вается с помощью теории расслоений и взаимодействие происходит в слое. В предлагаемом подходе теория расслоений не используется и взаимодействие происходит в самом пространстве контуров. Именно это обстоятельство позволяет получить топологию как следствие динамики замкнутых струн.

К числу наиболее интересных нерешенных проблем относится в первую очередь учет вклада высших приближений по константе взаимодействия. При этом, по-видимому, проясняются некоторые вопросы, связанные с компактификацией и переходом к физическому пространству-времени. Представляет также интерес выяснение таких общих свойств, как перенормируемость, унитарность и т. п. Наконец, необходимо обобщить предлагаемый подход на суперструны и гетеротические струны. По-видимому, в этих случаях также появятся дополнительные ограничения на возможные топологии пространства-времени.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Kaku M. Introduction to Superstrings. Springer Verlag. 1988. [2] Bars I.// //Nucl. Phys. 1989. **B317**. P. 395. [3] Friedan D., Shenker S.//Phys. Lett. 1986. **175B**. P. 287. [4] Bowick M., Rajeev S.//Nucl. Phys. 1987. **B293**. P. 348. [5] Castellani L.//Phys. Lett. 1988. **206B**. P. 47.

Поступила в редакцию
15.05.91

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1991. Т. 32, № 6

УДК 539.12.01

КОНЕЧНОСТЬ ЭФФЕКТИВНОГО ДЕЙСТВИЯ ТЕОРИИ ЧЖЕНЯ—САЙМОНСА И КОНФОРМНАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ

А. Н. Капустин, П. И. Пронин

(кафедра теоретической физики)

Рассмотрено эффективное действие в калибровочной теории в пространстве-времени размерности (2+1) и доказана его дилатационная инвариантность. На основе дилатационной инвариантности продемонстрирована конечность эффективного действия во всех порядках теории возмущений.

1. Интерес к теории калибровочных полей в (2+1)-мерном пространстве-времени, лагранжиан которой включает топологический инвариант Чженя—Саймонса, обусловлен, с одной стороны, исследованиями теории калибровочных полей при высокой (бесконечной) температуре [1], с другой — тесной связью таких моделей с топологической теорией поля [2], предполагающей соответствие между (1+1)-конформными теориями и теорией Чженя—Саймонса [3].

В ряде недавних работ [4—6] были рассмотрены одно- и двухпетлевые вклады в эффективное действие теории с исходным лагранжианом

$$\mathscr{L}=\frac{\kappa}{4\pi}\varepsilon^{\mu\nu\alpha}\left\{A^a_\mu\partial_\nu A^a_\alpha+\frac{1}{3}f^{abc}A^a_\mu A^b_\nu A^c_\alpha\right\}. \tag{1}$$

В этих работах рассматривались разные схемы регуляризации расходящихся интегралов: в [4] — размерная регуляризация*), в [5] — ре-

*) По нашему мнению, в 3-мерных теориях размерная регуляризация приводит к ответам, которые не совпадают с результатами, полученными традиционными методами, например фейнмановским обрезанием.

гуляризация высшими ковариантными производными и калибровочно-инвариантная версия процедуры Паули—Вилларса, в [6] вводился фейнмановский обрезающий множитель $\Lambda^2/(k^2+\Lambda^2)$ (при конечных Λ он нарушает калибровочную инвариантность теории).

Вследствие развития пертурбативной схемы в [5] была получена конечная перенормировка $\kappa \to \kappa + C_v$, а в [6] было показано, что квантовые поправки к двух- и трехточечным функциям Грина вообще отсутствуют, по крайней мере в двухпетлевом приближении. Однопетлевое эффективное действие оказалось конечным после снятия регуляризации [5, 6].

В нашей краткой заметке мы обсудим конформную инвариантность теории с исходным лагранжианом (1) и проблему конечности эффективного действия.

2. Конформная инвариантность классической теории с лагранжианом (1) приводит к равенству нулю следа канонического тензора энергии-импульса

$$T_{\mu\nu} = -\varepsilon^{\beta\alpha}_{\mu} A^a_\beta \partial_\nu A^a_\alpha - \eta_{\mu\nu}\mathscr{L}, \quad T^\mu_\mu = -\frac{1}{2}\varepsilon^{\mu\nu\alpha} A^a_\mu F^a_{\nu\alpha}, \tag{2}$$

где

$$F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + g f^{abc} A^b_\mu A^c_\nu. \tag{3}$$

Очевидно, что $T_\mu{}^\mu$ обращается в нуль на уравнениях движения

$$F^a_{\mu\nu} = 0. \tag{4}$$

После вычисления однопетлевых вкладов в теории могут появиться конформные аномалии, если используется регуляризация, не сохраняющая конформную инвариантность (и даже если регуляризация сохраняет конформную инвариантность [7]). Регуляризация Паули—Вилларса и фейнмановское обрезание заведомо нарушают конформную инвариантность. Однако мы покажем, что конформные аномалии в теории с действием (1) отсутствуют.

3. Действие теории Чженя—Саймонса, включающее фиксирующий калибровку член и духи, выберем в виде

$$S = \int d^3x \left\{ \frac{1}{2}\varepsilon^{\mu\nu\alpha}\left(A^a_\mu \partial_\nu A^a_\alpha + \frac{g}{3} f^{abc} A^a_\mu A^b_\nu A^c_\alpha\right) + \right.$$

$$\left. + \partial_\mu A^{a\mu} B_a + \bar{c}^a \partial_\mu (D^\mu c)^a \right\}. \tag{5}$$

Это действие конформно инвариантно, если массовые размерности полей выбрать следующими:

$$d_A = 1, \ d_B = 1, \ d_{\bar{c}} = d_c = \frac{1}{2}. \tag{6}$$

Из (5) получаем пропагаторы духового:

$$D_{ab}(p) = \frac{i}{p^2 + i\varepsilon}\delta_{ab} \tag{7}$$

и глюонного:

$$D^{\mu\nu}_{ab} = \frac{\varepsilon^{\mu\alpha\nu} p_\alpha}{p^2 + i\varepsilon}\delta_{ab} \tag{8}$$

полей.

Посчитаем степень расходимости диаграмм в такой теории. Как обычно, если диаграмма содержит I_A внутренних линий калибровочного поля, I_c внутренних линий духовых полей, V вершин, каждая из которых содержит δ_v импульсов, то

$$\omega(G)=3L-I_A-2I_c+\sum_{v=1}^{V}\delta_v, \tag{9}$$

где L означает число петель. Используя тот факт, что

$$L=I_A+I_c+1-V \tag{10}$$

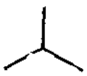
и

$$I_A=\frac{1}{2}\Big(\sum_v A_v-E_A\Big),\quad I_c=\frac{1}{2}\Big(\sum_v C_v-E_c\Big), \tag{11}$$

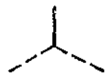
где $A_v(C_v)$ — число линий калибровочных (духовых) полей, входящих в вершину v; $E_A(E_c)$ — число внешних калибровочных (духовых) линий, получим

$$\omega(G)=3+\sum_v\Big(\delta_v+A_v+\frac{C_v}{2}-3\Big)-E_A-\frac{E_c}{2}. \tag{12}$$

В теории с действием (5) есть две вершины:


, для которой $\delta_v=0$, $A_v=3$, $C_v=0$,

и


, для которой $\delta=0$, $A_v=1$, $C_v=2$.

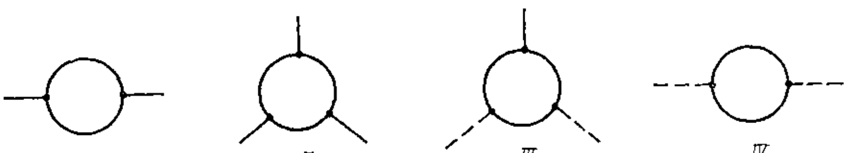
Для обеих вершин индекс вершины $\omega_v\equiv\delta_v+A_v+C_v/2-3=0$, следовательно,

$$\omega(G)=3-E_A-E_c/2. \tag{13}$$

С учетом возможности перебрасывания производной на внешнюю c-линию после отбрасывания полной дивергенции в лагранжиане можно понизить $\omega(G)$ на $E_c/2$, тогда

$$\omega(G)=3-E_A-E_c. \tag{14}$$

Расходящимися будут только четыре типа диаграмм:



I II III IV

Для регуляризации используем фейнмановское обрезание, переопределяя пропагаторы так:

$$\frac{1}{p^2}\to\frac{1}{p^2}-\frac{1}{p^2+\Lambda^2}=\frac{1}{p^2}\cdot\frac{\Lambda^2}{p^2+\Lambda^2},$$

Это эквивалентно следующей модификации квадратичной по A и c части действия (5):

$$S^q \Rightarrow S^\Lambda = \int d^3x \left\{ \frac{1}{2} \varepsilon^{\mu\nu\alpha} A^a_\mu \partial_\nu \left(1 - \frac{\Box}{\Lambda^2}\right) A^a_\alpha + \bar{c}^a \Box \left(1 - \frac{\Box}{\Lambda^2}\right) c^a \right\}. \quad (15)$$

Очевидно, что (15) не является конформно инвариантным при конечном Λ. Покажем, что после снятия регуляризации эффективное действие будет конформно инвариантным.

4. Однопетлевое эффективное действие представим в виде суммы

$$\Gamma^{(1)\Lambda}_{\mathrm{eff}} = \Gamma^{(1)\Lambda}_3 + \Gamma^{(1)\Lambda}_4, \quad (16)$$

где $\Gamma^{(1)\Lambda}_3$ — часть $\Gamma^{(1)\Lambda}_{\mathrm{eff}}$, не более чем кубичная по A, $\bar{c}$ и c; $\Gamma^{(1)\Lambda}_4$ — все остальные вклады. В работе [6] показано, что $\lim\limits_{\Lambda\to\infty} \Gamma^{(1)\Lambda}_3 = S$, где S — действие (5) (в отличие от авторов [6] мы учли «классические» $\bar{c}$ и c поля). $\Gamma^{(1)\Lambda}_4$ конечно при $\Delta\to\infty$ и $\lim\limits_{\Lambda\to\infty} \Gamma^{(1)\Lambda}_4 = \Gamma^{(1)}_4$, так как все диаграммы, входящие в $\Gamma^{(1)}_4$, конечны и не требуют регуляризации. Теперь заметим, что при конформных преобразованиях $\Gamma^{(1)\Lambda}_3$ и $\Gamma^{(1)\Lambda}_4$ преобразуются независимо. Действие Чженя—Саймонса дилатационно инвариантно; S также конформно инвариантно, поскольку для его вычисления использована только конформно инвариантная теория (5). Таким образом, при $\Lambda\to\infty$ $\Gamma^{(1)\Lambda}_{\mathrm{eff}}$ стремится к конечному конформно инвариантному пределу $S \equiv \Gamma^{(1)}_{\mathrm{eff}}$.

Итак, в однопетлевом приближении Γ_{eff} дилатационно (конформно) инвариантно и, следовательно, конформные аномалии отсутствуют, т. е.

$$\langle T^\mu_\mu \rangle = \partial_\mu \mathscr{D}^\mu = 0, \quad (17)$$

где $\mathscr{D}_\mu$ — дилатационный ток.

В силу теоремы Адлера—Белла—Джакива (АБД) [8] если аномалии отсутствуют в однопетлевом приближении, то теория вообще свободна от аномалий. Следовательно, равенство (17) сохраняется в любом порядке по $\hbar$ и полное эффективное действие будет конформно инвариантным. (Мы сохранили духовые поля в «классическом» действии для того, чтобы можно было применять теорему АБД [8].)

Заметим, что приведенное доказательство конформной инвариантности теории применимо и при использовании регуляризации, предложенной в работе [5], поскольку единственное, что необходимо для доказательства, это то, что $\Gamma^{(1)}_3$ после снятия регуляризации конечно и имеет вид

$$\Gamma^{(1)}_3 = \int d^3x \left\{ \frac{\alpha}{2} \varepsilon^{\mu\nu\alpha} \left[A^a_\mu \partial_\nu A^a_\alpha + \frac{1}{3} f^{abc} A^a_\mu A^b_\nu A^c_\alpha \right] + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{2} \partial_\mu A^{a\mu} B_a + \bar{c}^a \partial_\mu (D^{\mu c})^a \right\},$$

где α — некоторая константа.

5. Прямым следствием конформной инвариантности будет конечность эффективного действия теории с исходным лагранжианом (5) во всех петлях. Действительно, эффективное действие $\Gamma_{\mathrm{eff}}(A, \bar{c}, c, B, \mu)$ зависит от калибровочных полей, поля B и полей духов, а также μ — точки вычитания в перенормированной теории. Но в нашем слу-

чае эффективное действие конформно инвариантно, и в теории отсутствуют какие-либо классические размерные параметры. Стало быть, эффективное действие не может зависеть от μ и, следовательно, оно не может быть только конечным. Этот пример — демонстрация тесной связи конформной инвариантности и конечности эффективного действия. По-видимому, для того чтобы действие было конечным, необходимо выполнение двух условий: отсутствие конформных аномалий и конечность эффективного действия по крайней мере в одной петле. Хорошо известно, что в 4-мерной гравитации Эйнштейна нарушается одно из этих требований, а в теории Янга—Миллса — оба.

В заключение мы хотели бы подчеркнуть, что топологические теории поля (см. [2]), к которым относится рассмотренная нами теория Чженя—Саймонса, могут вообще оказаться конечными теориями. К детальному обсуждению этой проблемы мы вернемся в последующих публикациях.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Gross D. J., Pisarski R. D., Yaffe L. G.//Rev. Mod. Phys. 1981. **53**. P. 43. [2] Pisarski R. D., Rao S.//Phys. Rev. 1985. **D32**. P. 208. [3] Witten E.// //Comm. Math. Phys. 1989. **121**. P. 351. [4] Witten E.//Comm. Math. Phys. 1989. **117**. P. 353. [5] Alvarez-Gaume L., Labastida J. M. F., Ramallo O. V.//Nucl. Phys. 1990. **B334**. P. 103. [6] Guadagnini E., Matrellini M., Mintchev M.// //Phys. Lett. 1989. **227B**. P. 111. [7] Adler S.//Rev. Mod. Phys. 1982. **54**. P. 729. [8] Adler S.//Phys. Rev. 1969. **177**. P. 2426; Bell J. S., Jackiw R.//Nuovo Cim. 1969. **A60**. P. 47

Поступила в редакцию
31.05.91

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1991. Т. 32, № 6

УДК 536.758; 539.201

О ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ НИТРОЦЕМЕНТАЦИИ

В. Б. Гласко, И. Э. Степанова, С. А. Юрасов

(кафедра математики)

Для моделей нитроцементации исследуется проблема единственности определения коэффициента диффузии по данным о поле концентраций. Для более общей обратной задачи установлена единственность нормального решения относительно полиномиальных коэффициентов параболической системы уравнений.

1. Технологический процесс нитроцементации сталей [1] описывается при некоторых дополнительных условиях нелинейной системой уравнений параболического типа, связанных через коэффициенты диффузии, зависящие от решения системы — концентраций углерода (u_1) и азота (u_2): $D_i=D_i(u_1, u_2)$. Для функций D_i используются линейные представления [2] либо экспериментальные формулы. Однако не для всех технологических процессов даже такие приближения известны. Возникает задача об определении D_i по косвенным измерениям диффузионных полей, относящаяся к классу обратных [3]. Единственность решения такой задачи имеет принципиальное значение прежде всего потому, что в этом случае можно задать дополнительные условия, достаточные для однозначного определения искомых коэффициентов, в предположении, что все исходные данные абсолютно точны. При единственности решения можно использовать регуляризи-