ГЕОФИЗИКА

УДК 523.4—852

ОБ ОЦЕНКЕ ХАРАКТЕРНОГО ВРЕМЕНИ СУЩЕСТВОВАНИЯ АТМОСФЕР ПЛАНЕТ

Е. В. Павлова, Ю. П. Пытьев

(кафедра физики атмосферы и математической геофизики)

Записывается уравнение для нестационарного в общем случае движения газа в сферически-симметричном гравитационном поле. Анализируется решение, соответствующее установившемуся радиальному течению среды. Показано, что характерное время существования атмосферы планеты экспоненциально зависит от параметра, определяемого отношением произведения ускорения свободного падения на радиус планеты к температуре атмосферы.

В гравитационном поле планет составляющий атмосферу газ не может находиться в состоянии статического равновесия. Следуя Ферми [1], этот кажущийся парадоксальным результат можно пояснить следующим образом. Вероятность того, что частица, обладающая потенциальной энергией $\omega(r)$, находится в статическом равновесии на уровне r, определяется распределением Больцмана $p(r)=C\exp\{-\omega(r)/kT\}$. Однако для сферически-симметричного гравитационного поля вида $\omega(r)=-A/r$ вычисление нормировочной постоянной C из соотношения $\sum_r p(r)=1$ дало бы неверный результат $C=0$.

Полученный нефизичный результат и означает, что составляющий атмосферу газ не может находиться в состоянии статического равновесия. Планета непрерывно теряет свою атмосферу.

Цель настоящей работы — проанализировать режим истечения атмосферы и оценить характерное время, в течение которого планета потеряет существенную часть своей атмосферы.

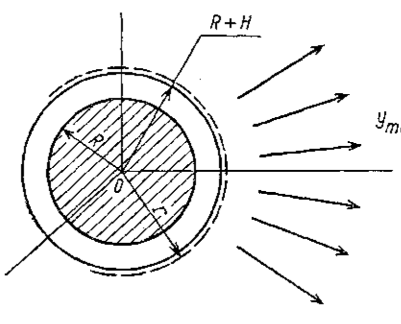

Рис. 1

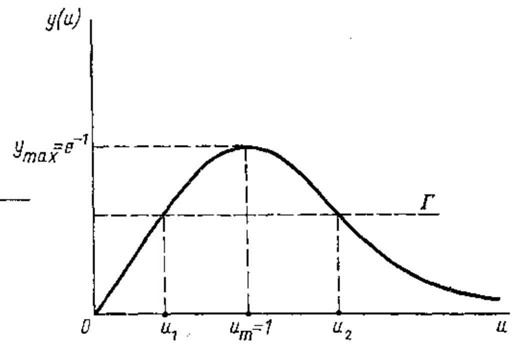

Рис. 2

Геометрия задачи изображена на рис. 1. Во внешней области в качестве исходной примем следующую систему уравнений для плотности $\tilde{\rho}$ и гидродинамической скорости $\tilde{\mathbf{v}}$:

$$\frac{\partial\tilde{\rho}}{\partial t}+\operatorname{div}\tilde{\rho}\,\tilde{\mathbf{v}}=0;\quad \frac{\partial\tilde{\mathbf{v}}}{\partial t}=-\nabla\left\{\frac{\tilde{\mathbf{v}}^2}{2}+s^2\ln\tilde{\rho}-\frac{gR}{r}\right\}. \quad (1)$$

Здесь s — скорость звука, g — ускорение свободного падения на поверхности планеты, R — ее радиус. Мы предполагаем изотермический характер истечения, а также то, что от нуля отлична только радиальная компонента скорости. В силу же радиальной симметрии задачи движение газа оказывается потенциальным.

Известно [2], что основная часть массы атмосферы планеты сосредоточена вблизи ее поверхности в слое толщиной $H \sim s^2/g$. Тогда масса атмосферы оценивается выражением $M_{\text{atm}} \sim 4\pi R^2 \tilde{\rho} H$. Величина $\tau^{-1} = -\dot{M}_{\text{atm}}/M \sim \dot{\tilde{\rho}}/\tilde{\rho}$ определяет темп уменьшения массы атмосферы, т. е. характерное время, в течение которого планета теряет значительную долю своей атмосферы. Поток газа через поверхность сферы радиуса $r > R + H$ определяется изменением массы газа, находящегося внутри этой сферы:

$$4\pi r^2 \tilde{\rho} \tilde{v} = -\dot{M} \simeq -\dot{M}_{\text{atm}}, \tag{2}$$

где $M = 4\pi \int\limits_R^r dr_1 r_1^2 \tilde{\rho} \simeq M_{\text{atm}}$. Отсюда, в частности, следует соотношение, определяющее скорость течения:

$$\tilde{v} = -\frac{\dot{M}_{\text{atm}}}{4\pi \tilde{\rho} r^2}. \tag{3}$$

Эта формула показывает, что режим истечения газа определяется тем, насколько быстро $\tilde{\rho}(r)$ стремится к нулю при $r \to \infty$.

Рассмотрим специальный класс течений, для которых $\tilde{v} = sv(x)$, $\tilde{\rho} = \rho_0(t)\rho(x)$. Здесь $v(x)$, $\rho(x)$ — безразмерные величины скорости и плотности соответственно, $\rho_0(t)$ — значение плотности атмосферы на поверхности $x = r/R = 1$.

Введем безразмерные параметры $a = gR/s^2$, $\varepsilon = R/s\tau \ll 1$ и $\delta = H/\tau s$. Тогда система (1) приводится к виду

$$-\varepsilon + v(\ln\rho)' = -\operatorname{div} v; \quad \frac{1}{2}v^2 + \ln\rho - \frac{a}{x} = C_1. \tag{4}$$

Здесь и далее штрихом будет обозначаться производная по безразмерной радиальной координате. Постоянная интегрирования C_1 определяется из граничного условия $v(x=1) = 0$.

Система уравнений (4) может быть приведена к одному уравнению

$$v'(1 - v^2) + \left(-\frac{a}{x^2} + \frac{2}{x}\right) v - \varepsilon = 0. \tag{5}$$

Нестационарность процесса в рамках сформулированной задачи учитывается в (5) с помощью последнего слагаемого.

Вблизи поверхности $x = 1$ решение уравнения (5) может быть представлено в виде разложения по степеням малого аргумента:

$$v(x) = \varepsilon(x-1) + \frac{a-2}{2}\varepsilon(x-1)^2 + \ldots \tag{6}$$

Значение скорости v становится равным единице при $x_* \simeq (a/2)(1 + \varepsilon a/4)$, где учтено, что $\varepsilon a \ll 1$. В этой точке течение переходит в сверхзвуковой режим.

Наконец, при больших значениях аргумента $x \gg a/2$ интересующее нас решение $v \gg 1$. Тогда (5) приводится к нелинейному укороченному уравнению

$$-v'v^2 + \frac{2}{x}v - \varepsilon = 0. \tag{7}$$

Решение (7) ищется в виде ряда по степеням малого параметра $\varepsilon \ll 1$ и имеет вид

$$v \simeq 2(\ln x)^{1/2} \left\{ 1 - \frac{\varepsilon}{8} \frac{1}{\ln x} \int^x (\ln \tilde{x})^{1/2} d\tilde{x} + \ldots \right\}. \tag{8}$$

Второе слагаемое в фигурных скобках выражения (8) мало, если выполняется условие $x/\ln x \ll 8/\varepsilon$. Это означает, что в области $1 + 1/a \ll x \ll 8 \ln x/\varepsilon$ для анализа процесса допустимо использовать уравнение (5) с $\varepsilon = 0$.

В этом случае уравнение (5) приводится к эквивалентному виду

$$v^2=\frac{\delta^2}{x^4}\exp\{v^2\}\cdot\left\{2\left(C_1-\frac{a}{x}\right)\right\}. \tag{9}$$

Здесь константу C_1 можно определить из граничных условий.

Уравнение (9) можно переписать в компактном виде

$$y(u)\equiv u\exp\{-u\}=\Gamma, \tag{10}$$

где приняты следующие обозначения: $u=v^2$, $\Gamma=\delta^2x^{-4}\exp\{2(C_1-a/x)\}$.

Уравнение (10) удобно решать графически (рис. 2). Непосредственно видно, что решение существует, если параметр $\Gamma<\Gamma_{max}=\exp\{-1\}$. Из двух возможных решений данного уравнения физически реализуемо только то, которое удовлетворяет условию $u>u_m$. Дело заключается в том, что вблизи начала координат (см. рис. 2) $u\sim\Gamma$, а следовательно, $v\sim x^{-2}$. С другой стороны, из предыдущего рассмотрения $v\sim(\rho x^2)^{-1}$. Это означает, что при $\Gamma\to0$, т. е. $x\to\infty$, $\rho\to\mathrm{const}$. Такая модель физически нереальна.

Обратим внимание на параметр C_1. С одной стороны, $C_\Gamma=a-\delta^2/2$, с другой, из условия ограниченности параметра следует, что $C_1<\ln(a^2/4\delta)+3/2$. Тем самым интересующее нас решение реализуется тогда, когда выполняется неравенство

$$\delta^2\exp\left\{-\frac{\delta^2}{2}\right\}<\frac{a^2}{4}\exp\left\{\frac{3}{2}-a\right\}. \tag{11}$$

Полученные результаты применим для анализа течения, существующего в окрестности Солнца. Принимая во внимание, что характерные параметры Солнца: $R\simeq7\cdot10^8$ м, $g=2{,}7\cdot10^2$ м/с^2, $T\sim1{,}0^6$ К, получаем, что определяющий течение параметр a имеет численное значение $\sim0{,}7\cdot10^3$. В частности, это означает, что переход на сверхзвуковой режим должен происходить при $x=a/2\simeq0{,}35\cdot10^3$, т. е. при $r=Rx\simeq2\cdot10^{11}$ м, что соответствует окрестности Земли или Марса. Существование течения с такими свойствами, называемого «солнечный ветер» (см., напр., [3]), подтверждено данными наблюдений.

Проведенное выше рассмотрение позволяет также оценить время, в течение которого планета потеряет значительную долю своей атмосферы. Учтем в формуле (11) то, что $\delta\ll1$, $\delta=H/\tau s$. Тогда характерное время τ определяется следующим из (11) выражением

$$\tau>\frac{H}{s}\,\frac{4}{a^2}\exp\{a\}. \tag{12}$$

Здесь $H\sim s^2/g$, $a=gR/s^2$.

Удобно представить параметр a в виде $a=a_*(R/R_*)^2(\rho/\rho_*)(T_*/T)$. Здесь звездочкой обозначены величины, относящиеся к Земле, а R, ρ, T — соответственно радиус, плотность и температура атмосферы рассматриваемой планеты.

Если принять во внимание, что температура верхних слоев атмосферы Земли порядка 10^3 К, то для Земли параметр $a\simeq30$. Воспользовавшись данными, приведенными в [4], можно составить следующую таблицу:

	Меркурий	Венера	Земля	Марс	Юпитер	Сатурн
a/a_*	0,08	0,92	1	0,24	55	29
a	2,4	29	30	7,2	1650	870

Видно, что параметр a меняется весьма существенно от планеты к планете. В то же время формула (12) показывает, что время τ экспоненциально зависит от параметра a и, следовательно, очень чувствительно к изменениям этого параметра. Так, если положить $a\sim10$, то $\tau\sim(s/g)\cdot10^3$. Если же $a\sim10^2$, то $\tau\sim(s/g)\cdot10^{39}$ ($\pi\cdot10^{16}$ с$=10^9$ лет).

Из таблицы видно, что значения параметра a для таких планет, как Меркурий и Марс, находятся ниже границы, позволяющей им в настоящий момент иметь атмосферу. Для планет земной группы (Земля, Венера) время существования атмосферы исчисляется миллиардами лет. Для планет-гигантов атмосфера существует практически вечно.

Отметим, что, поскольку параметр a определяется особенностями структуры планеты, его значения тем больше, чем плотнее, крупнее и холоднее планета. Даже небольшой разогрев атмосферы планеты приводит к резкому уменьшению времени ее существования.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Ферми Э. Научные труды. М., 1971. С. 146. [2] Гилл А. Динамика атмосферы и океана. М., 1986. С. 67. [3] Хундхаузен А. Расширение короны и солнечный ветер. М., 1976. С. 16. [4] Физика космоса/Ред. Р. А. Сюняев. М., 1986. С. 51.

Поступила в редакцию
12.03.91

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1991. Т. 32, № 5

УДК 550.348.432

ОБ ОЦЕНКЕ ВЛИЯНИЯ ХАОТИЧЕСКИХ ПОДВИЖЕК ДНА НА СРЕДНИЙ УКЛОН ПОВЕРХНОСТИ ОКЕАНА

С. В. Макеев, В. И. Павлов

(кафедра физики моря и вод суши)

Известно, что средний квадрат уклона взволнованной океанической поверхности отличен от нуля даже при отсутствии ветра. Показано, что практически для всей акватории Мирового океана это явление можно объяснить влиянием на поверхность океана постоянно существующих нерегулярных сейсмических подвижек дна. Приведены численные оценки ожидаемого эффекта.

Из экспериментальных данных следует, что зависимость среднего квадрата уклона поверхности океана $\langle(\nabla\eta)^2\rangle$ от скорости потока V над взволнованной поверхностью описывается следующим выражением [1—3]:

$$\langle(\nabla\eta)^2\rangle = a + bV.$$

Значения параметров a и b определены в различных работах (см., напр., [1—3]).

Естественно предположить, что отличие от нуля параметра a не является случайным, а отражает факт реакции поверхности на не зависящие от погодных условий внутренние движения в океане, в частности на сейсмические подвижки дна.

Цель настоящей работы — оценить указанный эффект.

Примем следующую геометрию задачи. Слой несжимаемой жидкости толщиной H расположен на подстилающей поверхности. Ось $0Z$ декартовой системы координат направлена вертикально вверх, плоскость $X0Y$ расположена в плоскости невозмущенной поверхности океана. Смещение свободной поверхности океана $\eta(\mathbf{x}, t)$ таково, что параметр $\varepsilon = |\nabla\eta(\mathbf{x}, t)|_{max}$ предполагается малым: $\varepsilon \ll 1$. Смещение дна от положения равновесия описывается заданной функцией $h(\mathbf{x}, t)$.

Ограничимся линейным приближением, считая течение жидкости потенциальным. Выбрав в качестве исходного условие несжимаемости среды $\Delta\varphi = 0$ (φ—потенциал скоростей) и задавая следующие граничные условия на свободной поверхности и на дне:

$$\dot\eta = (\partial\varphi/\partial z)|_{z=0}, \quad \dot\eta = (\partial\varphi/\partial z)|_{z=-H},$$

решение указанной краевой задачи представим в следующем виде:

$$\eta(\mathbf{x}, t) = \int\limits_C \frac{d\omega}{2\pi}\frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^2}\frac{i}{k}\frac{a_{\omega,\mathbf{k}}}{D(\omega, k)}\exp\{-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{x}\}. \quad (1)$$

Здесь функция

$$D(\omega, \mathbf{k}) \equiv \omega^2 \operatorname{ch} kH - gk \operatorname{sh} kH, \quad (2)$$

величина $a_{\omega,\mathbf{k}}$ — фурье-компонента разложения по горизонтальным координатам и одновременно трансформанта Лапласа по времени функции $a(\mathbf{x}, t)|_{z=-H}$, описывающей ускорения участков дна; $\mathbf{k}$ — двумерный волновой вектор в плоскости $X0Y$; ω — циклическая частота. Интегрирование по контуру C осуществляется таким образом, что все полюсы функции $D^{-1}(\omega, \mathbf{k})$ остаются сверху контура C.

Предположим теперь, что $a(\mathbf{x}, t)$ — случайная функция, такая, что

$$\langle a(\mathbf{x}, t)\rangle = 0, \; \langle a(\mathbf{x}, t)\, a(\mathbf{x}_1, t_1)\rangle = \langle a^2\rangle R(\mathbf{x}-\mathbf{x}_1, t-t_1). \quad (3)$$