятие адмитанса и геометрическую интерпретацию решения уравнений на фазовой плоскости адмитанса.

Рассмотрим нормальное падение электромагнитной волны на слоистую систему (рис. 1).

Пусть слоистая среда ограничена двумя однородными средами. Первую из них, из которой падает волна, будем называть внешней средой, ее показатель преломления обозначим n_0 , вторую — подложкой, ее показатель преломления — n_1 . Проведем ось координат z перпендикулярно слоистой системе в направлении от подложки к внешней среде. Координату границы раздела слоистой среды с подложкой примем за 0, а координату ее границы с внешней средой — за z_M . Слоистую среду будем считать непоглощающей, показатели преломления чередующихся слоев обозначим соответственно n_1 и n_2 .

Амплитудный коэффициент отражения может быть выражен через входной адмитанс слоистой системы. Адмитанс A (отношение амплитуды магнитного к амплитуде электрического поля) удовлетворяет

в слоистой системе следующему дифференциальному уравнению:

$$dA/dz = ik \{n^2(z) - A^2\}, \quad (1)$$

где k — волновое число падающей волны, i — мнимая единица. Начальное условие для уравнения (1) задается на границе с подложкой и имеет вид

$$A_0 = A(0) = n_1.$$

Амплитудный коэффициент отражения покрытия $r(z_M)$ и входной адмитанс (адмитанс на границе с внешней средой) связаны соотношением

$$A(z_M) = n_0 \frac{1 - r(z_M)}{1 + r(z_M)}.$$

Таким образом, заданному коэффициенту отражения соответствует вполне определенное значение адмитанса. Задача получения требуемого амплитудного коэффициента отражения эквивалентна задаче получения заданного адмитанса.

Решение уравнения (1) в слое с постоянным показателем преломления n имеет вид

$$A(z) = \frac{in \sin(kn(z - \hat{z})) + \hat{A} \cos(kn(z - \hat{z}))}{\cos(kn(z - \hat{z})) + (i/n) \hat{A} \sin(kn(z - \hat{z}))}, \quad (2)$$

где \hat{z} — левая граница слоя, $\hat{A} = A(\hat{z})$.

В слое с номером j положим $n = n_j$, $\hat{z} = z_{j-1}$, $\hat{A} = A_{j-1}$.

Разделим числитель и знаменатель правой части выражения (2) на $in \sin(kn(z - \hat{z}))$ и введем обозначение $\xi = -\text{ctg}(kn(z - \hat{z}))$, тогда

$$A(z) = \frac{n + i\hat{A}\xi}{i\xi + \hat{A}/n}. \quad (3)$$

Выражение (3) является дробно-линейным преобразованием. При изменении z от \hat{z} до $\hat{z} + \pi/(kn)$ величина ξ принимает значения от $-\infty$ до $+\infty$. Окружности в комплексной плоскости ξ (в данном случае прямая — окружность бесконечно большого радиуса) соответствует окружность в комплексной плоскости A . Эту плоскость мы будем называть «фазовой плоскостью адмитанса».

Выражения для координаты центра окружности $(\xi, 0)$ и радиуса R имеют вид

$$\xi = \frac{|\hat{A}|^2 + n^2}{2 \text{Re } \hat{A}}, \quad R = \frac{|\hat{A}^2 - n^2|}{2 \text{Re } \hat{A}}. \quad (4)$$

Так как показатели преломления слоев принимают значение n_1 или n_2 , то на фазовой плоскости адмитанса мы имеем два семейства окружностей: C_1 с координатами центров $\xi_1 = (|\hat{A}|^2 + n_1^2)/2 \text{Re } \hat{A}$ и радиусами $R_1 = |\hat{A}^2 - n_1^2|/2 \text{Re } \hat{A}$ и C_2 с координатами центров $\xi_2 = (|\hat{A}|^2 + n_2^2)/2 \text{Re } \hat{A}$ и радиусами $R_2 = |\hat{A}^2 - n_2^2|/2 \text{Re } \hat{A}$.

Изобразим на фазовой плоскости адмитанса эти два семейства окружностей. Окружности первого семейства проведем сплошными линиями, а окружности второго семейства — пунктирными (рис. 2).

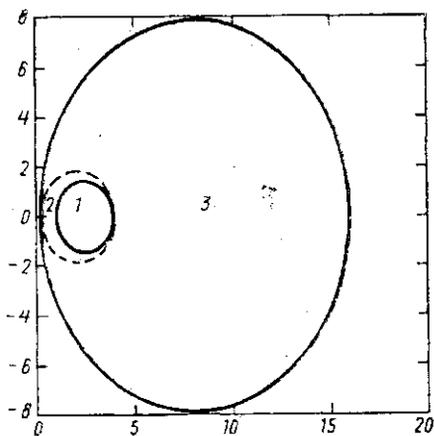


Рис. 2. Границы областей достижимости в фазовой плоскости адмитанса

которые могут быть получены с помощью двухслойных систем. Аналогично, внутри окружности 3 лежит область значений адмитанса, реализуемых с помощью трехслойных систем. Обозначим ξ_j, R_j координаты центров и радиусы указанных окружностей. Эти окружности будем называть граничными. Очевидно, что последовательность областей, ограниченных граничными окружностями, заполняет всю правую полуплоскость.

Пусть $X_M \equiv \text{Re}(A_M), Y_M \equiv \text{Im}(A_M)$. Рассчитаем, сколько слоев нужно использовать для получения требуемого адмитанса. Для этого нам нужно найти минимальное значение j , при котором выполняется условие

$$(\xi_j - X_M)^2 + Y_M^2 \leq R_j^2. \quad (5)$$

Значения ξ_j, R_j пересчитываются по рекуррентным формулам (4) от слоя к слою. При этом для пересчета A используется выражение

$$A_{j+1} = n^2/A_j, \quad n = n_{1,2},$$

которое следует из того, что точкам перехода с одной из граничных окружностей на следующую соответствуют толщины слоев, равные $\lambda/4n$ (n принимает чередующиеся значения $n_{1,2}$).

Пересчет ведется до тех пор, пока условие (5) не будет выполнено.

Пусть из условия (5) мы получили, что потребуется M слоев. Анализируя семейство траекторий на фазовой плоскости адмитанса, несложно заметить, что траектория, оканчивающаяся в точке A_M , может быть взята такой, что первые $M-2$ составляющие ее дуги являются половинками граничных окружностей. Поэтому оптическую толщину первых $(M-2)$ слоев примем равной $\lambda/4$ и рассчитаем толщины двух последних слоев.

Найдем толщину $(M-1)$ -го слоя. Для этого на фазовой плоскости адмитанса найдем точку пересечения граничной окружности с номером $(M-1)$ и окружности, проходящей через точку (X_M, Y_M) . Эти окружности относятся к разным семействам, поскольку мы продол-

Каждое из этих семейств в отдельности состоит из вложенных друг в друга непересекающихся окружностей. Окружности каждого семейства целиком заполняют всю правую полуплоскость. При этом любая из окружностей одного семейства пересекается с бесконечным числом окружностей другого семейства. Поэтому имеется возможность перейти в фазовой плоскости адмитанса из точки A_0 в любую точку в правой полуплоскости, в частности в точку $A_M \equiv A(z_M)$, двигаясь по траектории, состоящей из чередующихся дуг окружностей семейства C_1 и C_2 . Обратим внимание, что внутри окружности, обозначенной на рис. 2 цифрой 2, лежат все те значения адмитанса,

жаем рассматривать слои с чередующимися показателями преломления.

Координаты точек пересечения данных окружностей обозначим (X^*, Y^*) и $(X^*, -Y^*)$. Они находятся по формулам

$$X^* = \frac{R_M^2 - R_{M-1}^2 + \xi_{M-1}^2 - \xi_M^2}{2(\xi_{M-1}^2 - \xi_M^2)}, \quad Y^* = (R_{M-1}^2 - \xi_{M-1}^2 - (X^*)^2 + 2X^*\xi_{M-1})^{1/2},$$

где R_{M-1} , ξ_{M-1} — радиус и координата центра окружности с номером $(M-1)$, R_M , ξ_M — радиус и координата центра окружности, проходящей через точку (X_M, Y_M) .

Толщину $(M-1)$ -го слоя d_{M-1} находим из условия

$$X^* = \operatorname{Re} A(z_{M-2}) = \frac{\widehat{A}_{M-2}}{\cos^2(kn_i(d_{M-1})) + (\widehat{A}_{M-2}^2/n_i^2) \sin^2(kn_i(d_{M-1}))}. \quad (6)$$

Уравнение (6) имеет два решения. Их можно выписать в явном виде:

$$d_{M-1}^{(1)} = (z - \widehat{z}_{M-2}) = \arcsin \left[\sqrt{\frac{(\widehat{A}_{M-2} - X^*) n_i^2}{X^* (\widehat{A}_{M-2} - n_i^2)}} \right] / (n_i k),$$

$$d_{M-1}^{(2)} = \left(\pi - \arcsin \left[\sqrt{\frac{(\widehat{A}_{M-2} - X^*) n_i^2}{X^* (\widehat{A}_{M-2} - n_i^2)}} \right] \right) / (n_i k)$$

($i=1, 2$ в зависимости от номера слоя).

Одно из решений соответствует тому, что окружности пересекаются в точке (X^*, Y^*) , другое — тому, что точка пересечения окружностей — $(X^*, -Y^*)$.

Для того чтобы найти толщину последнего слоя, нужно решить уравнение

$$X_M = \operatorname{Re} A(z_{M-1}), \quad (7)$$

где

$$\widehat{z}_{M-1} = \widehat{z}_{M-2} + d_{M-1}^{(1)} \quad \text{или} \quad \widehat{z}_{M-1} = \widehat{z}_{M-2} + d_{M-1}^{(2)}.$$

Так как \widehat{A}_{M-1} в отличие от \widehat{A}_{M-2} имеет мнимую часть, уравнение (7) имеет несколько более сложный вид, чем уравнение (6). Для определенности \widehat{z}_{M-1} положим равным $\widehat{z}_{M-2} + d_{M-1}^{(1)}$, что соответствует точке (X^*, Y^*) . Уравнение (7) примет вид

$$X_M = \frac{X^*}{\cos^2 kn_i d_{M-1} + (Y^*/2n_i) \sin 2kn_i d_{M-1} + (|\widehat{A}_{M-1}|^2/n_i^2) \sin^2 kn_i d_{M-1}}.$$

Положим $kn_i d_{M-1} = \varphi$, тогда

$$\cos^2 \varphi + (Y^*/n_i) \sin \varphi \cos \varphi + (|\widehat{A}_{M-1}|^2/n_i^2) \sin^2 \varphi = X^*/X_M.$$

Проведя несложные преобразования, получим

$$\operatorname{tg}^2 \varphi (X_M |\widehat{A}_{M-1}|^2/n_i^2 - X^*) + \operatorname{tg} \varphi Y^* X_M/n_i + X_M - X^* = 0. \quad (8)$$

Решения квадратного уравнения (8) можно выписать в явном виде:

$$d_M^{(1,2)} = \operatorname{arctg} \{ (-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})/2a \} / kn_i. \quad (9)$$

Здесь введены обозначения: $a = X_M |\tilde{A}_{M-1}|^2 \hat{n}_i^2 - X^*$, $b = Y^* X_M / n_i$, $c = X_M - X^*$.

Выбираем одно из решений из условия

$$A(z_{M-1} + d_M^{(i)}) = A_M, \quad i = 1, 2. \quad (10)$$

Таким образом, найден набор толщин слоев, с помощью которых достигается требуемый адмитанс, а следовательно, и нужный коэффициент отражения. Решение выглядит следующим образом:

Номер слоя	1	2	3	...	M-1	M
Толщина слоя	$\lambda/4n_1$	$\lambda/4n_2$	$\lambda/4n_1$...	$d_{M-1}^{(1)}$	$d_M^{(1)}$

Аналогично можно найти и второе решение, если в качестве \hat{z}_{M-1} взять $\hat{z}_{M-2} + d_{M-1}^{(2)}$.

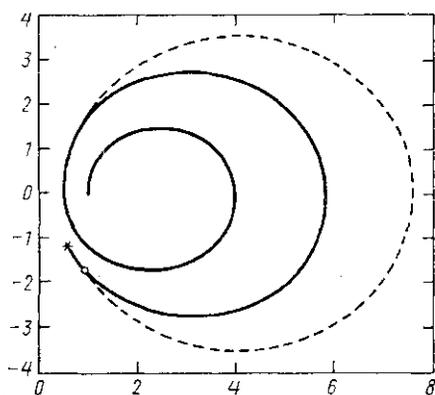


Рис. 3. Пример расчета согласующего покрытия

На рис. 3 приведен пример расчета согласующего покрытия, которое предназначено для создания зеркал с переменным коэффициентом отражения на основе полупроводниковых подложек с электрически управляемой комплексной диэлектрической проницаемостью [2]. Это покрытие должно обеспечивать высокую глубину модуляции отраженного сигнала. С этой целью амплитудный коэффициент отражения от покрытия должен быть комплексно-сопряженной величиной по отношению к амплитудному коэффициенту отражения от подложки при некотором фиксированном значении управляющего параметра. В приведенном примере

требовалось получить покрытие с амплитудным коэффициентом отражения, равным $-0,2133 + 0,5807i$. Синтезированное покрытие имеет четыре слоя, два из которых четвертьволновые, а внешние два слоя имеют оптические толщины 0,4965 и 0,9078 в долях $\lambda/4$.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Тихонравов А. В. // Компьют. оптика. М., 1990. Вып. 7. С. 33. [2] Sisa-
kyan I. N., Tikhonravov A. V., Shvartsburg A. B., Shepelev A. V. // The
Congress of European Physical Society, Hague, Netherlands. 1990. SPIE. Vol. 1274.
P. 115.

Поступила в редакцию
15.11.90