Рубаков В. А., Тавхелидзе А. Н., Шаношников М. Е. // УФН. 1988. 156. C. 253. [12] Deryagin D., Grigoriev D., Rubakov V., Sazhin M. // Mon. Not. of RAS. 1987. 229. Р. 35. [13] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. M., 1962. [14] Grishchuk L. // Ann. New Jork Acad. Sci. 1977. 302. Р. 439.

Поступила в редакцию 15.04.91

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1992. Т. 33, № 1

УДК 621.373.826

РАСЧЕТ ОПТИЧЕСКОЙ СХЕМЫ ПАССИВНОГО ЛАЗЕРНОГО ГИРОСКОПА

В. Е. Жаров, С. Н. Маркова, М. В. Сажин, Е. Н. Федосеев

(ГАИШ)

Для лазерного гироскопа, создаваемого в службе времени ГАИШ с целью измерения вариаций вращения Земли, предлагается пассивный квадратный резонатор с плечом l = 3,10 м, состоящий из двух сферических зеркал одинакового радиуса кривизны ($R_m = 10$ м) и двух плоских зеркал, одно из которых является вводным, а другое выводным элементом.

Введение

В отделе службы времени ГАИШ разрабатывается лазерный гироскоп [1] с пассивным резонатором для измерений угловой скорости вращения Земли, а также локальных наклонов земной коры.

Современные астрономические методы позволяют измерять вариации угловой скорости вращения Земли вплоть до $\delta\Omega/\Omega \sim 10^{-8}$ (методы оптической астрономии) и $\delta\Omega/\Omega \sim 10^{-9}$ (методы радиоинтерферометрии и лазерной локации). Несмотря на высокую точность и длительное использование, оба метода обладают одним существенным недостатком: время, необходимое для обработки результатов отдельных измерений, составляет несколько суток. Лазерный гироскоп позволит в принципе сократить этот интервал времени до часов или минут. Такой интервал позволит исследовать высокочастотные (~1 ч) составляющие параметров вращения Земли и наклонов земной коры.

Расчет оптического резонатора для лазерного гироскопа заключается в определении параметров собственной моды колебаний в резонаторе. Собственные моды резонатора должны быть устойчивыми, т. е. расходимость лазерного пучка должна компенсироваться фокусировкой сферическими зеркалами, входящими в контур. Другими словами, расчет резонатора сводится к поиску такого светового пучка, который после прохождения через резонатор сохраняет свои характеристики: радиус кривизны волнового фронта, размер и положение перетяжек. Для расчета этих характеристик мы используем метод лучевых матриц, разработанный в [2, 3].

Расчет резонатора

Сложный резонатор, представленный на рис. 1, как и любую оптическую систему, состоящую из отражающих поверхностей, преломляющих линз и промежутков между ними, можно описать с помощью лучевых матриц, соответствующих каждому оптическому элементу. Для анализа работы резонатора достаточно рассмотреть один проход по контуру. Матрица прохода в среде без усиления длиной *l* имеет вид

 $\begin{pmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$

матрица отражения от сферического зеркала с раднусом кривизны R_m с учетом падения луча под углом α к нормали зеркала согласно [3] —

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ P_{x,y} & 1 \end{pmatrix},$$

где

$$P_x = \frac{2\cos\alpha}{R_m}; \ P_y = \frac{2}{R_m\cos\alpha}.$$

Матрица сложного резонатора может быть получена путем перемножения матриц оптических элементов, составляющих выбранных резо-



Рис. 1. Схема пассивного резонатора лазерного гироскопа. Зеркала 1 и 3 — плоские, зеркала 2 и 4 — сферические



Рис. 2. Схема согласующей системы: 1 — делительная плоскопараллельная пластинка, 2 — плоские поворотные зеркала, 3 — входное зеркало пассивного резонатора

натор, причем матрицы перемножаются в порядке, обратном прохождению луча.

Резонатор, обладающий простым астигматизмом (в нашем случае это вызвано падением луча под углом α к нормали на сферические зеркала), характеризуется двумя лучевыми матрицами M_x и M_y . При условии, что оси x и y выбраны так, что они совпадают с большой и малой осями эллиптического пучка, можно проводить независимые вычисления параметров пучка для каждой переменной x и y. В нашем случае имеем

$$M_{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} A_{\mathbf{x}} & B_{\mathbf{x}} \\ C_{\mathbf{x}} & D_{\mathbf{x}} \end{pmatrix}, \quad M_{\mathbf{y}} = \begin{pmatrix} A_{\mathbf{y}} & B_{\mathbf{y}} \\ C_{\mathbf{y}} & D_{\mathbf{y}} \end{pmatrix},$$

причем элементы матриц A_x , B_x , C_x , D_x и A_y , B_y , C_y , D_y являются функциями от l и R_m .

Через элементы лучевых матриц можно выразить основные параметры, характеризующие структуру электромагнитного поля в резонаторе: размер пятна и кривизну волнового фронта в выходной плоскости резонатора

$$\omega_{x,y} = \sqrt{\frac{\lambda B_{x,y}}{\pi \sin \theta}},$$
$$\frac{1}{R_{x,y}} = \frac{D_{x,y} - A_{x,y}}{2B_{x,y}},$$

где

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \left(\frac{A_{x,y} + D_{x,y}}{2}\right)^2},$$

λ — длина волны.

Следует заметить, что хотя эти формулы получены для геометрической модели лучей (или семейства лучей, исходящих из одной точки пространства), они справедливы и для гауссовых пучков, т. е. монохроматичных пучков, обладающих гауссовым распределением интенсивности в плоскости, перпендикулярной направлению распространения пучка. Для таких пучков $\omega_{x,y}$ — это радиус пятна, измеряемый по уровню I_0/e^2 , где I_0 — максимальная интенсивность в пучке, $R_{x,y}$ — радиус кривизны волнового фронта.

Гауссов пучок при распространении в свободном пространстве по оси z расширяется и расходится, так что $\omega_{x, y}$ и $R_{x, y}$ являются функциями z [2].

Согласно выводам работы [2] радиус пучка в перетяжке $\omega_{0x,y}$ и положение самой перетяжки $z_{0x,y}$ в любом сложном резонаторе можно рассчитать, используя известные матричные элементы A_x , B_x , C_x , D_x и A_y , B_y , C_y , D_y :

$$\omega_{0x,y} = \sqrt{\frac{-\lambda \sin \theta}{\pi C_{x,y}}},$$
$$z_{0x,y} = \frac{A_{x,y} - D_{x,y}}{2C_{x,y}}.$$

Все приведенные выше расчеты верны лишь для устойчивых резонаторов. Условие устойчивости при использовании аппарата лучевых матриц имеет вид

$$-1 < \frac{1}{2} (A_x + D_x) < 1,$$

-1 < $\frac{1}{2} (A_y + D_y) < 1.$

Для определения геометрических размеров ($l \ u \ R_m$), при которых резонатор является устойчивым, и вычисления при фиксированных $l \ u \ R_m$ параметров основной моды резонатора ($\omega_{0x}, \omega_{0y}, z_{0x}, z_{0y}, R_{0x}, R_{0y}$) были созданы оригинальные программы расчета на ЭВМ. По результатам расчета, с учетом геометрических ограничений, обусловленных размерами отведенного под гироскоп помещения, был выбран устойчивый резонатор квадратной формы с l=3,1 м, двумя плоскими и двумя сферическими зеркалами с $R_m=10$ м (см. рис. 1). В этом случае при возбуждении резонатора лазерным лучом через сферическое зеркало мы имеем следующие значения параметров основной моды резонатора: размеры пятна на входном зеркале: $\omega_x = 1,278$ мм, $\omega_y = -1,188$ мм; размеры пятна в перетяжке: $\omega_{0x} = 1,109$ мм, $\omega_{0y} = 0,844$ мм; положение перетяжки слева от входной плоскости $z_{0x} = z_{0y} = 3,1$ м; радиусы кривизны волнового фронта в выходной плоскости $R_x = 14,17$ м, $R_y = 7,07$ м.

При возбуждении резонатора лазерным лучом через плоское зеркало размеры пятна на входном (выходном) зеркале $\omega_x = 1,086$ мм, $\omega_y = 0,841$; размеры пятна в перетяжке $\omega_{0x} = \omega_x$, $\omega_{0y} = \omega_y$; положение перетяжки слева от входной плоскости $z_{0x} = z_{0y} = 0$, т. е. перетяжка находится на входном зеркале; радиусы кривизны волнового фронта в выходной плоскости $R_x = R_y = \infty$ (фронт плоский).

При изготовлении зеркал могут быть не строго выдержаны заданные величины кривизны поверхности зеркал, расстояния между оптическими элементами системы. Поэтому, вводя возможные изменения соответствующих параметров в программу, мы можем определить изменения основных параметров пучка в резонаторе.

Из соображений простоты дальнейшего согласования лазерной моды с резонаторной мы выбрали второй из рассчитанных случаев: ввод лазерного луча в систему осуществляется через полупрозрачное (коэффициент отражения равен 0,97) плоское зеркало.

Расчет согласующей системы

При взаимодействии гауссова пучка, выходящего из резонатора лазера, с пассивной оптической системой, обладающей резонансными свойствами, возникает задача их согласования. Необходимо осуществить такое преобразование лазерного пучка, чтобы пространственное распределение амплитуды и фазы его поля на входе системы совпадало с пространственным распределением поля собственной моды пассивной оптической системы во входной плоскости.

Согласование сводится к трем моментам: совмещению осей, совмещению плоскостей перетяжек и выравниванию размеров пятен в перетяжках. Совмещение осей осуществляется просто взаимной юстировкой пучка и оптической системы. Два других условия согласования могут быть выполнены различными способами. Рассмотрим эти способы.

При расположении лазера вне оптической системы согласование обычно осуществляется с помощью системы линз или зеркал. При наличии астигматизма в пассивном резонаторе необходимо согласовать сферическую моду лазера с эллиптической собственной модой пассивного резонатора. Этого можно достичь установкой системы двух тонких цилиндрических линз, изменяющих независимо друг от друга параметры лазерного пучка по двум координатам *x* и *y*, в плоскости, перпендикулярной направлению распространения пучка [4].

Другим вариантом согласующей системы может служить сферическое зеркало, поставленное под углом к падающему лазерному пучку. В силу эффекта астигматизма оно будет отражать эллиптический пучок. Изменяя радиус кривизны согласующего зеркала и угол падения пучка, можно получить на выходе пучок с характеристиками, идентичными собственной моде пассивного кольцевого резонатора.

Можно предложить и другие варианты согласующих систем, например: два сферических зеркала, сферическая линза и сферическое зеркало.

Расчет согласующей системы включает: 1) определение числа оптических элементов и их вид (линзы или зеркала); 2) определение

88

фокусных расстояний линз fi или радиусов кривизны зеркал; 3) вычисление угла падения пучка на сферическое зеркало; 4) вычисление расстояний между лазером и оптическими элементами; 5) учет геометрических ограничений, обусловленных размерами фундамента гироскопа.

Для расчета согласующей системы определялись общие лучевые матрицы системы:

$$M_{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} A_{\mathbf{x}} & B_{\mathbf{x}} \\ C_{\mathbf{x}} & D_{\mathbf{x}} \end{pmatrix} \quad \mathsf{H} \quad M_{\mathbf{y}} = \begin{pmatrix} A_{\mathbf{y}} & B_{\mathbf{y}} \\ C_{\mathbf{y}} & D_{\mathbf{y}} \end{pmatrix}$$

методом, описанным в предыдущем разделе, где A_x , B_x , C_x , D_x и A_y , B_y , C_y , D_y являются функциями неизвестных параметров — фокусных расстояний и расстояний между элементами системы.

Для контроля за обоими основными параметрами гауссова пучка удобно использовать величину комплексного радиуса кривизны q(z):

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} + \frac{i\lambda}{[\pi\omega^2(z)]}.$$

Если на входе какой-либо оптической системы, обладающей лучевой матрицей

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix},$$

мы имеем комплексный параметр пучка q_1 , то на выходе системы комплексный параметр пучка q_2 может быть рассчитан по формуле [2]

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D}.$$

В нашем случае параметр q_1 определяется через параметры пучка ω_0 и R_0 на выходе резонатора лазера. В используемом лазере ЛГН-303 выходное зеркало резонатора плоское, т. е. $R_0 = \infty$ и положение перетяжки пучка совпадает с плоскостью зеркала.

Поскольку основным параметром, входящим во все дальнейшие вычисления, является размер перетяжки лазерного пучка ω_0 , то этот параметр следует определить экспериментально. Для измерения радиуса пучка в перетяжке использовались два независимых метода. Сначала в плоскости, отстоящей от выходного лазерного зеркала на расстояние 67 м, с помощью фотодиода определялось распределение интенсивности по диаметру пучка. Радиус лазерного пучка измерялся по уровню I_0/e^2 . Затем вычислялась величина ω_0 [2]. Радиус пучка в перетяжке, определенный таким способом, ω_0 =0,222 мм.

Во втором способе пучок фотографировался на пленку на расстоянии 0,6 м от выходной лазерной плоскости. Измерялась кривая почернения и определялась величина радиуса пучка по уровню I_0/e^2 . Расчетное значение $\omega_0 = 0,216$ мм.

В дальнейших вычислениях мы использовали среднее значение $\omega_0 = 0,219$ мм.

Определив q_1 и q_2 через параметры основной моды соответственно лазера и пассивного резонатора, можно решить уравнение

$$q_{2x,y} = \frac{A_{x,y}q_1 + B_{x,y}}{C_{x,y}q_1 + D_{x,y}}$$

относительно $A_{x,y}$, $B_{x,y}$, $C_{x,y}$ и $D_{x,y}$, т. е. найти параметры оптических

элементов согласующей системы. Эту задачу можно свести к минимизации величины $|q_{2x}-q_1|^2 + |q_{2y}-q_1|^2$ по этим параметрам. Для решения использовался хорошо разработанный в задачах нелинейного программирования симплекс — метод [5] с дополнительными ограничениями на неизвестные параметры.

Расчет самой простой системы, состоящей из одного сферического зеркала, дает следующие параметры: расстояние от входного зеркала резонатора до согласующего сферического зеркала $l_1=1,480$ м, от зеркала до лазера $l_2=4,533$ м, угол падения луча $\alpha=15,3^{\circ}$ и раднус кривизны зеркала $R_m=-2,604$ м (т. е. зеркало вогнутое). К сожалению, разместить согласующее зеркало на указанных расстояниях и обеспечить рассчитанный угол падения не удается из-за размеров фундамента.

Систему, состоящую из сферической линзы и сферического зеркала, также невозможно установить на имеющемся фундаменте так, чтобы при этом обеспечивались необходимые параметры.

При использовании двух сферических зеркал система становится компактной, но и очень чувствительной к величине радиуса R_m . Ошибка в 0,005 мм в ω_0 приводит к изменению расстояний до 20 см, а в радиусах кривизны — до 30 см.

Расчет более сложной системы из двух цилиндрических линз и плоских зеркал (рис. 2) показал, что такая система очень устойчива и может быть сделана компактной. Так, ошибка в определении ω_0 в 0,01 мм и ошибки в определении расстояний в 5 см приводят к изменению раднуса пятна на входе в резонатор меньше чем на 0,05 мм. Фронт волны остается практически плоским.

Найденные параметры равны: $l_1=1,07$ м, $l_2=1,18$ м, $l_3=0,23$ м, $f_1==1,19$ м, $f_2=0,92$ м, $l_4=0,68$ м, $l_5=1,17$ м, $l_6=0,25$ м.

Заключение

Использование метода лучевых матриц и применение симплекс-метода на ЭВМ позволили определить параметры резонатора и согласующей системы лазерного гироскопа, используемого для определения угловой скорости вращения Земли, и подобрать такую схему, которую можно разместить в помещении ограниченных размеров. Разработанная программа позволяет рассчитать устойчивые резонаторы различных размеров, а также согласующие системы различных конфигураций и размеров.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Блинов Н. С., Жаров В. Е., Сажин М. В. и др. // Proc. VI Intern. Symp. «Geodesy and Physics of the Earth», 1988. Potsdam, 1989. N 102, part 1. P. 59. [2] Джеррард А., Берч Дж. Введение в матричную оптику. М., 1978. [3] Rigrod W. W. // Bell System Techn. J. 1965. 44. P. 907. [4] Вахtег Т. D. et al. // Appl. Opt. 1983. 22, N 16. P. 2487. [5] Химмельблау Д. М. Прикладное нелинейное программирование. М., 1975.

Поступила в редакцию 08.05.91