ГЕОФИЗИКА

УДК 551.465.15

О ВОЗМОЖНОМ ВЛИЯНИИ ПЛАВУЧЕСТИ НА СПЕКТР ТУРБУЛЕНТНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ

Е. В. Павлова

(кафедра физики атмосферы и математической геофизики)

Обсуждаются результаты экспериментов по измерению спектров турбулентности. Наблюдаются некоторые расхождения с законом «—5/3». Предложена гипотеза о влиянии конвективных движений на структуру спектра турбулентных пульсаций. Показано, что наличие дополнительного источника энергии, обусловленного конвективными процессами, приводит к трансформированию закона «—5/3» в закон «—2».

В работах [1, 2], выполненных Грантом и др. в сильном приливном течении, были найдены одномерные спектры турбулентности $\varphi(k)$, определяемые соотношением

$$\langle u_1^2 \rangle = \int_0^\infty dk\, \varphi(k). \tag{1}$$

Здесь u_1 — продольная компонента турбулентных флуктуаций скорости.

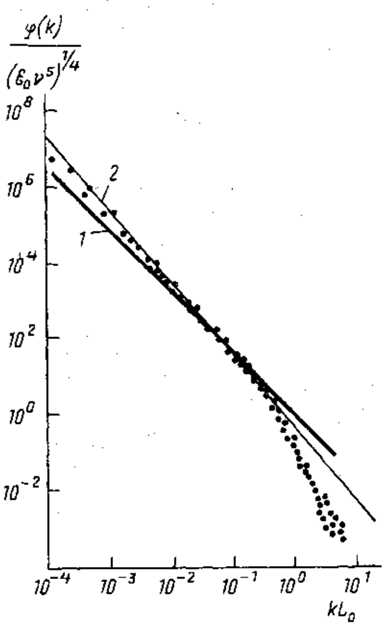
Следует прежде всего напомнить, что функция $\varphi(k)$ связана с $E(k)$ — спектральной плотностью энергии турбулентных пульсаций — некоторым соотношением. Если $E(k) \sim k^{-s}$ (в инерционном интервале), то $\varphi(k) = [2/s(s+2)]E(k)$. Скорость диссипации энергии ε_0 при этом определяется выражением

$$\varepsilon_0 = 15\nu \int_0^\infty dk\, k^2\varphi(k). \tag{2}$$

Здесь ν — коэффициент кинематической вязкости.

Как известно [3, 4], характерные масштабы длины и скорости можно составить из величин ν и ε_0: $L_0 = (\nu^3/\varepsilon_0)^{1/4}$, $v = (\nu\varepsilon_0)^{1/4}$.

Нормированная на эти величины функция $\varphi(k)$, полученная в результате экспериментов [1, 2], представлена на рисунке (см. также [3]).



Спектры турбулентных пульсаций, измеренные в работах [1, 2]. Прямая *1* соответствует закону «$k^{-5/3}$», прямая *2* — закону «k^{-2}»

Прямая линия *1* на рисунке соответствует закону «—5/3». Казалось бы, колмогоровское распределение ($\nu = -5/3$) и эксперимент хорошо согласуются. Однако, принимая во внимание то, что данные эксперимента представлены в логарифмическом масштабе, расхождение следует признать существенным. Нетрудно убедиться, что прямая *2*, которая соответствует закону $\varphi(k) \sim k^{-2}$, лучше согласуется с результатами измерений.

Цель настоящего сообщения — интерпретировать результаты экспериментов [1, 2], опираясь на предположение, что в эксперименте существенную роль играл механизм подпитки турбулентности за счет эффектов плавучести.

Действительно, во время приливного течения в экспериментах [1, 2] верхние слои жидкости в проливе имели пониженную температуру по сравнению со слоями, находившимися в глубине. При выполнении условия

$$\tilde{g} = -g - \frac{c_p}{\beta}\frac{1}{T_0}\frac{\partial T_0}{\partial z} > 0 \tag{3}$$

в среде появляются беспорядочные конвективные движения. Здесь β — коэффициент теплового расширения среды, c_p — ее удельная теплоемкость, g — ускорение силы тяжести, ось z направлена вверх.

Условие (3) по существу представляет собой критерий Ричардсона [4]: при неустойчивой стратификации (конвективные условия)

$$\mathrm{Ri} = \frac{g}{T_0}\,\frac{\partial T_0/\partial z + g\beta T_0/c_p}{[\partial u/\partial z]^2} < 0. \tag{4}$$

Здесь u — скорость потока.

Будем предполагать, что конвективные движения могут питать турбулентность. Можно показать, что эволюция спектральной плотности энергии описывается уравнением [3, с. 252]

$$\frac{\partial E(k)}{\partial t} = -\frac{\partial S(k)}{\partial k} + J(k) - 2\nu k^2 E(k) + Q(k). \tag{5}$$

Здесь $S(k)$ — поток по спектру, $J(k)$ — спектральная плотность энергии источника, питающего турбулентность за счет конвекции. Последние два слагаемых в инерционном интервале $L^{-1} \ll k \ll L_0^{-1}$ несущественны. $Q(k)$ описывает накачку, локализованную при масштабах, не превосходящих L^{-1}, $2\nu k^2 E(k)$ описывает диссипативный механизм, обеспечивающий отток энергии турбулентных пульсаций в тепло.

В стационарном режиме $\partial E(k)/\partial t = 0$. Если $J(k) = 0$ ($\mathrm{Ri} > 0$), то в инерционном интервале $\partial S(k)/\partial k = 0$, т. е. $S(k) = \mathrm{const} = \varepsilon_0$ — поток энергии по спектру постоянен. Тогда из соображений размерности (поскольку $E(k)$ определяется лишь $S(k)$ и k) получаем

$$E(k) = AS(k)^{2/3} k^{-5/3}, \quad S(k) = \varepsilon_0. \tag{6}$$

Пусть теперь $J(k) \neq 0$ ($\mathrm{Ri} < 0$). Тогда в интересующем нас инерционном интервале справедливо уравнение

$$-\frac{\partial S(k)}{\partial k} + J(k) = 0, \quad J(k) = J(k, \mathrm{Ri}). \tag{7}$$

Если рассматривать случай не слишком больших значений $\mathrm{Ri} \leqslant 0$, т. е. вблизи порога процесса развития конвективной неустойчивости, то естественно предположить, что точка $\mathrm{Ri} = 0$ не является особой и разложение $J(k, \mathrm{Ri})$ в ряд Тейлора начинается с члена первой степени, т. е. $J(k, \mathrm{Ri}) \sim (\mathrm{Ri}) \sim \tilde{g}$. Также ясно, что источник $J(k)$ должен зависеть от того, насколько развито турбулентное движение в рассматриваемой системе, которое характеризуется потоком энергии по спектру. Привлекая соображения размерности, получаем, что

$$J(k, \mathrm{Ri}) = -B\tilde{g}[S(k)]^{\alpha} k^{\beta}, \quad B > 0, \tag{8}$$

где $\alpha = 1/3$, $\beta = -4/3$.

Решая уравнение (7) с учетом (8) и граничного условия, заключающегося в предположении, что при $k \to \infty$ $S(k) \to \varepsilon_0$, получаем

$$S(k) = \varepsilon_0 [1 + (kL_1)^{-1/3}]^{3/2}, \tag{9}$$

где $L_1 = \varepsilon_0^2/(2B\tilde{g})^3 \gg L_0$. Решение (9), очевидно, справедливо, если $L_1 \ll L$, где L — внешний пространственный масштаб.

Соотношение (9) позволяет записать для спектральной плотности энергии $E(k)$ выражение

$$E(k) = A\varepsilon_0^{2/3} k^{-5/3} [1 + (kL_1)^{-1/3}], \tag{10}$$

которое при $kL_1 \ll 1$ трансформируется в следующее:

$$E(k) = 2AB\tilde{g}k^{-2}. \tag{11}$$

Выражение (11) — конечный результат проведенного рассмотрения. Оно показывает, что при определенных условиях (по-видимому, реализованных в экспериментах

[1, 2]) функция $\varphi(k) \sim k^{-2}$, и это объясняется существенным вкладом конвективных процессов в распределение энергии турбулентных пульсаций по спектру.

Разумеется, можно утверждать, что зависимость (11) фактически мало отличается от закона «—5/3». Однако это не уменьшает теоретического интереса отмеченного отличия.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Grant H. L., Steward R. W., Moilliett A. // J. Fluid Mech. 1962. 12. P. 241. [2] Grant H. L., Moilliett A. // J. Fluid Mech. 1962. 13. P. 237. [3] Филлипс О. М. Динамика верхнего слоя океана. Л., 1980. С. 263. [4] Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М., 1967. С. 112.

Поступила в редакцию
06.12.90

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1991. Т. 32, № 4

УДК 519.21

НЕЛИНЕЙНАЯ РЕДУКЦИЯ ИЗМЕРЕНИЙ В ЗАДАЧАХ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ АТМОСФЕРЫ

Т. В. Матвеева, Ю. П. Пытьев

(кафедра физики атмосферы и математической геофизики)

На примере характерных задач дистанционного зондирования атмосферы показано, что большинство задач интерпретации измерений сводится к проблеме вычисления значений функции по неточно заданному аргументу. Результаты вычислительного эксперимента позволяют сделать вывод о целесообразности применения методов нелинейной редукции для решения прикладных задач.

Схема измерений большинства физических экспериментов по дистанционному зондированию атмосферы может быть представлена в виде

$$\xi = a(f) + \nu, \quad f \in \mathscr{F}, \tag{1}$$

где ξ — результат измерения, $a(\cdot)$ — известная функция, f — вектор параметров объекта, $\mathscr{F}$ — множество, априори содержащее вектор f, ν — случайный вектор (шум), моделирующий ошибки измерения. Исследователя, как правило, интересует значение f или, в более общем случае, $U(f)$ — параметров исследуемого объекта.

Рассмотрим простейшие эксперименты в атмосферной оптике. Пусть наземный приемник ориентирован в направлении падения прямого солнечного излучения и регистрирует интенсивность радиации в узком спектральном диапазоне в окрестности длины волны λ:

$$\xi = J(\lambda) + \nu, \tag{2}$$

где $J(\lambda)$ — интенсивность прямого солнечного излучения, ослабленного на пути от верхней границы атмосферы до точки наблюдения. Согласно закону Бугера, $J(\lambda) = S_\lambda \exp\{-T(0, \vartheta_s(0))\}$. Величина S_λ определяется спектром интенсивности внеатмосферной солнечной радиации, $T(z, \vartheta_s(z))$ — оптическая толща вдоль пути от верхней границы атмосферы до точки z, $\vartheta_s(z)$ — видимый угол Солнца. В задаче определения оптической толщи, согласно схеме (1), $f = T(0, \vartheta_s(0))$, $a(f) = S_\lambda \exp\{-f\}$.

Оптическая толща может быть представлена в виде $T = T_m(\vartheta_s) + T_a(\vartheta_s) + T_{O_3}(\vartheta_s)$, где $T_m(\vartheta_s)$ определяется полным рэлеевским (молекулярным) рассеянием, $T_a(\vartheta_s)$ — аэрозольная оптическая толща, $T_{O_3}(\vartheta_s)$ — толща, определяемая поглощением озона, $T_{O_3}(\vartheta_s) = \alpha_\lambda x m(\vartheta_s)$, где α_λ — сечение поглощения озона, x — общее содержание озона, $m(\vartheta_s)$ — оптическая масса атмосферы. Если исследователя интересует общее содержание озона, то в соответствии со схемой (1) $f = x$, $a(f) = S_\lambda \exp\{-T_a(\vartheta_s) - T_m(\vartheta_s) - \alpha_\lambda m(\vartheta_s) f\}$.

В качестве еще одного характерного примера задач дистанционного зондирования атмосферы рассмотрим задачу трассового лидарного зондирования. В экспери-