тельно, эффект одномеризации в сильном магнитном поле, исследованный в КЭД (см., напр., [9]) и обсуждавшийся для стандартного электрослабого распада мюона в [4, 5], возникает также и в случае снейтринного распада мюона в суперсимметричной теории.

В заключение отметим, что в случае более слабого магнитного поля ($H<H_0^{l'}$) необходимо учитывать вклады в общую вероятность процесса, характеризуемые значениями квантового числа $n\neq 0$ для рождающегося лептона, роль которых уменьшается при увеличении напряженности поля.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Haber H. E., Kane G. L.//Phys. Rep. 1985. **117**. P. 75; Nilles H.//Ibid. 1984. **110**. P. 1. [2] Studenikin A. I.//Preprint of the Institute for Theor. Phys. (Kiev), ITP-89-83E; Студеникин А. И.//ЖЭТФ. 1990. **97**. С. 1407; ЭЧАЯ. 1990. **21**. С. 605; Эминов П. А.//Ядерная физика. 1990. **51**. С. 542; Студеникин А. И., Тернов И. М.//Препринт физ. ф-та МГУ. 1990, № 13; Kurilin A. V.//Phys. Lett. 1990. **B 249**. P. 455; Лихачев Г. Г., Студеникин А. И.//Деп. ВИНИТИ № 6374-В90 от 21.12.1990. [3] Байер В. Н., Катков В. М.//ДАН СССР. 1966. **171**. С. 313; Ритус В. И.//ЖЭТФ. 1969. **56**. С. 986; Лоскутов Ю. М., Захарцов В. М.//Изв. вузов, Физика. 1969. № 8. С. 98; Тернов И. М., Родионов В. Н., Студеникин А. И.//Ядерная физика. 1983. **37**. С. 1270; Борисов А. В., Келехсаева И. А.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1987. **28**, № 6. С. 20. [4] Жуковский В. Ч., Эминов П. А., Шариф Абдала Хамид//Там же. 1978. **19**, № 1. С. 58. [5] Тернов И. М., Лысов Б. А., Родионов В. Н., Студеникин А. И.// //Изв. вузов, Физика. 1982. № 8. С. 100. [6] Savage M. J.//Phys. Rev. 1989. **D 40**. P. 3116. [7] Review of particle properties//Phys. Lett. B. 1990. P. **239**. P. IX.5. [8] Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., 1971. [9] Лоскутов Ю. М., Скобелев В. В.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1979. **20**, № 3. С. 84; Скобелев В. В.//Дис. ... докт. физ.-мат. наук. М. (МГУ), 1982.

Поступила в редакцию
16.01.91

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1991. Т. 32, № 5

УДК 539.1.01

О ЦИЛИНДРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНЫХ И СТАТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЯХ В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

Х. Э. Пинсон К. (Колумбия)

(кафедра квантовой теории и физики высоких энергий)

Показано, что цилиндрически-симметричное и статическое решение Леви-Чивита в РТГ не является физическим.

В РТГ [1] полная система уравнений для гравитационного поля имеет вид

$$R_n^m-(1/2)\,\delta_n^m R=8\pi T_n^m, \tag{1}$$

$$D_m\tilde{g}^{mn}=0. \tag{2}$$

Здесь $\tilde{g}^{mn}=\sqrt{-g}\,g^{mn}=\sqrt{-\gamma}\,\gamma^{mn}+\sqrt{-\gamma}\,\Phi^{mn}$, $\gamma=\det\gamma_{mm}$, $g=\det g_{mm}$, а D_m — ковариантная производная относительно метрики γ_{mn} пространства Минковского. Системы (1) и (2) представлены в координатах пространства Минковского ξ^i.

Решение системы (1) в координатах x^k риманова пространства в РТГ будет иметь смысл только в том случае, если координаты x^k могут быть однозначно выражены через координаты пространства Минковского ξ^i во всей области их существования. При известном $g^{pq}(x)$ связь x^k с ξ^i устанавливается посредством уравнения (2), которое удобно записать в виде

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^p}\left(\sqrt{-g}\,g^{pq}\frac{\partial\xi^i}{\partial x^q}\right)=\gamma_{pq}^i\frac{\partial\xi^p}{\partial x^m}\frac{\partial\xi^q}{\partial x^n}g^{mn}, \tag{3}$$

где через $\gamma^i{}_{pq}$ обозначены коэффициенты связности пространства Минковского в координатах ξ^i.

Пусть изучаемая нами система допускает цилиндрическую симметрию. Кроме того, предположим, что источник гравитационного поля является статическим. Тогда общий статический интервал риманова пространства в цилиндрических координатах $x^k=(t, \rho, \varphi, z)$ можно представить в виде

$$ds^2 = f dt^2 - f^{-1}[\exp\{2U\}(d\rho^2 + dz^2) + \rho^2 d\varphi^2]. \tag{4}$$

Входящие в (4) неизвестные функции f и U зависят только от ρ и определяются из уравнений (1).

Введем в пространстве Минковского цилиндрические координаты

$$\xi^i = (\tau, R, \varphi', z'). \tag{5}$$

Из соображения симметрии задачи естественно положить, что $\varphi'=\varphi$; $z'=z$, а

$$\tau = t + T(\rho), \tag{6а}$$

$$R = R(\rho). \tag{6б}$$

Тогда в силу (3) получим

$$\frac{d^2T}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{dT}{d\rho} = 0, \tag{7}$$

$$\frac{d}{d\rho}\left(\rho\frac{dR}{d\rho}\right) - \frac{R}{\rho}\exp\{2U\} = 0. \tag{8}$$

Решение уравнений (7) имеет вид

$$T(\rho) = a + b\ln\rho,$$

и поэтому связь (6а) дает

$$\tau = a + t + b\ln\rho. \tag{9}$$

Что же касается решения уравнений (8), то оно полностью зависит от вида $U(\rho)$.

Леви-Чивита [2] установил, что в цилиндрических координатах статическим решением уравнений (1) в вакууме ($\rho \geqslant \rho_0$) являются функции

$$f = \rho^{2m},$$

$$\exp\{2U\} = \rho^{2m^2}. \tag{10}$$

Тогда из (8) имеем

$$R'' + \frac{1}{\rho}R' - \rho^{2(m^2-1)}R = 0, \tag{11}$$

где штрих означает производную по ρ.

Исключая из рассмотрения тривиальный случай $m=0$, которому соответствует решение $R=\mathrm{const}\cdot\rho$, из (11) находим связь R с ρ вида [3]

$$R(\rho) = CI_0\left(\frac{1}{m^2}\rho^{m^2}\right). \tag{12}$$

Постоянная C должна определяться из условий сшивки выражения (12) с решением внутренней задачи. В дальнейшем явное значение C нам не понадобится.

На основании (9) и (12) интервал (4) в области $\rho \geqslant \rho_0$ в координатах пространства Минковского ξ^i примет вид

$$ds^2 = \rho^{2m} d\tau^2 - 2b\rho^{2m}\left(\frac{dR}{d\rho}\right)^{-1} dR\, d\tau -$$

$$- \left(\frac{dR}{d\rho}\right)^{-2}[\rho^{2m(m-1)} - b\rho^{2m}]\, dR^2 - \rho^{2m(m-1)}dz^2 - \rho^{-2(m-1)}d\varphi^2, \tag{13}$$

где $\rho=\rho(R)$ находится из (12).

Так как рассматриваемая нами задача статическая, интервал (13) должен быть форм-инвариантным относительно замены $\tau \to -\tau$. Это приводит к выбору $b=0$.

В РТГ метрические коэффициенты эффективного риманова пространства, представленные в координатах пространства Минковского, должны удовлетворять принципу причинности [1, 4]:

$$g_{pk}(\xi)\, U^p U^k \leqslant 0, \qquad (14)$$

где U^k — любой изотропный в пространстве Минковского 4-вектор,

$$\gamma_{pk}(\xi)\, U^p U^k = 0. \qquad (15)$$

Можно показать, что метрические коэффициенты интервала (13) (с учетом $b=0$) условию причинности (14) не удовлетворяют. Следовательно, решение Леви-Чивита, с точки зрения РТГ, не соответствует физическому гравитационному полю.

Автор выражает благодарность М. А. Мествиришвили, Ю. В. Чугрееву за многочисленные ценные обсуждения и советы.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Логунов А. А., Мествиришвили М. А. Релятивистская теория гравитации. М., 1989. [2] Levi-Civita T.//Rend. Acc. Lincei. 1917. **26**. P. 307; 1918. **27**. P. 3; 1919. **28**. P. 3. [3] Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М., 1976. [4] Логунов А. А. Основные принципы релятивистской теории гравитации. М., 1989; Чугреев Ю. В. Препринт ИФВЭ № 90—143. Протвино, 1990.

Поступила в редакцию
07.05.91