Marcuse D., Lin C.//IEEE J. Quant. Electron. 1981. **QE-17**, N 6. P. 869. [9] Дьяков Ю. Е.//Научн. труды радиотехн. ин-та АН СССР. М., 1968. С. 185. [10] Дьяков Ю. Е., Никитин С. Ю. Задачн по статистической радиофизике и оптике. М., 1985. [11] Anderson D., Lisak M.//Phys. Rev. 1987. **A35**, N 1. P. 184. [12] Manassah J. T.//Appl. Opt. 1986. **25**. P. 1737.

Поступила в редакцию 28.06.91

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА, АСТРОНОМИЯ. 1992. Т. 33, № 4

УДК 535.411

СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТОНКОСЛОЙНЫХ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ ФИЛЬТРОВ

А. В. Козарь, А. В. Козлов

(кафедра радиофизики)

Проведено теоретическое изучение спектральных характеристик (зависимости энергетического коэффициента пропускания от длины волны) тонкослойных (полная оптическая толщина всей структуры меньше полуволновой) интерференционных фильтров. Получены простые аналитические соотношения, позволяющие адекватно определять положение и глубину всех экстремумов на спектральных характеристиках таких фильтров. Изучены и обсуждены особенности спектров рассматриваемых структур и возможности их использования в задачах прикладной оптики. Проведенный на ЭВМ численный анализ подтвердил результаты теории.

В работе [1] сообщалось о возможности синтеза интерференционных фильтров с толщинами не только отдельных слоев, но и всей структуры в целом меньше полуволновой. Настоящая работа посвящена изучению спектральных характеристик тонкослойных интерференционных фильтров (ТИФ), т. е. исследованию зависимости энергетического коэффициента пропускания структуры от длины волны.

Пусть плоская монохроматическая волна падает нормально на многослойную периодическую структуру, состоящую из N плоскопараллельных слоев без поглощения с показателями преломления n_1 (первый слой со стороны падения волны) и n_2 и толщинами соответственно d_1 и d_2 , периодом n_1 , n_2 .

В [1] было показано, что условием полного пропускания падающего излучения для ТИФ является решение системы матричных уравнений, из которых непосредственно следует соотношение

$$U_{N/2-1}(x) = 0, (1)$$

где $U_k(x)$ — полином Чебышева второго рода:

$$U_{k}(x) = \frac{\sin[(k+1)\arccos(x)]}{\sqrt{1-x^{2}}}; \ x = \frac{(1-pT_{1}T_{2})}{\sqrt{(T_{2}^{2}+1)(T_{2}^{2}+1)}},$$

$$p=rac{n_1^2+n_2^2}{2n_1n_2};\; T_i\!=\!{
m tg}rac{{
m F}2\pi n_i d_i}{\lambda};\;\; i\!=\!1,\;2;\; \lambda$$
— длина волны.

Подставив выражение для полинома Чебышева в (1), получим

$$x = \cos\left(\frac{2\pi}{N}j\right),\tag{2}$$

где $j=1\div (k-1)$ при четном числе слоев $(N=2k),\ j=1\div k$ при нечетном числе слоев (N=2k+1).

Рассмотрим, как и в [1], наиболее простой и интересный случай ТИФ, состоящего из слоев с одинаковыми оптическими толщинами, т. е. $n_1d_1=n_2d_2$. Тогда соотношение (2) примет вид

$$(1 - pT_i^2)/(1 + T_i^2) = \cos\left(\frac{2\pi}{N}j\right),\tag{3}$$

Соотношение (3) позволяет определить все значения длин воли λ_{iM} , при которых на спектральной характеристике ТИФ наблюдаются абсолютные максимумы коэффициента пропускания в области тонкослойных решений, т. е. при $\lambda > 4n_id_i$. Подставляя в (3) значение T_i , окончательно получим

$$\lambda_{jM} = 2\pi n_i d_i / \arctan tg \sqrt{\frac{1 - \cos\frac{2\pi}{N} j}{p + \cos\frac{2\pi}{N} j}}.$$
 (4)

Аналогичным образом можно показать, что соотношение (4) определяет также все значения длин волн λ_{jm} , при которых имеют место локальные минимумы пропускания ТИФ в области $\lambda > 4n_id_i$, с той лишь разницей, что в (4) в этом случае $j=(2l-1)/2;\ l=1\div k$ (при N=2k+1); $l=1\div (k-1)\cdot ($ при N=2k).

Таким образом, определив все экстремальные точки λ_{jM} и λ_{jm} на спектральной характеристике $TU\Phi$ в области $\lambda > 4n_id_i$ (длинноволновая область спектра), можно перейти к анализу коротковолновой части спектра $TU\Phi$, т. е. области, в которой $\lambda < 4n_id_i$. Из периодичности тригонометрических функций следует, что максимумы пропускания $TU\Phi$ будут наблюдаться на длинах волн λ_{qM} , удовлетворяющих следующему условию:

$$\frac{2\pi n_i d_i}{\lambda_{aM}} = \left| \frac{2\pi n_i d_i}{\lambda_{iM}} \pm \pi q \right|,$$

где q — целое, или:

$$\lambda_{qM} = \frac{2n_i d_i \lambda_{jM}}{|q \lambda_{jM} \pm 2n_i d_i|}.$$
 (5)

Аналогично, минимальные значения коэффициента пропускания $\text{ТИ}\Phi$ будут иметь место при следующих значениях длин волн λ_{qm} :

$$\lambda_{qm} = \frac{2n_i d_i \lambda_{jm}}{|q \lambda_{jm} \pm 2n_i d_i|}.$$
 (6)

Кроме того, максимумы пропускания ТИФ должны наблюдаться на длинах волн λ_{sM} , которые могут быть найдены из очевидного соотношения:

$$\frac{2\pi n_i d_i}{\lambda_{sM}} = \pi s,$$

где s — натуральное число, или

$$\lambda_{sM} = 2 \frac{n_i d_i}{s}. \tag{7}$$

Минимумы пропускания ТИФ должны наблюдаться также на длинах волн, которые могут быть найдены из соотношения

$$\frac{2\pi n_i d_i}{\lambda_{sm}} = \frac{\pi}{2} (2s - 1),$$

или

$$\lambda_{sm} = 4 \frac{n_i d_i}{2s - 1}.\tag{8}$$

Таким образом, полное поле экстремумов на спектральных характеристиках ТИФ определяется совокупностью значений λ_{jM} и λ_{jm} в длинноволновой области спектра ($\lambda > 4n_id_i$) и λ_{qM} , λ_{qm} , λ_{sM} , λ_{sm} в коротковолновой ($\lambda < 4n_id_i$).

Рассмотрим теперь основные особенности спектральных характеристик ТИФ, предполагая, что все рассматриваемые ниже структуры имеют самый длинноволновый абсолютный максимум коэффициента пропускания на длине волны λ_{1M} , одинаковой для всех рассматриваемых структур.

Рассмотрим сначала длинноволновую часть спектра ТИФ. Прежде всего из соотношения (4) видно, что число максимумов и минимумов коэффициента пропускания при четном числе слоев (N=2k) равно (k-1), а при нечетном числе слоев (N=2k+1)-k. С другой стороны, записав соотношение (4) в виде

$$\frac{\lambda_{1M}}{\lambda_{jM}} = \arctan \sqrt{\frac{1 - \cos \frac{2\pi}{N} j}{p + \cos \frac{2\pi}{N} j}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1 - \cos \frac{2\pi}{N}}{p + \cos \frac{2\pi}{N}}},$$

легко видеть, что в случае $(\pi/k)j\ll 1$ (большое число слоев N и относительно малое j, т. є. достаточно длинноволновый пик пропускания) положение экстремума пропускания λ_{jM} относительно основного, наиболее длинноволнового, максимума λ_{1M} не зависит от числа N, толщин d_1 и d_2 и показателей преломления n_1 и n_2 слоев, а также от величины показателя преломления граничных сред n, т. е. в этом случае

$$\lambda_{1M}/\lambda_{jM}=j, \quad j=1 \div k.$$

Аналогично в случае $(\pi/k)j\ll 1$ для относительного положения минимумов коэффициента пропускания ТИФ можно записать

$$\lambda_{lm}/\lambda_{lm} = i, i = 2l - 1, l = 1 \div k.$$

Относительное положение наиболее длинноволнового максимума λ_{lm} и минимума λ_{lm} коэффициента пропускания ТИФ может быть найдено из соотношения

$$\frac{\lambda_{1m}}{\lambda_{1M}} = \arctan \sqrt{\frac{1-\cos\frac{\pi}{k}}{p+\cos\frac{\pi}{k}}} / \arctan \sqrt{\frac{1-\cos\frac{\pi}{2k}}{p+\cos\frac{\pi}{2k}}},$$

или в случае $\pi/k \ll 1$, т. е. при большом числе слоев N,

$$\lambda_{1m}/\lambda_{1M} = 2$$
,

В связи со структурной особенностью ТИФ — его тонкослойностью — абсолютное значение минимума энергетического коэффициента пропускания T_m на длинах волн λ_{im} при выполнении условия

 $(\pi/k)j\ll 1$ будет определяться практически лишь коэффициентами преломления слоев n_1 и n_2 и среды n, т. е. соотношением

$$T_m = \frac{4n^3n_1n_2}{(n_1n_2 + n^2)^2}. (9)$$

По мере возрастания j величина T_m на длинах волн λ_{jm} будет плавно уменьшаться, стремясь к своему абсолютному минимуму для данной структуры, реализуемому на длине волны λ_{1m} , определяемой по формуле (8), и равному

для N=2k

$$T_{\min} = \frac{4 \left(n_1 / n_2 \right)^N}{\left[1 + \left(n_1 / n_2 \right)^N \right]^2},\tag{10}$$

для N = 2k + 1

$$T_{\min} = \frac{4n^2 (n_2/n_1)^{2k} n_1^2}{[n_1^2 + n^2 (n_2/n_1)^{2k}]^2},$$
(11)

которое обусловлено тем, что на длинах волн λ_{sm} слои ТИФ становятся четвертьволновыми, причем первый такой абсолютный минимум пропускания ТИФ (s=1) является границей, разделяющей длинноволновую и коротковолновую области его спектра.

Коротковолновая область спектра ТИФ ($\lambda < 4n_id_i$), как видно из соотношений (5)—(8), состоит из периодически повторяющихся абсолютных для данной структуры минимумов, положение и глубина которых определяются соотношениями (8) и (10) или (11), и расположенной между ними «короны», которая состоит из N абсолютных максимумов и (N—1) локальных минимумов при N=2k+1; (N—1) абсолютных максимумов и (N—2) локальных минимумов при N=2k, положения которых определяются соотношениями (5)—(7). В каждой такой «короне» средний максимум является полуволновым, его положение определяется из (7). Остальные экстремумы в «короне» расположены симметрично относительно точки λ_{sm} , их положение определяется из (5), (6), а величина локальных минимумов равна величине соответствующих им минимумов в длинноволновой области спектра и определяется из (9). Как видно из соотношений (5)—(8), в отличие от длинноволновой части положение и величина экстремумов в коротковолно-

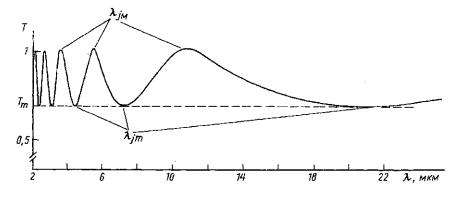


Рис. 1. Часть длинноволновой области спектральной характеристики многослойного $T H \Phi \ (\lambda {>} 8 n_i d_i)$

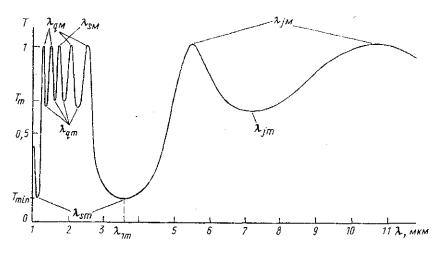


Рис. 2. Спектральная характеристика шестислойного ТИФ: d_1 =0,33 мкм, d_2 ==0,58 мкм

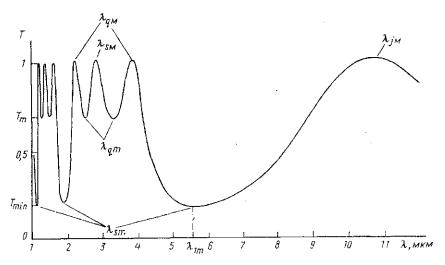


Рис. 3. Спектральная характеристика трехслойного ТИФ: $d_1 = 0,55$ мкм, $d_2 = 0,97$ мкм

вой части спектра сильно зависят как от толщин и числа слоев ТИФ, так и от их оптических характеристик.

В качестве иллюстрации на рис. 1—3 приведены характерные спектральные характеристики ТИФ, которые представляют собой результат численного эксперимента, выполненного на ЭВМ БЭСМ-6 по точным формулам и в соответствии с отработанной методикой, описанной в [2], позволяющей проводить адекватный расчет спектральных характеристик широкого класса слоисто-неоднородных сред. В качестве материалов слоев были взяты характеристики широко используемых в ИК-диапазоне диэлектрических материалов ZnSe $(n_1=2,55)$ и BaF₂ $(n_2=1,45)$. Толщины слоев ТИФ вычислялись по формулам и методике, изложенным в [1], таким образом, чтобы основной (наиболее длинноволновый) экстремум пропускания наблюдался на длине волны $\lambda_{1M}=$

=10,6 мкм (наиболее распространенная в системах ИК-локации, связи и радиометрии длина волны). ТИФ рассчитывался в «свободном пространстве», т. е. n=1; считалось, что показатели преломления сред не зависят от длины волны. Такой выбор параметров позволяет выявить присущие именно тонкослойным фильтрующим структурам особенности их спектральных характеристик.

Из численного эксперимента видно, что полученные аналитическим образом результаты относительно структуры и особенностей спектров ТИФ полностью подтвердились. Кроме того, численное сравнение положений и величины экстремумов, полученных из аналитических соотношений, приведенных в данной работе, и из численного эксперимента, показало, что их максимальное отличие наблюдается, как и следовало ожидать, в области длин волн $\lambda \approx 4n_id_i$, составляя при этом величину менее 2%.

Таким образом, на основании аналитического и численного (с применением ЭВМ) исследований спектральных характеристик нового класса фильтров — ТИФ — можно сделать следующие основные выводы. 1. Спектральные характеристики ТИФ можно условно разбить на две отличающиеся по своему характеру и особенностям области длинноволновую ($\lambda > 4n_id_i$) и коротковолновую ($\lambda < 4n_id_i$). 2. Отличительной особенностью длинноволновой области спектра многослойных ТИФ является инвариантность положения и глубины ее экстремумов (при $\lambda > 8n_id_i$) от числа и толщин слоев ТИФ, которые определяются лишь выбранными априорно значениями λ_{1M} , а также n_1, n_2 и n. Число максимумов и минимумов пропускания ТИФ в этой области равно k-1 при четном числе слоев (N=2k) или k при нечетном числе слоев (N=2k+1). 3. Қоротковолновая область спектра ТИФ представляет собой периодически повторяющуюся совокупность абсолютных максимумов и относительных минимумов, число и величина которых определяются числом и величиной соответствующих им экстремумов в длинноволновой области спектра, заключенных между абсолютными для данного типа ТИФ минимумами коэффициента пропускания; положечия всех экстремумов и глубина абсолютных минимумов ТИФ в коротковолновой области спектра сильно зависят от числа слоев ТИФ и их оптических характеристик. 4. Положение и глубина всех экстремумов на спектральных характеристиках ТИФ могут быть определены с хорошей точностью из приведенных в настоящей работе шений.

Таким образом, при аналитическом синтезе ТИФ для решения конкретных прикладных задач можно одновременно контролировать и син-

тезировать его спектральную характеристику.

Кроме того, особенности спектров ТИФ дают большие возможности для решения широкого класса спектральных задач прикладной оптики за счет, например, синтеза структур, представляющих собой совокупность нескольких различных ТИФ, использования частотной дисперсии величин n_1 и n_2 и зависимости спектра ТИФ от показателя преломления среды n и т. д.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Козарь А. В., Козлов А. В.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1989. **30**, № 3. С. 43. [2] Козарь А. В., Пирогов Ю. А., Сандалов А. Н.//Там же. 1982. **23**, № 5. С. 31.