ленным взаимодействием, где эти ускорения ограничены. Поэтому в теории и расчетах таких приборов возможно использование преобразования Лоренца в расчетах сил пространственного заряда.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Фок В. А. Теория пространства, времени и тяготения. М., 1955. [2] Кураев А. А., Синицын А. К.//Радиотехн. и электроника. 1989. 34, № 10. С. 2166. [3] Кураев А. А., Синицын А. К., Тимохин А.//ДАН БССР. 1989. 33, № 11. С. 989. [4] Вайнштейн Л. А., Солнцев В. А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М., 1973.

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1992. Т. 33, № 3

УДК 621.385.653

ЭФФЕКТЫ КАНАЛИЗАЦИИ И СВЕРХИЗЛУЧЕНИЯ В АНСАМБЛЯХ ЭЛЕКТРОНОВ-ОСЦИЛЛЯТОРОВ

Н. С. Гинзбург, А. С. Сергеев *)

Исследовано индуцированное излучение локализованных ансамблей электронов-осцилляторов в свободном пространстве. Эффекты канализации реализуются при распространении волновых пучков вдоль электронных потоков, играющих роль открытых активных волноводов. На линейной стадии взаимодействия возбуждаются квазиповерхностные моды, а на нелинейной — волновой пучок расширяется и электромагнитная энергия излучается во внешнее пространство. Происходит стохастическое торможение частиц, взаимодействующих с ансамблем электромагнитных волн, распространяющихся под различными углами к оси системы, и КПД может быть выше, чем в закрытых волноводах. Эффекты сверхизлучения имеют место в сгустках электронов-осцилляторов, формирующих движущиеся активные резонаторы. Вследствие развития беспороговой неустойчивости возникает банчировка электронов и их когерентное излучение, которое будет квазимонохроматическим в сопровождающей системе отсчета и многочастотным — в лабораторной. Если поступательная скорость сгустка близка к скорости света, то основная доля мощности излучения сосредоточена в коротковолновой компоненте.

1. Введение

В соответствии с соотношениями Крамерса—Кронига восприимчивость ансамблей электронов-осцилляторов имеет как активную, так и реактивную составляющие. Поэтому при локализации в свободном пространстве такие осцилляторы могут не только усиливать электромагнитное излучение, но и формировать электронные волноводы и резонаторы, определяющие пространственно-временную структуру излучения. Настоящий обзор посвящен двум основным типам радиационных процессов в локализованных ансамблях электронов-осцилляторов — канализации и сверхизлучению.

Эффекты канализации [1—19] реализуются при распространении и усилении излучения вдоль электронных волноводов, формируемых интенсивными электронными пучками. Эффекты канализации могут быть полезны при исследовании:

а) селекции мод по поперечному индексу в устройствах с пространственно-развитыми электродинамическими системами, в частности когерентного излучения на «горячих модах», представляющих собой сумму большого числа мод холодной электродинамической системы;

б) увеличения инкрементов нарастания и снижения стартовых токов, обусловленных концентрацией излучения в области электронного

*) Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород.

пучка, и уменьшения полного объема, занимаемого электромагнитным полем;

в) уменьшения опасности ВЧ-пробоев вследствие уменьшения напряженностей полей на стенках электродинамических систем;

г) увеличения эффективности энергообмена.

В данной работе эффекты канализации исследованы на примере двумерной модели лазера на свободных электронах (ЛСЭ) с ленточным электронным пучком. Показано, что на линейной стадии взаимодействия имеет место возбуждение квазиповерхностных усиливающихся мод. На нелинейной стадии волновой пучок расширяется и электромагнитная энергия излучается во внешнее пространство. Этот процесс сопровождается стохастическим торможением частиц, взаимодействующих с ансамблем волн, распространяющихся под различными углами к оси системы. В результате может достигаться эффективность энергообмена, значительно превышающая имеющую место в традиционных условиях, когда поперечная структура поля (фактически угол излучения) задается внешними электродинамическими системами.

Эффекты сверхизлучения [19—31] развиваются в электронных сгустках, формирующих активные электронные резонаторы (с размерами, вообще говоря, превышающими длину волны). В результате развития беспороговых сверхизлучательных неустойчивостей энергия осцилляторного движения может излучаться в виде коротких электромагнитных импульсов. Подобные процессы следует рассматривать как классический аналог известного в квантовой электронике эффекта сверхизлучения Дикке [32—34]. Если электронный сгусток движется поступательно, то в соответствии с эффектом Доплера частота излучения в лабораторной системе отсчета будет зависеть от угла наблюдения, примерно совпадая с частотой индивидуального излучения осциллирующей частицы. Таким образом, рассматриваемое излучение обладает свойствами как индуцированных (когерентность), так и спонтанных процессов (разнонаправленность, многочастотность, беспороговость). Заметим, однако, что при поступательной скорости сгустка, близкой к скорости света, основная доля излучаемой мощности окажется сосредоточенной в коротковолновой компоненте, распространяющейся в направлении поступательного движения. Ниже сверхизлучательные неустойчивости исследованы для сгустка (слоя) электронов, вращающихся в однородном магнитном поле, а также для электронного сгустка, движущегося в поле ондулятора.

2. Эффекты канализации

а) Основные уравнения. Рассмотрим двумерную модель ЛСЭ (рис. 1). Предположим, что осцилляторное движение сообщается электронам при движении в поле плоского ондулятора, магнитное поле которого задается вектор-потенциалом

$$\mathbf{A}_u = \operatorname{Re}\left[\mathbf{y}_0 A_u \operatorname{ch}(h_u x) \exp\{i h_u z\}\right], \tag{1}$$

где $h_u = 2\pi/d$, d — период ондулятора. Ленточный релятивистский электронный пучок инжектируется в плоскости $x=0$, поступательная скорость частиц $v_{\parallel} = \beta_{\parallel} c$ направлена вдоль оси z. Пусть излучаемое электромагнитное поле представляет собой монохроматический квазиоптический волновой пучок, распространяющийся вдоль оси системы:

$$\mathbf{A}_s = \operatorname{Re}\left[y_0 A_s(z, x) \exp\{i(\omega_s t - h_s z)\}\right]. \tag{2}$$

При выполнении условий комбинационного синхронизма $\omega_s = h_c v_\parallel$ $(h_c = h_s + h_u,\ h_s = \omega_s/c)$ процесс стимулированного излучения описывается системой усредненных уравнений движения электронов и параболическим уравнением для амплитуды волнового пучка. В предположении, что относительные изменения энергии электронов невелики, а также в пренебрежении кулоновским взаимодействием частиц самосогласованная система уравнений может быть приведена к виду

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial Z^2} = \operatorname{Im}(a \exp\{i\theta\}), \qquad (3)$$

$$i\frac{\partial^2 a}{\partial X^2} + \frac{\partial a}{\partial Z} = 2i\delta(X)\, j \qquad (4)$$

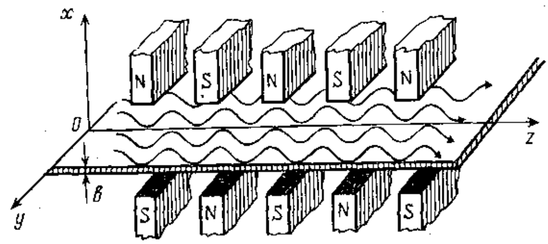

Рис. 1. Двумерная модель ЛСЭ с плоским ондулятором и ленточным электронным пучком

с граничными условиями

$$\theta|_{Z=0} = \theta_0 \in [0,\ 2\pi],\quad \left.\frac{\partial\theta}{\partial Z}\right|_{Z=0} = -\Delta,\quad a|_{Z=0} = a_0(X). \qquad (5)$$

При записи (3)—(5) использованы следующие безразмерные обозначения: $Z = (\omega_s/c)\, zG$, $X = (\omega_s/c)\, x\sqrt{2G}$—продольная и поперечная координаты, $\theta = \omega_s t - h_c z$—фаза электрона относительно комбинационной волны, $j = (1/\pi)\int_0^{2\pi} \exp\{-i\theta\}\, d\theta_0$—амплитуда первой гармоники высокочастотного тока, $a = \mu\alpha_s\alpha_u G^{-2}/2$—амплитуда волны, $\mu = \gamma_0^{-2}\beta_{\parallel 0}^{-3}$, $\alpha_{s,u} = eA_{s,u}/(mc^2\gamma_0)$, $\Delta = (c/v_c^{\min} - c/v_{\parallel 0})\, G^{-1}$—начальная расстройка комбинационного синхронизма, $v_c^{\min} = \omega_s/h_c$—фазовая скорость комбинационной волны, которая соответствует электромагнитной волне, излучающейся строго вдоль оси системы,

$$G = (1/2^{1/5})\,(\mu\alpha_u^2\omega_{p\perp}^2 b/(8\omega_s c\beta_\parallel^2))^{2/5} \qquad (6)$$

—параметр усиления, $\omega_{p\perp} = \sqrt{4\pi e^2\rho_0/(m\gamma_0)}$—«поперечная» плазменная частота, $\gamma_0 = (1-\beta_{\parallel 0}^2)^{-1/2}$, b—ширина электронного пучка, $\delta(X)$—дельта-функция. Мы исследуем здесь случай тонкого ленточного электронного пучка, которому соответствует малый параметр Френеля: $b^2/L\lambda \ll 1$, где L — характерная длина взаимодействия (обратный инкремент), λ — длина волны излучения.

Из уравнений (3)—(5) следует закон сохранения энергии

$$\frac{dP}{dZ} = 8\frac{d\hat{\eta}}{dZ} = 4|a||_{X=0}|j|\sin\varphi, \qquad (7)$$

где $P = \int_{-\infty}^{\infty} |a|^2 dX$—продольный поток электромагнитной энергии, $\hat{\eta} = (1/2\pi)\int_0^{2\pi} u\, d\theta_0$—приведенный КПД $\left(\text{полный КПД}\quad \eta = \frac{G}{\mu(1-\gamma_0^{-1})}\hat{\eta}\right)$, $u = \partial\theta/\partial Z + \Delta$—нормализованные потери энергии электронов, $\varphi = \arg a|_{X=0} - \arg j$—фаза ВЧ тока относительно фазы электромагнитного поля.

б) Линейная стадия взаимодействия. Режим канализации излучения электронным потоком. В приближении малого сигнала ($a \to 0$), линеаризуя уравнения движения (3), получим уравнение для амплитуды ВЧ тока:

$$\left(\frac{\partial}{\partial Z} - i\Delta\right)^2 j = -a. \tag{8}$$

Для безграничной в продольном направлении системы, представляя решение уравнений (4), (8) в виде $j = \hat{j}\exp\{i\Gamma Z\}$, $a = \hat{a}\exp\{i\Gamma Z - i\varkappa|X|\}$, получаем дисперсионное уравнение, описывающее нормальные волны [10]:

$$\varkappa(\varkappa^2 - \Delta) = i, \tag{9}$$

где $\varkappa$ и $\Gamma = \varkappa^2$ — поперечные и продольные волновые числа. Корни дисперсионного уравнения (9) легко находятся в случае точного синхронизма:

$$\varkappa_n = \exp\{i(\pi/10 + 2\pi(n-1)/5)\},\ \Gamma_n = \exp\{i(\pi/5 + 4\pi(n-11/5))\}, \tag{10}$$

где $n = 1, ..., 5$. Таким образом, в рассматриваемой системе существуют пять нормальных волн (рис. 2). Однако среди этих волн только одна

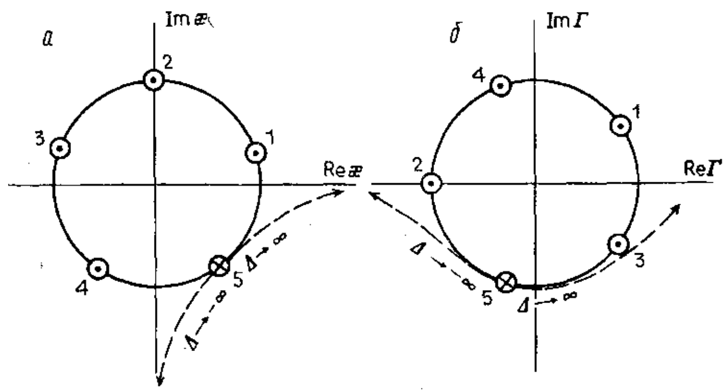

Рис. 2. Расположение на комплексной плоскости поперечных (*а*) и продольных (*б*) волновых чисел нормальных волн ленточного потока электронов-осцилляторов. Стрелками показано направление смещения корня, соответствующего усиливающейся локализованной моде $n=5$ при изменении параметра расстройки синхронизма Δ

волна ($n=5$) усиливается в продольном направлении ($\operatorname{Im}\Gamma_5 < 0$), спадает в поперечном ($\operatorname{Im}\varkappa_5 < 0$) и имеет поток электромагнитной энергии, направленной от электронного пучка к периферии ($\operatorname{Re}\varkappa_5 > 0$).

На рис. 3 показаны продольные и поперечные волновые числа канализируемой моды ($n=5$) при произвольных значениях параметра расстройки Δ. Максимальный инкремент достигается при $\Delta = 0$. Фазовая скорость электромагнитной волны $v_{ph} = \omega_s/c(1 - \operatorname{Re}\Gamma)$ меньше, чем скорость света c, в области $\Delta < 0{,}4$ и превышает эту скорость в области $\Delta > 0{,}4$.

Согласно рис. 3, *а*, чем больше параметр Δ, т. е. чем больше разница между поступательной скоростью электронов $v_{\parallel 0}$ и минимальной фазовой скоростью комбинационной волны $v_c^{\min}$, тем больше реальная часть поперечного волнового числа и меньше мнимая часть. Это означает, что с ростом Δ возрастает поперечный поток электромагнитной энергии и уменьшается степень локализации волнового пучка вблизи электронного канала. В асимптотическом случае $\Delta \gg 1$ имеем

$$\mathrm{Re}\,\varkappa = \Delta^{1/2},\quad \mathrm{Im}\,\varkappa = \frac{1}{2\sqrt{2}}\Delta^{-3/4},\quad \mathrm{Re}\,\Gamma = \Delta,$$

$$\mathrm{Im}\,\Gamma = \frac{\Delta^{-1/4}}{\sqrt{2}}. \tag{11}$$

В этом случае собственная мода представляет собой сумму двух плоских волн, излучающихся под таким углом ψ к оси системы, что фазовая скорость комбинационной волны

$$v_c(\psi) = \frac{\omega_s}{h_u + (\omega_s/c)\cos\psi} \tag{12}$$

совпадает с поступательной скоростью электронов. Канализационные эффекты в этом режиме почти несущественны. Напротив, в области больших отрицательных Δ

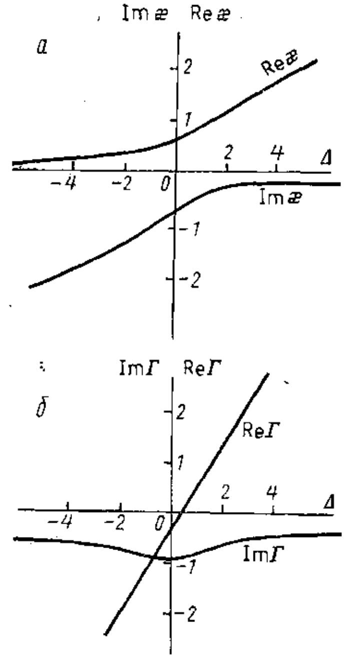

Рис. 3. Зависимость от параметра расстройки синхронизма действительных и мнимых частей поперечных (*а*) и продольных (*б*) волновых чисел усиливающейся локализованной моды

поперечный поток электромагнитной энергии стремится к нулю ($\mathrm{Re}\,\varkappa \to \to 0$), масштаб локализации поля уменьшается и взаимодействие приобретает чисто реактивный характер.

На основе линейной системы уравнений (4), (8) можно рассмотреть полубезграничную задачу о дифракции плоской волны: $a_0(X) = \mathrm{const}$, падающей на слой электронов-осцилляторов в сечении $Z=0$. Используя преобразование Лапласа, для излучаемого поля при $\Delta=0$ получим [11]

$$a(Z, X) = a_0\left[\Phi\left(\frac{\sqrt{i}\,X}{2\sqrt{Z}}\right) + \frac{1}{5}\sum_{n=1}^{5}\exp\{-i\varkappa_n|X| + i\Gamma_n Z\}\times\right.$$

$$\left.\times\left(1-\Phi\left(\frac{\sqrt{i}\,X}{2\sqrt{Z}} - \varkappa_n\sqrt{iZ}\right)\right)\right], \tag{13}$$

где величины $\varkappa_n$, Γ_n определяются соотношениями (10), $\Phi(u)$ — интеграл вероятности. Принимая во внимание асимптотические представления функции $\Phi(u)$ при больших значениях аргумента, из (12) получим, что пространственная структура поля в зоне, удаленной от входного сечения на расстояние, существенно превосходящее обратный инкремент $Z \gg 1$, определяется возбуждением канализируемой усиливаемой волны:

$$a(Z, X) \to (2/5)\,a_0\exp\{-i\varkappa_5|X| + i\Gamma_5 Z\}. \tag{14}$$

в) Нелинейная стадия взаимодействия. Режим дифракционного излучения электронного потока во внешнее пространство. Исследование нелинейной стадии взаимодействия ленточного потока электронов-осцилляторов с волновым пучком проводилось в [11—13] путем численного моделирования уравнений движения электронов (3) совместно с интегральным представлением решения параболического уравнения:

$$a(Z,\ X)=\frac{\sqrt{i}}{2\sqrt{\pi Z}}\int\limits_{-\infty}^{\infty} a_0(X)\exp\left\{-\frac{i(X-X')^2}{4Z}\right\}dX'-$$

$$-\frac{1}{\sqrt{i\pi}}\int\limits_{0}^{Z}\exp\left\{-\frac{iX^2}{4(Z-Z')}\right\}\Big/\sqrt{Z-Z'}\,dZ'. \tag{15}$$

Предполагалось, что падающее поле представляет собой гауссов пучок: $a_0(X)=a_0\exp\{-X^2/\bar{X}^2\}$. На рис. 4, 5 представлены результаты численного моделирования при $\Delta=0$ и $\Delta=6$. Численное моделирование подтвердило сделанный выше вывод, что при произвольном начальном про-

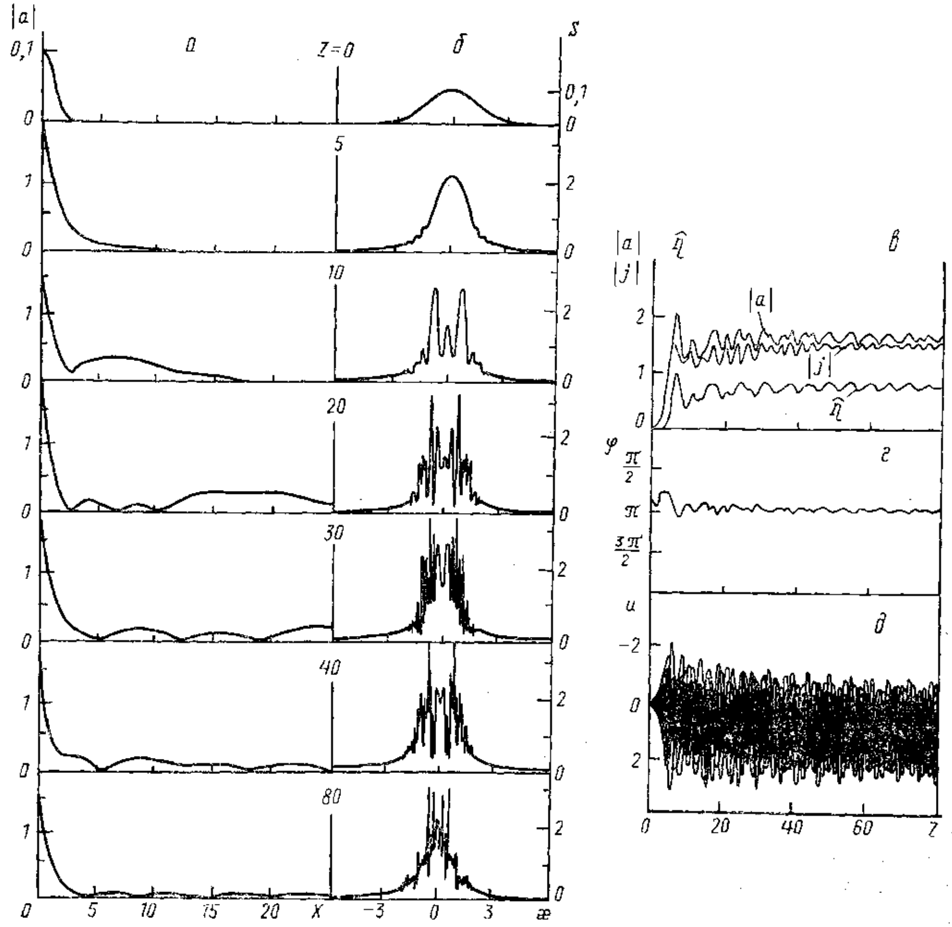

Рис. 4. Профиль волнового пучка (*а*); угловой спектр (*б*); амплитуда ВЧ-поля, действующего на электроны, амплитуда ВЧ-тока и приведенный КПД (*в*); разностная фаза (*г*); относительные потери энергии частиц (*д*) как функции продольной координаты при $\Delta=0$

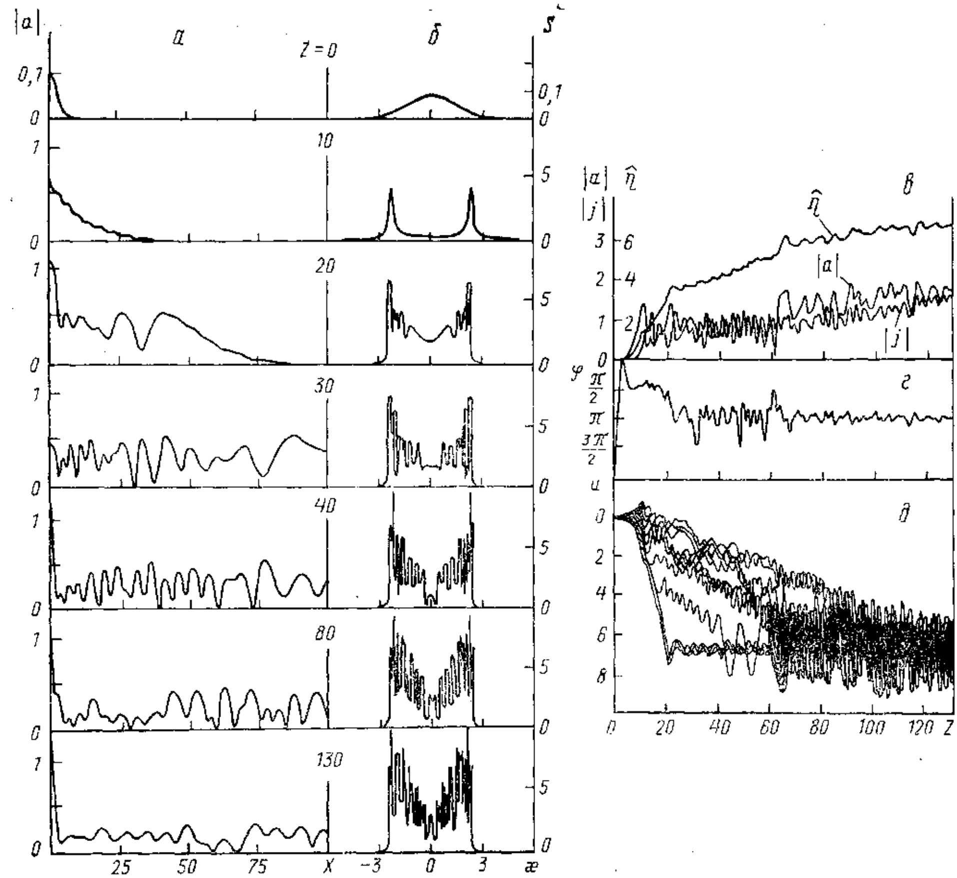

Рис. 5. То же, что на рис. 4, при $\Delta=6$

филе волнового пучка в области линейного усиления на достаточном удалении от входного сечения (на рис. 4, *а, б* $Z\simeq5$, на рис. 5, *а, б* $Z\simeq\simeq10$) структура и угловой спектр

$$S_\varkappa=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int\limits_{-\infty}^{\infty}a(X)\exp\{-i\varkappa X\}\,dX$$

излучаемого поля близки к структуре собственной локализованной моды. При этом, согласно результатам п. 2 б, имеет место частичное вытекание электромагнитной энергии из электронного канала. Это вытекание приводит к тому, что в области ($Z>5$ на рис. 4, $Z>10$ на рис. 5), где начинают играть роль эффекты насыщения и амплитуда поля в приосевой зоне стабилизируется (см. рис. 4, *в* и 5, *в*), возникает расширение поперечных размеров волнового пучка (на периферию приходят лучи, испущенные электронами в предшествующих сечениях). На нелинейной стадии существует достаточно протяженная область высвечивания генерируемой электронным потоком электромагнитной энергии во внешнее пространство.

На конечном участке ($Z>40$ на рис. 4 и $Z>100$ на рис. 5) взаимодействие электронов с волновым пучком приобретает чисто реактивный характер: устанавливается стационарное солитоноподобное состояние, когда захваченные волной электроны создают ВЧ ток, амплитуда которого вследствие сильного перемешивания частиц внутри фазового объема, ограниченного сепаратрисой, постоянна, а фаза тока по отношению к фазе поля близка к π (рис. 4, *г*, 5, *г*), т. е. энергообмен отсутствует (см. (7)). При этом небольшая доля излученной энергии продолжает канализироваться электронным потоком благодаря эффекту полного внутреннего отражения.

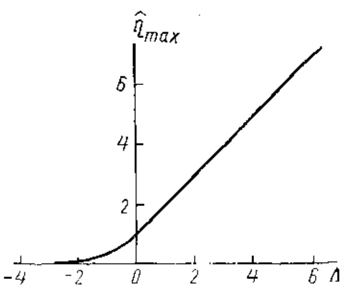

Рис. 6. Зависимость максимального приведенного КПД от начальной расстройки синхронизма

Важно отметить, что при излучении потока осцилляторов в свободном пространстве КПД монотонно растет (в рамках сделанных при выводе уравнений движения предположений) *) с увеличением параметра начального рассинхронизма (рис. 6).

Рост КПД обусловлен эффектом стохастического торможения частиц (ср. с [35]), существенном при больших положительных значениях параметра Δ (см. рис. 5, *д*, область $15<Z<100$). Дело в том, что излучаемое в свободное пространство поле представляет собой совокупность плоских волн, распространяющихся под различными углами ψ к оси системы, которым соответствуют различные скорости синхронных с электронами комбинационных волн (см. (12)). При этом если на линейной стадии (см. рис. 5, *б*) в угловом спектре излучения при $\Delta\gg1$ спектральные максимумы ($\varkappa\simeq\sqrt{\Delta}$, ср. с (11)) соответствуют волнам, излучающимся под такими углами ψ, что фазовая скорость комбинационных волн близка к невозмущенной поступательной скорости частиц $v_c(\psi)=v_{\parallel 0}$, то по мере торможения частиц происходит заполнение спектра волнами, излучающимися под меньшими углами ψ, для которых $v_c(\psi)<v_{\parallel c}$. Наиболее медленная компонента пакета комбинационных волн $v_c^{\min}=\omega_s/h_c$, очевидно, соответствует электромагнитной волне, распространяющейся строго вдоль оси системы: $\psi\to0$. Как видно из рис. 5, *д*, электроны последовательно (эстафетно) взаимодействуют с различными компонентами пакета комбинационных волн, пока средняя скорость $v_\parallel$ всех электронов не сравняется с $v_c^{\min}$, далее энергообмен практически прекращается. Электронный КПД при этом оказывается тем выше, чем сильнее начальная поступательная скорость частиц $v_{\parallel 0}$ превосходит $v_c^{\min}$, т. е. чем больше параметр Δ.

Анализ полных уравнений движения (т. е. уравнений, в которых не предполагается малости изменения энергии частиц) показывает, что в режиме излучения в свободное пространство в ЛСЭ может достигаться КПД, превышающий 50% [13]. Такой уровень КПД сравним со значениями, реализующимися в ЛСЭ с ондуляторами переменного периода [37]. Однако в рассматриваемой здесь ситуации, в отличие от [37], излучение имеет сложный угловой спектр, что, естественно, затрудняет его практическое использование.

*) При тех же предположениях в системах с фиксированной поперечной структурой поля максимум приведенного КПД $\hat{\eta}=2{,}56$ достигается при $\Delta=1{,}78$ [36], а при больших Δ происходит срыв режима усиления.

Заметим в заключение, что магнитотормозное излучение поливинтового электронного потока в однородном магнитном поле [14, 19] или черенковское излучение прямолинейного ленточного электронного пучка в однородной диэлектрической среде [15] или плазме [16—18] имеют характеристики, аналогичные описанным выше. То есть имеет место канализация излучения на линейной стадии взаимодействия и расширение волнового пучка, сопровождающееся режимом стохастического торможения частиц на нелинейной стадии.

3. Эффекты сверхизлучения

Рассмотрим здесь процессы индуцированного излучения в ансамблях осцилляторов, образующих активные электронные резонаторы. Особенностью исследуемых далее вопросов по сравнению с традиционными для электроники СВЧ постановками генераторных задач является «непролетность», т. е. бесконечно большое время жизни и взаимодействия осцилляторов с высокочастотным полем *). При этом электронный сгусток (резонатор) может двигаться как целое. Ниже в рамках одномерной модели исследуются особенности циклотронного и ондуляторного сверхизлучений.

а) Циклотронное сверхизлучение. Допустим, что электроны, вращающиеся в однородном магнитном поле $\mathbf{H}=H_0\mathbf{z}_0$, образуют слой, который безграничен в x, y-направлениях и имеет ширину b вдоль оси z. Электроны имеют одинаковый поперечный импульс $p_{\perp 0}=m\gamma v_{\perp 0}$ и с точностью до малых флуктуаций равномерно распределены по фазам циклотронного вращения. Поступательная скорость у электронов отсутствует.

Движение электронов описывается следующим уравнением:

$$\frac{\partial p_+}{\partial t}-i\omega_H p_+=-eE_+(z,\ t), \tag{16}$$

где $p_+=p_x+ip_y$, $E_+=E_x+iE_y$, $\omega_H=eH_0/mc\gamma$ — релятивистская гирочастота, $\gamma=(1+|p_+|^2/m^2c^2)^{1/2}$. Слой будет излучать в $\pm z$-направлении циркулярно поляризованные волны. Амплитуда поля определяется вынужденным решением волнового уравнения

$$E_+=(-2\pi/c)\int\limits_{z-ct}^{z+ct} j_+(z',\ t-|z-z'|/c)\,dz', \tag{17}$$

где $j_+=e\rho_0\langle v_+\rangle$ — плотность электронного тока, $v_+=v_x+iv_y$, $\langle ...\rangle$ — знак усреднения по фазам циклотронного вращения.

Предположим для определенности, что электроны слаборелятивистские: $\gamma\simeq 1+|p_+|^2/(2m^2c^2)$ и спектр излучения сосредоточен вблизи нерелятивистской гирочастоты $\omega_{H_0}=eH_0/mc$. Соответственно, представляя поле излучения и импульс электронов в виде $E_+=A(z,\ t)\exp\{i\omega_{H_0}t\}$, $p_+=p\exp\{i\omega_{H_0}t\}$, приведем систему уравнений (16), (17) к виду **) [27, 28]

---

*) На практике достаточно, чтобы время жизни превосходило обратные инкременты и время высвечивания энергии.

**) Заметим, что система уравнений (18), (19) носит достаточно универсальный характер и описывает сверхизлучение в слоях неизохронных осцилляторов различной физической природы, включая акустические осцилляторы [31].

$$\frac{\partial_c\mathcal{P}}{\partial\tau}+i\mu|\mathcal{P}|^2\mathcal{P}=a,$$
$$\mathcal{P}|_{\tau=0}=\exp\{i(\theta_0+r\cos\theta_0)\},\quad \theta_0\in[0,\ 2\pi], \tag{18}$$
$$a=q\int\limits_{z-\tau}^{z+\tau} f(Z)\langle\mathcal{P}(Z',\ \tau-|Z-Z'|)\rangle\exp\{-i|Z-Z'|\}\,dZ'. \tag{19}$$

Здесь $\tau=\omega_{H_0}t$, $Z=(\omega_{H_0}/c)z$, $\mathcal{P}=p/p_{\perp 0}$, $a=eA/(m\omega_{H_0}v_{\perp 0})$, $q=\omega_p^2/(2\omega_{H_0}^2)$, $\mu=$ $=v_{\perp 0}^2/2c^2$ — параметр неизохронности; $r\ll 1$ — параметр, характеризующий начальную модуляцию по фазам циклотронного вращения; $f(Z)$ — функция, описывающая распределение плотности осцилляторов вдоль слоя. Далее рассматривается однородное распределение:

$$f(Z)=\text{const},\ Z\in[-B/2,\ B/2],\ B=(\omega_{H_0}/c)\,b.$$

В приближении слабого сигнала после линеаризации уравнений движения получим характеристическое уравнение, определяющее частоты и пространственные структуры собственных мод:

$$\exp\{2ih_iB\}=\left(\frac{h_e-h_i}{h_e+h_i}\right)^2. \tag{20}$$

Здесь $h_{e,i}$ — нормализованные волновые числа вне и внутри слоя:

$$h_e=(-\mu+\Omega+1),\quad h_i=(h_e^2+2qh_e(-\Omega+\mu)/\Omega^2)^{1/2}. \tag{21}$$

В случае тонкого слоя ($B\ll 1$) из уравнений (20), (21) получаем [20, 23, 25]

$$\Omega^2-iqB\Omega+i\mu qB=0. \tag{22}$$

Для малой плотности $q\ll 1$ для инкремента неустойчивости имеем

$$|\mathrm{Im}\,\Omega|=\sqrt{qB\mu/2}. \tag{23}$$

Для произвольной ширины слоя инкременты первой симметричной S_1 и первой антисимметричной A_1 мод представлены на рис. 7, *а*. Максимальный инкремент имеет первая симметричная мода (при $B\ll 1$ ее инкремент определяется соотношением (23)). Инкременты других мод приближаются к инкременту основной симметричной моды по мере увеличения ширины слоя. Рис. 7, *б* иллюстрирует пространственные структуры мод.

Нелинейная стадия циклотронного сверхизлучения может быть исследована с помощью численного решения уравнений (18), (19). На рис. 8 приведены временны́е зависимости мощности излучения $P=|a|^2|_{Z=\pm B/2}$ и электронного КПД $\eta=1-1/B\int\limits_{-B/2}^{B/2}\langle|\mathcal{P}|^2\rangle\,dZ$. Заметим, что пиковая мощность и длительность цуга импульсов увеличиваются по мере роста толщины слоя. Рис. 9 демонстрирует формирование пространственного распределения поля, совпадающего со структурой первой симметричной моды на начальной линейной стадии неустойчивости, $\tau<60$, и усложнение (стохастизацию) этой структуры на нелинейной стадии, $\tau>60$.

Оценим численно пиковую мощность сверхизлучения и длительность импульса. Пусть напряженность магнитного поля составляет

100 кЭ, частота излучения $\omega=2\cdot10^{12}$ с$^{-1}$ ($\lambda=1$ мм), плотность электронов $\rho_0=2\cdot10^{14}$ см$^{-3}$, поперечная скорость $v_{\perp0}=0{,}45\ c$, ширина слоя $b\simeq\simeq2\lambda$. При таких значениях параметров $q=0{,}1$, $\mu=0{,}1$ и мощность, из-

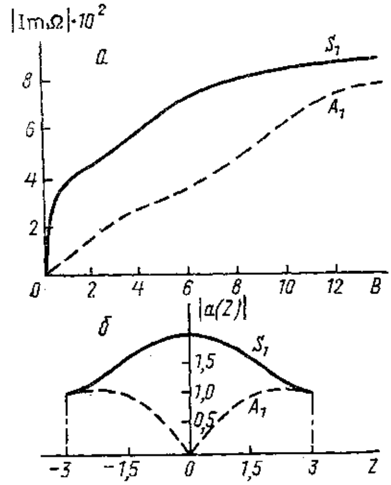

Рис. 7. Инкременты первой симметричной S_1 и первой антисимметричной A_1 мод как функции ширины слоя (*а*). Пространственная структура мод при $B=6$, $\mu=0{,}1$, $q=0{,}1$ (*б*)

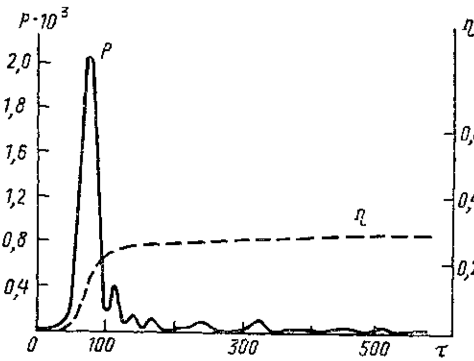

Рис. 8. Мощность циклотронного сверхизлучения и электронный КПД (пунктир) как функции времени при $B=6$, $\mu=0{,}1$, $q=0{,}1$

лучаемая с одного квадратного сантиметра поверхности слоя, может достигать 1,5 ГВт. Длительность импульса на уровне $1/e$ от пикового значения составляет $1{,}5\cdot10^{-11}$ с.

Заметим, что можно существенно увеличить мощность излучения и сдвинуть частоту в коротковолновую часть спектра, придав слою поступательную скорость, близкую к скорости света [25].

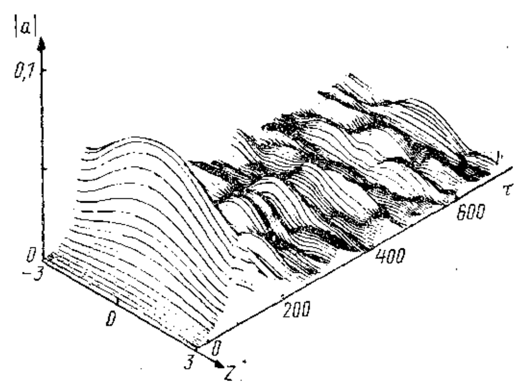

Рис. 9. Эволюция пространственного распределения поля внутри слоя осцилляторов при $B=6$, $\mu=0{,}1$, $q=0{,}1$

б) **Сверхизлучение электронного сгустка, движущегося в периодическом магнитном поле.** Рассмотрим излучение короткого электронного сгустка, движущегося в поле ондулятора. Допустим, что размер электронного сгустка велик в масштабе длины волны излучения, но мал в масштабе длины ондулятора, так что время жизни электронов в ондуляторном поле (в отличие от ситуации, традиционно исследуемой в теории ЛСЭ) можно считать бесконечным.

Исследуем здесь нелинейную стадию эффекта сверхизлучения в рамках одномерной модели (линейный анализ см. в [24, 19]). Предположим, что сгусток представляет собой слой ширины b в z-направлении и безграничен в поперечном направлении. Рассмотрение проведем в сопровождающей системе K', где поле ондулятора трансформируется в поле электромагнитной волны накачки, заданной вектор-потенциалом

$$\mathbf{A}'_u = \mathrm{Re}\,[\mathbf{y}_0 A'_u \exp\{i(\omega'_u t' - h'_u z')\}], \tag{24}$$

где $h'_u = \gamma h_u$, $\omega'_u = \gamma c h_u$, $h_u = 2\pi/d$, d — период ондулятора, $\gamma = (1 - v_\parallel^2/c^2)^{-1/2}$, $v_\parallel$ — поступательная скорость слоя. Накачка сообщает частицам осцилляторную скорость $v'_y = \mathrm{Re}\left[\frac{eA'_u}{mc}\exp\{i(\omega'_u t' + h'_u z')\}\right]$. Поле, излучаемое (рассеиваемое) осцилляторными частицами, может быть представлено в виде двух волн, бегущих в $\pm z'$-направлениях:

$$\mathbf{A}'_s = \mathrm{Re}\,[\mathbf{y}_0 A_s'^{\pm}(z', t')\exp\{i(\omega'_s t' \mp h'_s z')\}], \tag{25}$$

где $h'_s = \omega'_s/c$, ω'_s — несущая частота (далее считаем $\omega'_s = \omega'_u$). Совместное воздействие на электроны полей (24), (25) приведет к появлению усредненной пондеромоторной силы, ответственной за банчировку электронов:

$$F'_{\text{pond}} = -\frac{e^2}{4m\omega_u'^2}\frac{\partial}{\partial z'}\mathrm{Re}\,[A'_u A_s'^{+}\exp\{i(h'_s + h'_u)z'\} +$$

$$+ A'_u A_s'^{-}\exp\{i(h'_s - h'_u)z'\}]. \tag{26}$$

Для численного моделирования процесса сверхизлучения разобьем слой на N_Σ плоскостей (макроэлектронов) с координатами $z'_n(t', z'_{0n})$, где z'_{0n} — начальные координаты макроэлектронов. Указанные макроэлектроны взаимодействуют между собой посредством пондеромоторной силы (26) и силы кулоновского расталкивания F'_{Coul} (считаем, что статический заряд электронов скомпенсирован неподвижным ионным фоном). Уравнения движения макроэлектронов в лагранжевых переменных могут быть представлены в виде

$$\frac{d\beta'_n}{d\tau} = F'^{n}_{\text{pond}} + F'^{n}_{\text{Coul}}, \quad \frac{dZ'_n}{d\tau} = \beta'_n, \tag{27}$$

где

$$F'^{n}_{\text{pond}} = \frac{q\alpha_u'^2 B}{8N_\Sigma}\left[-\sum_m^{N^+(n)} \nu_+ \cos(Z'_n - Z'_m) + \sum_m^{N^-(n)} \nu_- \cos(Z'_n - Z'_m)\right],$$

$$F'^{n}_{\text{Coul}} = \frac{qB}{2N_\Sigma}[N^+ - N^- - N_i^+ + N_i^-].$$

Начальные условия задавались в виде

$$Z'_n|_{\tau=0} = B\left(\frac{n-1}{N_\Sigma - 1} - \frac{1}{2}\right), \quad \beta'_n|_{\tau=0} = 0, \quad n \in [1, N_\Sigma].$$

Здесь $\tau = \omega'_u t'$, $Z' = (\omega'_u/c)z'$, $v' = \beta' c$ — скорость продольных смещений, $q = \omega_p'^2/\omega_u'^2$, $\omega'_p = \sqrt{4\pi e^2 \rho'_0/m}$, ρ'_0 — плотность слоя, $B = (\omega'_u/c)b'$, $\alpha'_u = eA'_u/mc$, $\nu_\pm = (h'_s \pm h'_u)c/\omega'_u$, $N^\pm(n)$ — число электронов с координатами, большими (меньшими), чем Z_n', $N_i^{\mp}(n)$ — то же для компенсирующего ионного фона. Для амплитуд излучаемых электронами волн имеем

$$\alpha_s'^{\pm} = \frac{eA_s'^{\pm}}{mc^2} = \frac{iq\alpha_u' B}{4N_\Sigma} \sum_m^{N^{\mp}} \exp\{-i\nu_\pm |Z' - Z_m'(\tau)|\}. \qquad (28)$$

На рис. 10 показана зависимость от продольной координаты пондеромоторной силы, с которой один макроэлектрон воздействует на остальные. В отличие от силы кулоновского расталкивания (пунктир)

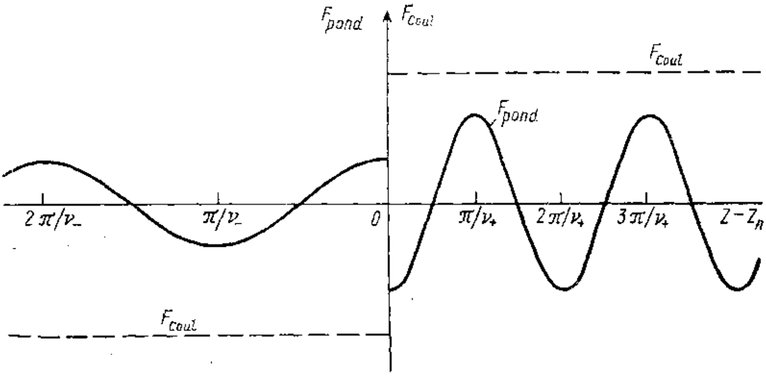

Рис. 10. Зависимость от продольной координаты пондеромоторной силы, с которой один макроэлектрон воздействует на остальные макроэлектроны. Пунктир — сила кулоновского расталкивания

эта сила в ближней зоне является притягивающей. Такой характер поведения силы взаимодействия должен приводить к неустойчивости и разбиению слоя на когерентно излучающие сгустки, что для начальной стадии процесса ($\tau \simeq 10, \ldots, 20$) ясно видно из рис. 11, где представле-

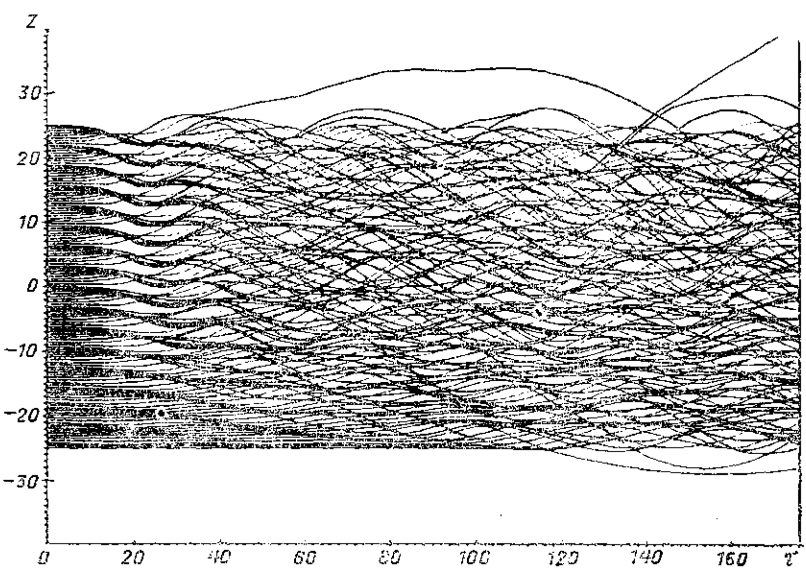

Рис. 11. Зависимость от времени координат макроэлектронов при $q = 0{,}04$, $\alpha_u' = 0{,}77$, $\nu_+ = 2$, $\nu_- = 0{,}1$, $B = 50$

ны зависимости координат электронов от времени. При этом в рассматриваемом случае релятивистского ($\gamma \gg 1$) движения слоя (в лабораторной системе K), когда $h_s' \simeq h_u'$ и $\nu_+ \gg \nu_-$ ($\nu_+ \simeq 2$, $\nu_- \simeq \gamma^{-2}/2$), определяющее воздействие на движение электронов оказывает компонента пондеромоторной силы, обусловленной волной $A_s'^{+}$, т. е. волной, распространяющейся навстречу волне накачки (в направлении поступательного движения в системе K). Соответственно электроны банчируются таким образом, чтобы обеспечить существенное возрастание амплитуды этой волны по сравнению с начальным моментом времени (рис. 12).

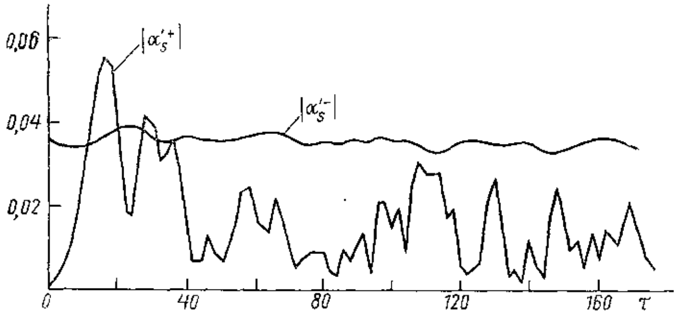

Рис. 12. Амплитуды рассеянных волн $\alpha_u'|\alpha_s'^{\pm}|/2$ на концах слоя как функции времени при $q=0{,}04$, $\alpha_u'=0{,}77$, $\nu_+=2$, $\nu_-=0{,}1$, $B=50$

При идеальной группировке электронов максимальное значение амплитуды этой волны определяется соотношением $|\alpha_s'^{+}| = q\alpha_u' B/2$. Пиковая амплитуда поля $|\alpha_s'^{+}|$ на рис. 12 примерно в 2,7 раза меньше этой величины. Таким образом, в определенный момент времени $\tau \simeq 15$ достигается высокая степень когерентности излучения частиц. При больших временах происходит сильное перемешивание частиц внутри слоя и амплитуда волны $A_s'^{+}$ падает.

Рассмотрим теперь особенности сверхизлучения в лабораторной системе отсчета. Если в сопровождающей системе частоты волн, излучаемых слоем в $\pm z$-направлениях, совпадали, то в лабораторной системе при $v_{\parallel} \to c$ эти частоты будут существенно отличаться: $\omega_+/\omega_- \simeq 2\gamma^2$. Соответственно с учетом закона сохранения числа квантов получаем, что мощность, излучаемая в положительном направлении оси z, будет существенно превосходить мощность, излучаемую в противоположном направлении:

$$\frac{P^{+}}{P^{-}} = \frac{\omega_+}{\omega_-}\,\frac{P'^{+}}{P'^{-}} \simeq 4\gamma^2, \qquad (29)$$

где $P'^{\pm} = |A_s'^{\pm}|^2/(8\pi\omega_u'^2 c)$. Таким образом, в лабораторной системе отсчета основная доля энергии сверхизлучения будет сосредоточена в коротковолновой компоненте и исследованный эффект может рассматриваться как перспективный для получения когерентного излучения, в особенности в диапазонах, в которых отсутствуют эффективные отражатели.

Заметим в заключение, что проведенный выше анализ остается в силе, когда осцилляция сообщается движущемуся или неподвижному электронному сгустку бегущей электромагнитной волной накачки.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Ковалев Н. Ф., Петелин М. И.//Релятивистская высокочастотная электроника. Горький, 1981. Вып. 2. С. 63. [2] Tang C. M., Sprangle P.//Phys. of Quant. Electr. V. 9: Free-Electron Generators of Coherent Radiation. Addison — Wesley, 1982. P. 849. [3] Афонин А. М., Канавец В. И., Черепенин В. А.// //Радиотехн. и электроника. 1980. **25**, № 9. С. 1945. [4] Канавец В. И., Корженевский А. В., Черепенин В. А.//Радиотехн и электроника. 1985. **30**, № 11. С. 2202. [5] Черепенин В. А.//Генераторы и усилители на релятивистских электронных потоках. М., 1987. С. 76. [6] Кондратенко А. М., Салдин Е. А.//ЖТФ. 1981. **51**, № 8. С. 1633. [7] Ginzburg N. S., Kovalev N. F., Rusov N. Yu.//Opt. Commun. 1983. **46**, № 5—6. P. 300. [8] Sharlemann E. T., Sessler A. M., Wurtele J. S.//Phys. Rev. Lett. 1985. **54**, № 17. P. 1925. [9] Moore G. T.//Opt. Commun. 1985. **52**, № 1. P. 46. [10] Гинзбург Н. С., Ковалев Н. Ф.//Письма в ЖТФ. 1987. **13**, № 5. С. 234. [11] Гинзбург Н. С., Сергеев А. С.//ЖТФ. 1989. **59**, № 3. С. 126; ЖТФ. 1990. **61**, № 8. С. 40. [12] Гинзбург Н. С., Сергеев А. С.//Письма в ЖТФ. 1988. **14**, № 20. С. 1844; 1989. **15**, № 10. С. 78. [13] Ginzburg N. S., Gorshkova M. A., Sergeev A. S.//Opt. Commun. 1990. **76**, № 1. P. 69. [14] Гинзбург Н. С.//Физ. плазмы. 1989. **15**, № 11. С. 1274. [15] Гинзбург Н. С., Ковалев Н. Ф., Сергеев А. С.//Письма в ЖТФ. 1990. **16**, № 18. С. 33. [16] Карбушев Н. И., Шаткус А. Д.//Письма в ЖТФ. 1989. **99**, № 11. С. 594. [17] Карбушев Н. И.//Письма в ЖТФ. 1989. **15**, № 24. С. 93. [18] Гинзбург Н. С., Зотова И. В., Сергеев А. С.//Физ. плазмы. 1991. **17**, № 6. С. 706. [19] Гинзбург Н. С., Ковалев Н. Ф., Петелин М. И.//Релятивистская высокочастотная электроника. Горький, 1991. Вып. 6. С. 7. [20] Канавец В. И., Стабинис А. Ю.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1973. **14**, № 2. С. 186. [21] Железняков В. В., Кочаровский В. В., Кочаровский Вл. В.//Изв. вузов, Радиофизика. 1986. **29**, № 9. С. 1095. [22] Bonifacio R., Maroli C., Piovella N.//Opt. Commun. 1988. **68**, № 5. P. 369. [23] Ильинский Ю. А., Маслова Н. С.//ЖЭТФ. 1988. **94**, № 1. С. 171. [24] Гинзбург Н. С.//Письма в ЖТФ. 1988. **14**, № 5. С. 440. [25] Гинзбург Н. С., Зотова И. В.//Письма в ЖТФ. 1989. **15**, № 14. С. 83. [26] Гинзбург Н. С., Новожилова Ю. В.//Письма в ЖТФ. 1989. **15**, № 19. С. 60. [27] Гинзбург Н. С., Сергеев А. С.//Письма в ЖТФ. 1990. **16**, № 20. С. 9. [28] Гинзбург Н. С., Сергеев А. С.//ЖТФ. 1991. **99**, № 2. С. 484. [29] Вайнштейн Л. А., Клеев А. И.//Лекции по электронике СВЧ и радиофизике: 8-я школа-семинар инженеров. Кн. 1. Саратов, 1989. С. 25. [30] Железняков В. В., Кочаровский В. В., Кочаровский Вл. В.// //УФН. 1989. **159**, № 2. С. 194. [31] Кобелев Ю. А., Островский Л. А., Соустова И. А.//Изв. вузов, Радиофизика. 1986. **29**, № 9. С. 1124. [32] Dicke R. H.//Phys. Rev. 1959. **93**, № 1. P. 99. [33] Железняков В. В., Кочаровский В. В., Кочаровский Вл. В.//ЖЭТФ. 1984. **87**, № 5. С. 1565. [34] Андреев А. В., Емельянов В. И., Ильинский Ю. А.//Кооперативные явления в оптике. М., 1988. [35] Братман В. Л., Гинзбург Н. С., Петелин М. И.// //ЖЭТФ. 1979. **76**, № 3. С. 938. [36] Гинзбург Н. С.//Письма в ЖТФ. 1984. **16**, № 10. С. 584. [37] Kroll N. M., Morton P. L., Rosenbluth M. N.//IEEE J. Quant. Electron. 1981. **QE-17**, N 8. P. 1436.