

ГЕОФИЗИКА

УДК 551.466

ГЕНЕРАЦИЯ ЦУНАМИ КОЛЕБАНИЯМИ УЧАСТКА ДНА

М. А. Носов

(кафедра физики моря и вод суши)

На основе линейной потенциальной теории рассматривается задача о генерации поверхностных волн в слое однородной тяжелой жидкости установившимися гармоническими колебаниями участка дна.

Волны цунами в большинстве случаев обязаны своим происхождением вертикальным движениям дна океана на больших площадях во время сильных подводных землетрясений. В действительности эти движения описываются достаточно сложным законом во времени [1], но любое из них может быть представлено в виде суперпозиции линейного тренда, приводящего к остаточным смещениям дна океана, и колебаний со всевозможными частотами. В связи с этим представляется интересным исследовать задачу о генерации поверхностных волн в слое жидкости установившимися гармоническими колебаниями участка дна.

Будем рассматривать слой однородной тяжелой жидкости постоянной глубины H . Начало прямоугольной системы координат XOZ расположим на невозмущенной свободной поверхности жидкости (рис. 1). Положение свободной поверхности описывается формулой

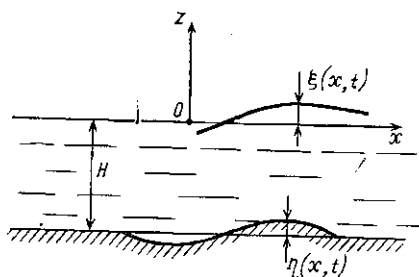


Рис. 1

$$z = \xi(x, t),$$

а положение дна — $z = \eta(x, t) - H$. Пусть дно движется по следующему закону: $\eta(x, t) = \eta(x) \exp\{i\omega t\}$,

где

$$\eta(x) = \begin{cases} \eta_0, & |x| < b, \\ 0, & |x| \geq b. \end{cases}$$

Положение свободной поверхности жидкости $\xi(x, t)$ можно найти, решая задачу относительно потенциала скорости $F(x, z, t)$:

$$\Delta F = 0, \tag{1}$$

$$F_{tt} = -gF_z, \quad z = 0, \tag{2}$$

$$F_z = i\omega\eta(x) \exp\{i\omega t\}, \quad z = -H. \tag{3}$$

Решение задачи, определяемой уравнениями (1)–(3), ищется в виде разложения в интеграл Фурье по волновым числам k :

$$F(x, z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{i(\omega t - kx)\} \{A(k) \operatorname{ch} kz + B(k) \operatorname{sh} kz\} dk.$$

Используя граничные условия (2) и (3) и применяя обратное преобразование Фурье, находим

$$B(k) = A(k) \omega^2 / gk,$$

$$A(k) = \frac{i\omega}{2\pi k ((\omega^2/gk) \operatorname{ch} kH - \operatorname{sh} kH)} \int_{-\infty}^{\infty} \eta(x) \exp\{ikx\} dx.$$

Учитывая, что [2]

$$\xi(x, t) = -g^{-1} F_t(x, 0, t),$$

окончательно получаем

$$\xi(x, t) = \eta_0 \exp\{i\omega t\} \frac{\omega^2}{\pi g} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin kb \cos kx}{k^2 ((\omega^2/gk) \operatorname{ch} kH - \operatorname{sh} kH)} dk. \quad (4)$$

Перед тем как рассчитывать интеграл в формуле (4), удобно произвести следующие обезразмеривающие преобразования:

$$\beta = kH, \quad \alpha = bH^{-1}, \quad \gamma = \omega\omega_0^{-1}, \quad \omega_0 = 2\pi (gH)^{1/2} b^{-1}.$$

Интеграл в (4) рассчитывается при помощи теории вычетов. Окончательно решение представляется в виде суперпозиции волн на поверхности жидкости, распространяющихся в положительном и отрицательном направлении оси Ox , с амплитудой, определяемой формулой

$$A(\alpha, \gamma) = \eta_0 \frac{8\pi^2 \gamma^2 \operatorname{ch} z_0 \sin \alpha z_0}{\alpha^2 z_0 (\operatorname{sh} z_0 \operatorname{ch} z_0 + z_0)},$$

где z_0 — положительное решение следующего трансцендентного уравнения:

$$z_0 \operatorname{th} z_0 = 4\pi^2 \gamma^2 / \alpha^2.$$

На рис. 2 представлена зависимость абсолютной величины амплитуды волны A как функция отношения γ/α для различных значений параметра α . Анализ этой зависимости позволяет сделать вывод: не любые колебания дна способны эффективно генерировать поверхностные волны.

В первую очередь следует отметить, что колебания участка дна с линейными размерами меньшими, чем глубина слоя жидкости, будут относительно слабо проявляться на поверхности. Существование набора частот, на которых излучение волн из района генерации отсутствует, связано с конкретным пространственным распределением амплитуды колебаний дна. Кроме того, можно определить верхнюю и нижнюю граничные частоты ν_{\max} и ν_{\min} , при выходе за пределы которых амплитуда волны, излучаемой из района генерации, будет существенно меньше по сравнению с амплитудой колебаний дна. Граничные частоты определим как решения следующего уравнения: $A(\nu) = \eta_0/10$.

Частота ν_{\max} определяется отношением γ/α : $\gamma/\alpha = \nu_{\max} (H/g)^{1/2} \sim 0,3$, причем это отношение не зависит от размера района генерации b . Частота ν_{\min} определяется значением параметра γ и зависит от размера района генерации b :

$$2\pi\gamma = 2\pi\nu_{\min} b (gH)^{-1/2} \sim 0,1.$$

Принимая глубину океана $H=4000$ м, ширину района генерации $b=10\,000$ м, получим $\nu_{\max} \sim 10^{-2}$ Гц, $\nu_{\min} \sim 10^{-4}$ Гц. Таким образом, спектр реальных волн цунами должен лежать в этих пределах, что хорошо подтверждают имеющиеся в литературе данные [3].

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Hwang L. S., Divoki D. // J. Geophys. Res. 1970. 75, N 33. P. 6802.
[2] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М., 1988. [3] Океанология: Физика океана / Ред. В. М. Каменкович, А. С. Монин, Л. М. Бреховских и др. М., 1978. Т. 2. Гидродинамика океана. Гл. 5.

Поступила в редакцию
04.04.91