

позволяет повысить скорость численного счета, а представление (25) придает результатам универсальный характер.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Диэлектрические резонаторы/Ред. М. Е. Ильченко. М., 1989. [2] Циби-ров К. Н., Борисов С. А., Безбородов Ю. М.//Зарубежная радиоэлектроника. 1981. № 11. С. 21. [3] Sohn S. B., Kelly K. C.//IEEE Trans. Microwave Theory Techn. 1966. MTT-14, N 9. P. 406. [4] Nakki B. W., Coleman P. D.//IRE Trans. 196. MTT-8, N 9. P. 402. [5] Иванов И. В. и др.//Вести. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1969. № 6. С. 40. [6] Егоров В. Н., Мальцева И. Н.//Электронная техника. Сер. 1, Электроника СВЧ. 1984. № 361. С. 3. [7] Kobayashi Y., Masayuki K.//IEEE Trans. Microwave Theory Techn. 1985. MTT-33, N 7. P. 586. [8] Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. Формулы, графики, таблицы. М., 1977. [9] Van Bladel J.//IEEE Trans. Microwave Theory Techn. 1975. MTT-23, N 2. P. 199.

Поступила в редакцию  
17.09.91

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА, АСТРОНОМИЯ. 1992. Т. 33, № 4

УДК 517.958

### НЕСТАЦИОНАРНАЯ САМОСОГЛАСОВАННАЯ МОДЕЛЬ АВТОЭЛЕКТРОННОЙ ЭМИССИИ ИЗ МЕТАЛЛИЧЕСКОГО КАТОДА

Б. А. Марков, А. Д. Поезд

(кафедра математики)

Рассмотрена модель автоэлектронной эмиссии для самосогласованных нелинейных задач сильноточной СВЧ-электроники. На основе моделирования полной нестационарной системы уравнений Максвелла—Власова показано, что ток инжекции имеет ярко выраженный импульсный по времени характер.

Нелинейным нестационарным задачам электроники посвящено большое число работ (см., напр., [1—4]). В частности, в [2] исследовались плазменные и вакуумные СВЧ-генераторы цилиндрической геометрии в предположении постоянства силы тока инжектируемого пучка. При этом значение силы тока не определялось каким-либо способом из внутренних параметров модели, а задавалось, исходя из усредненных данных натуральных экспериментов. Этот безусловный недостаток использованной в [2] модели мы попытаемся преодолеть в настоящей работе. Нас будет интересовать не простые стационарные модели инжекции типа закона «3/2» Ленгмюра, а нестационарные и самосогласованные модели, основанные на решении полной системы уравнений Максвелла и кинетического уравнения Власова.

Рассмотрим отрезок гладкого цилиндрического металлического волновода длины  $L$  и радиуса  $R$ , помещенного в сильное продольное магнитное поле. Торце  $z=0$  устройства закрыт металлической фольгой. К последней вплотную примыкает кольцевой катод, предназначенный для инжекции электронов. Анод представляет собой металлическую сетку, расположенную в сечении  $z=L_a$ , на которую подается мощный импульс электромагнитного поля для вытягивания электронов из катода. Таким образом, модель, использованная в работе [2], усложняется введением катод-анодного промежутка, предназначенного для формирования сильноточного электронного пучка.

Кратко остановимся на уравнениях, лежащих в основе рассматриваемого приближения. В силу азимутальной симметрии резонатора и замагниченности пучка уравнения Максвелла примут следующий вид:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial E_r}{\partial t} = - \frac{\partial H_\varphi}{\partial z}, \quad (1)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r H_\varphi) - \frac{4\pi}{c} j_z, \quad (2)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial H_\varphi}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial r} - \frac{\partial E_r}{\partial z} \quad (3)$$

с нулевыми начальными и следующими граничными условиями:

$$E_r|_{z=0} = 0, \quad E_z|_{r=R} = 0, \quad E_r|_{r=0} = H_\varphi|_{r=0} = 0.$$

Уравнение Власова

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_z \frac{\partial f}{\partial z} + e E_z \frac{\partial f}{\partial p_z} = 0 \quad (4)$$

( $f(z, p_z, t)$  — одночастичная функция распределения электронов пучка,  $p_z$  — релятивистский импульс,  $v_z = p_z / m (1 + p_z^2 / m^2 c^2)^{1/2}$ ,  $e$  и  $m$  — заряд и масса электрона) решается с помощью метода крупных частиц, т. е. сводится к совокупности  $N$  ( $N$  — число частиц) обыкновенных дифференциальных уравнений вида

$$\frac{\partial p_{zk}}{\partial t} = q_k \tilde{E}_{zk}, \quad \frac{dz}{dt} = \frac{c^2}{\mathcal{E}_k} p_{zk},$$

$$\mathcal{E}_k = c (p_{zk}^2 + c^2 m^2)^{1/2}, \quad (5)$$

$$\tilde{E}_{zk} = \frac{1}{\Delta v_k} \iint E_z(r, z) S_k(r - r_k, z - z_k) r dr dz,$$

где  $S_k(r, z)$  — положительная функция «размазывания».

Соответствующие консервативные разностные схемы, применяемые для решения (1)–(5), описаны в работе [3]. Здесь лишь следует отметить, что баланс энергии в системе с катод-анодным промежутком несколько изменится вследствие наличия разности потенциалов между анодом и катодом, поддерживаемой внешними источниками энергии:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E}_{el-m} + A_{beam} - A_{ext} = -P_\sigma, \quad (6)$$

где  $P_\sigma$  — поток энергии электромагнитного поля через торец  $z=L$ ,  $A_{ext}$  — работа внешних сил в системе,  $A_{beam}$  — работа токов,  $\mathcal{E}_{el-m}$  — энергия электромагнитного поля. Соответствующим образом переищутся и разностные аналоги соотношения (6).

Для простоты внешний импульс электромагнитного поля считается постоянным во времени и моделируется наличием в области 1 (рис. 1) компоненты поля  $E_{z0}$  заданной величины. При этом величина тока инжекции определяется, исходя из величины компоненты  $E_z$  в близлежащих к катоду узлах пространственной сетки и свойств материала катода на основе формулы Фаулера—Нордгейма для автоэлектронной эмиссии [5]:

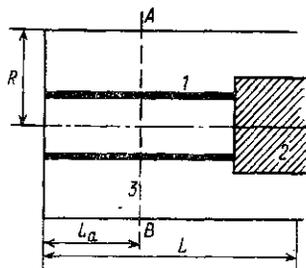


Рис. 1. Геометрия анализируемой системы (разрез по оси): 1 — замагниченный трубчатый электронный пучок, 2 — коллектор, 3 — анодная сетка

$$j_z = a \frac{E_z^2}{\varphi} \exp \{ -b\varphi^{3/2} \theta(\alpha)/E_z \},$$

где

$$a = \frac{e^2}{8\pi h}, \quad b = \frac{8\pi}{h} \sqrt{2m}, \quad \alpha = \frac{\sqrt{eE_z}}{\varphi},$$

а  $\theta(\alpha)$  — так называемая функция Нордгейма:

$$\theta(\alpha) = 1 - \alpha^2 \left( 1 - 0,85 \sin \frac{1 - \alpha}{\alpha} \right),$$

где  $h$  — постоянная Планка.

Величина  $E_z$  состоит из двух слагаемых — заданной постоянной составляющей  $E_{z0}$  и переменной величины  $E_{z, \text{el-mag}}$ , определяемой из решения полной самосогласованной системы уравнений Максвелла—Власова.

В дальнейшем предполагалось значение  $\varphi = 4$  эВ. Значения для  $E_{z0}$  варьировались в широких пределах от  $10^4$  до  $10^6$  кВ/см.

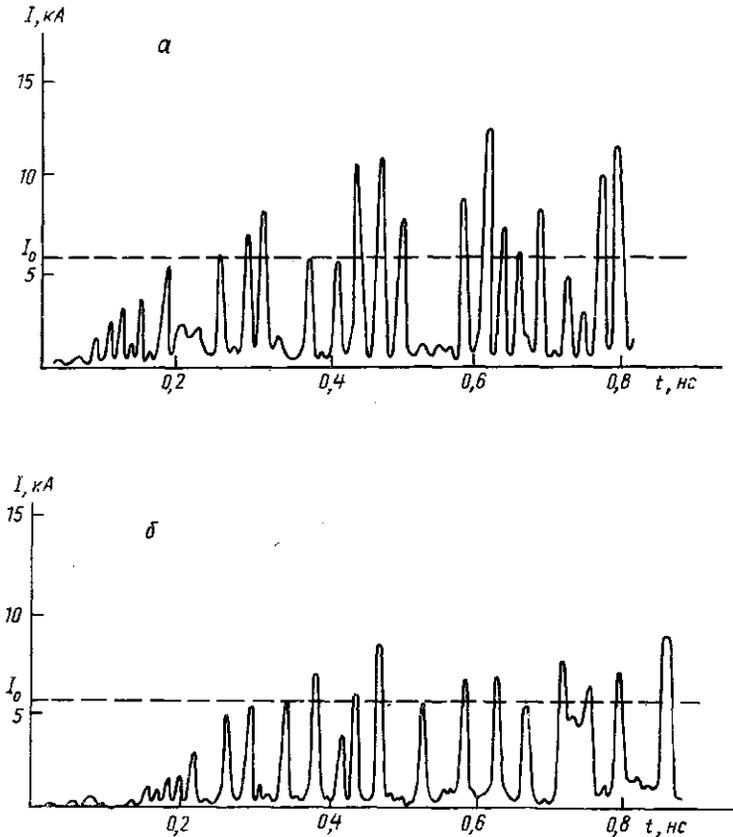


Рис. 2. Зависимость тока инжекции от времени при значении  $E_{z0} = 8 \cdot 10^5$  кВ/см;  $E_{z0}$  постоянно во время всего моделирования (а) и  $E_{z0}$  отлично от нуля при  $t < 0,1$  нс (б) ( $I_0$  — предельный вакуумный ток)

На рис. 2, а представлены зависимости тока инжекции от времени при значении  $E_{z0} = 8 \cdot 10^5$  кВ/см, причем внешний импульс электромагнитного поля действует в течение всего времени моделирования. При малых  $t$  можно отметить квазипостоянство тока инжектируемого в систему пучка. В дальнейшем картина принципиально меняется: ток инжекции представляет собой пульсирующую функцию с резкими пиками, частота появлений которых увеличивается при увеличении  $E_{z0}$ .

На рис. 2, б изображено то же самое, что и на рис. 2, а, с той лишь разницей, что  $E_{z0}$  отлично от нуля в течение очень короткого промежутка времени ( $\tau \approx 0,1$  нс). Выход на импульсный режим при этом несколько затягивается. Необходимо отметить, что и при  $t \gg \tau$  величина тока инжекции велика.

Основной вывод, который можно сделать из анализа рис. 2, заключается в принципиальной нестационарности процессов инжекции электронного пучка в сильноточных СВЧ-приборах. При этом амплитуда тока инжекции достигает значительной величины даже в те моменты времени, когда внешнее поле между катодом и анодом отсутствует (см. рис. 2, б). Таким образом, амплитуда возникшего в системе электромагнитного поля настолько велика, что инжекция электронов становится самоподдерживающейся. Вследствие того что в рамках модели генерируемое в системе электромагнитное поле является нестационарным и высокочастотным, аналогичными свойствами обладает и ток инжектируемого пучка. Такие нестационарные процессы приводят к усложнению картины формирования виртуального катода в сильноточном вакуумном СВЧ-приборе, поскольку на колебания виртуального катода оказывает влияние концентрация инжектируемого пучка, которая в свою очередь сложным образом зависит от времени и параметров системы (прежде всего  $E_{z0}$ ). Такого рода сложные нестационарные самосогласованные нелинейные процессы требуют отдельного детального рассмотрения. Следует также учитывать, что при проведении вычислительного эксперимента использовалась модель только автоэлектронной эмиссии без учета каких-либо иных механизмов формирования электронного пучка в прикатодной области.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность С. А. Якунину за обсуждение физической постановки задачи и внимание к работе.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Афонин А. М., Поезд А. Д. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1986. 27, № 6. С. 33. [2] Поезд А. Д., Якунин С. А. // Вычислительные методы: алгоритмы, программы, М., 1989. С. 112. [3] Майков А. Р., Поезд А. Д., Свешников А. Г., Якунин С. А. // ЖВМ и МФ. 1989. 29, № 7. С. 1000. [4] Кузелев М. В., Поезд А. Д., Рухадзе А. А. и др. // Матем. моделирование. 1989. 1, № 11. С. 34. [5] Бродский А. М., Гуревич Ю. Я. Теория электронной эмиссии из металлов. М., 1973.

Поступила в редакцию  
23.10.91