

[3] Ма И. Современная теория критических явлений. М., 1980. [4] Hemmer P. C., Stell G. // J. Chem. Phys. 1990. 93, N 11. P. 8220. [5] Крокстон К. А. Физика жидкого состояния. М., 1978. [6] Базаров И. П., Николаев П. Н. // ДАН СССР. 1987. 296, № 2. С. 321. [7] Базаров И. П., Николаев П. Н. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1988. 29, № 4. С. 8. [8] Basarov I. P., Nikolaev P. N. Theory of many-particle systems. N. Y., 1989.

Поступила в редакцию
24.04.91

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1992. Т. 33, № 2

УДК 539.1.01

ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ ДЛЯ СВЕТОВОЙ ОБОЛОЧКИ В ТЕОРИИ ТИПА РТГ

А. А. Власов

(кафедра квантовой теории и физики высоких энергий)

Найдено точное непрерывное решение для световой оболочки в теории типа РТГ. Показано, что это решение явно нестатично, как и должно быть для любой теории типа РТГ.

Можно считать, что нестатичность внешнего сферически симметричного гравитационного поля в РТГ является установленным фактом [1]. Тем не менее всегда интересно проследить на точном непрерывном решении уравнений, как эта нестатичность возникает. В данной работе мы приведем такое точное решение уравнений теории типа РТГ (напомним, что теории типа РТГ различаются выбором дополнительного ковариантного векторного уравнения, связывающего метрики пространства Минковского γ_{ij} и эффективного искривленного пространства g_{ij}).

Рассмотрим сжимающуюся из бесконечности в первоначально плоском пространстве-времени сингулярную сферически симметричную световую оболочку. Так как никакая информация не может распространяться быстрее скорости света, то внутри такой оболочки до достижения ею центра $\rho=0$ гравитационное поле отсутствует и метрика в этой области равна метрике плоского пространства-времени:

$$ds_-^2 = dt^2 - d\rho^2 - \rho^2 d\Omega^2 = \gamma_{ij}(\xi) d\xi^i d\xi^j.$$

В координатах пространства Минковского t и ρ уравнение движения световой оболочки есть

$$d\rho/dt = -1,$$

что дает

$$\rho = t_0 - t. \quad (1)$$

Вне световой оболочки метрика пространства-времени соответствует искривленному пространству и в переменных τ и r может быть приведена к шварцшильдову виду:

$$ds_+^2 = d\tau^2 A - dr^2/A - r^2 d\Omega^2 = g_{ij+}(x) dx^i dx^j,$$

$A = 1 - 2m/r$, m — полная масса-энергия световой оболочки.

В переменных τ и r уравнение движения оболочки есть

$$dr/d\tau = -A,$$

что дает

$$r + 2m \ln|r - 2m| = \tau_0 - \tau.$$

На границе световой оболочки внутренняя и внешняя метрики должны совпадать (условие сшивки; для световой оболочки оно обсуждается, к примеру, в [2] и цитируемых в ней других работах):

$$\gamma_{ij}(\xi) = \frac{\partial x^m}{\partial \xi^i} \frac{\partial x^n}{\partial \xi^j} g_{mn+}(x). \quad (2)$$

Из (2) сразу находим, что на границе выполняются соотношения

$$r = \rho, \quad \tau - \tau_0 = t - t_0 - 2m \ln |t_0 - t - 2m|,$$

$$1 = \dot{\tau}^2 A - \dot{r}^2 / A; \quad -1 = \tau'^2 A - r'^2 / A; \quad 0 = \tau' \dot{\tau} A - r' \dot{r} / A,$$

разрешая которые получаем, что на границе

$$r = \rho, \quad \tau - \tau_0 = t - t_0 - 2m \ln |t_0 - t - 2m|,$$

$$\dot{\tau} = \frac{t_0 - t - m}{t_0 - t - 2m}, \quad \tau' = -\frac{m}{t_0 - t - 2m},$$

$$\dot{r} = -\frac{m}{t_0 - t}, \quad r' = 1 - \frac{m}{t_0 - t}. \quad (3)$$

Из соотношений (3) следует, что любая внешняя метрика в переменных ξ , сшивающаяся с внутренней метрикой (2), является явно нестатической по переменной t в силу необращения в нуль производных \dot{r} и $\dot{\tau}$.

Существует бесконечно много функций $\tau(t, \rho)$ и $r(t, \rho)$, удовлетворяющих граничным условиям (3) и условиям асимптотики $g_{ij+}(\xi) \rightarrow \gamma_{ij}(\xi)$ при $\rho \gg t_0 - t$. Отбор этих функций осуществляется в теориях типа РТГ наложением на γ_{ij} и g_{ij} того или иного ковариантного векторного дифференциального уравнения.

Если, к примеру, дополнительным уравнением взять уравнение

$$D_i(g/\gamma) = 0$$

(впервые предложенное в работе [3]), то для нашей задачи оно сводится к уравнению

$$r' \dot{\tau} - \tau' \dot{r} = \rho^2 / r^2. \quad (4)$$

Решениями уравнения (4), удовлетворяющими граничным условиям (3), являются такие функции:

$$r = \rho + m \left(\frac{t_0 - t}{\rho} - 1 \right)$$

и $\tau = \tau(t, \rho)$, которая задается через параметры λ и σ :

$$\rho = (2m\lambda + (t_0 - \sigma)^2)^{1/2};$$

$$t - t_0 = (\lambda + (t_0 - \sigma)^2 / (2m))^{1/2} [-(2m)^{1/2} + (2/m)^{1/2} (\sigma - t_0) + 2(\lambda + (t_0 - \sigma)^2 / (2m))^{1/2}],$$

$$\tau = m\lambda^2 (t_0 - \sigma)^{-2} + \lambda + \sigma - 2m \ln |t_0 - \sigma - 2m| + \text{const}. \quad (5)$$

Решение (5) является точным непрерывным решением исходных уравнений теории и удовлетворяет требованию асимптотики $g_{ij+}(\xi) \rightarrow \gamma_{ij}(\xi)$ при $\rho \gg t_0 - t$. В силу условия сшивки (2) внешняя метрика в переменных пространства Минковского будет на границе световой оболочки совпадать с метрикой пространства Минковского и, следовательно, будет конечной при достижении оболочки сферы Шварцшильда.

Другие теории типа РТГ, например с дополнительным уравнением вида $D_i[(-g)^{1/2} g^{ij}] = 0$, дадут другое соотношение между переменными x и ξ для внешнего решения, однако все такие решения в силу граничных условий (3) будут нестатичны. Уравнение $D_i(g/\gamma) = 0$ мы выбрали для нашей задачи потому, что оно дает внешнее решение в компактном аналитическом виде (5), уравнение вида $D_i[(-g)^{1/2} g^{ij}] = 0$ не имеет компактного решения в аналитическом виде для рассматриваемой задачи.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Власов А. А. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1989. 30, № 5. С. 72; Vlasov A. A. // Proc. of XII Workshop, Protvino, 1989. M., 1990. P. 15; Genk A. V. // Ibid. P. 20; Власов А. А., Шкарин Д. А. // Ядерная физика. 1990. 51, № 6. С. 1805; Власов А. А. // Там же. С. 1822; Генк А. В. // ТМФ. 1991. 88, С. 272. [2] Varrages S., Israel W. // Phys. Rev. 1991. D43. P. 1129. [3] Пугачев Я. И. // Изв. вузов, Физика. 1959. № 6. С. 152.

Поступила в редакцию
18.10.91