

РАДИОФИЗИКА

УДК 533.951

О ВЛИЯНИИ ТЕПЛОВОГО ДВИЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ НА СИЛЬНО НЕЛИНЕЙНУЮ ЛЕНГМЮРОВСКУЮ ВОЛНУ

И. М. Алешин

(кафедра теоретической физики)

Методом кинетического уравнения исследуется стационарная нелинейная ленгмюровская волна. В качестве исходного распределения электронов по скоростям используется максвелловское. Для нахождения нелинейного тока применен асимптотический метод Лапласа. В отличие от варианта распределения типа «водяной мешок» снимается ограничение на амплитуду поля волны.

Решение уравнений Власова—Максвелла в виде стационарной продольной волны в гидродинамическом приближении, корректном при температуре электронов $T \rightarrow 0$, было получено в работах [1, 2]. Случай слабой нелинейности для произвольной величины T был рассмотрен в работах [3, 4]. Данная задача вновь привлекла внимание в связи с разработкой плазменных методов ускорения частиц (см., напр., [5]). В работе [6] содержится обзор исследований, цель которых — оценить влияние конечности температуры электронов на характер решений такого типа с помощью модельной функции распределения (так называемая модель «водяного мешка»). В этой работе утверждается, что повышение температуры приводит к уменьшению максимально допустимой амплитуды электрического поля. На наш взгляд, в данном случае существенна форма функции распределения; кроме того, в [6] функция распределения используется лишь для установления уравнения состояния электронной жидкости, а весь дальнейший анализ ведется в рамках модели «теплой» одножидкостной гидродинамики. С нашей точки зрения более последовательным является непосредственное решение уравнения Власова. Для модели «водяного мешка» такой подход реализован в [7], что не дало, однако, качественных отличий от результатов, полученных в [6]. В настоящей работе исходным принимается максвелловское распределение электронов по скоростям.

Ищем решение в виде стационарной волны, т. е. электрическое поле E и функция распределения F зависят от координат и времени лишь в комбинации $\tau = t - x/v_{ph}$, v_{ph} — фазовая скорость волны. Для простоты рассмотрим случай нерелятивистской динамики электронов. В этом случае система уравнений Власова—Максвелла сводится к двум уравнениям:

$$(1 - v_x/v_{ph}) \frac{\partial F}{\partial \tau} + (eE/m) \frac{\partial F}{\partial v_x} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial E}{\partial \tau} + 4\pi e \int dv_x v_x F = 0, \quad (2)$$

e, m, v — заряд, масса и скорость электрона. Используемый метод фактически соответствует методу Бернштейна—Грина—Крускала при отсутствии захваченных частиц, которыми мы пренебрегаем.

Решение уравнения (1) можно записать в виде $F = F(\sigma)$, где $\sigma = u^2/2 - u + \varphi/2$ — интеграл движения (механическая энергия электрона в системе отсчета, связанной с волной); $\varphi = 2 \int d\tau (eE/mv_{ph})$, $u = v_x/v_{ph}$. Выберем $F(\sigma)$ таким образом, чтобы при $\varphi \rightarrow 0$ функция $F(\sigma)$ переходила в максвелловскую.

Подставляя $F(\sigma)$ в (2), получаем обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2 \varphi}{d(\omega_p \tau)^2} + 2 \sqrt{\alpha/\pi} \int_L du u \exp \{-\alpha(1 - \sqrt{(1-u)^2 + \varphi})^2\} = 0. \quad (3)$$

Здесь $\alpha = v_{ph}^2/(2v_T^2)$, $v_T = T/m$, $\omega_p = 4\pi n e^2/m$, n — равновесная концентрация частиц, L — область интегрирования — промежутки действительной оси, на которых $(1-u)^2 + \varphi > 0$.

Для нахождения явного вида второго слагаемого в (3) при низкой температуре электронов используем асимптотический метод Лапласа [8]. Точки, дающие ос-

новой вклад в интеграл при $a \gg 1$, суть $u_0 = 1 \pm \sqrt{1-\varphi}$. Однако учитывать необходимо лишь один корень, с нижним знаком, так как второй не имеет физического смысла и появляется из-за неоднозначности корня в (3). С учетом этого получаем

$$\frac{d^2\varphi}{d(\omega_p\tau)^2} + 2 \left[\frac{1 - \sqrt{1-\varphi}}{\sqrt{1-\varphi}} + \frac{3}{4\alpha} \frac{\varphi}{(1-\varphi)^{3/2}} \right] = 0. \quad (4)$$

При $a = \infty$ уравнение (4) в точности совпадает с аналогичным уравнением в гидродинамической теории и [1], а при $\varphi \ll 1$, $a \gg 1$ — с нерелятивистским пределом этого уравнения в слабо нелинейной теории [3].

Уравнение (4) имеет вид уравнения движения нелинейного осциллятора единичной массы. Его первый интеграл

$$I = \frac{1}{2} \left(\frac{d\varphi}{d(\omega_p\tau)} \right)^2 + 2 \left[-\varphi - 2\sqrt{1-\varphi} + \frac{1}{2\alpha} \frac{\varphi}{(1-\varphi)^{3/2}} \right]. \quad (5)$$

График «потенциальной энергии» (второе слагаемое в (5)) представлен на рис. 1 для $a = \infty$ ($T=0$) и $a=15$. В первом случае допустимые значения I не могут превышать -2 , что соответствует максимальному значению $\varphi=1$. При этом амплитуда электрического поля также ограничена: $(eE/m\omega_p v_{ph}) \leq 1$. При конечном же a ограничение на I и амплитуду E снимается, но потенциал φ по-прежнему ограничен единицей.

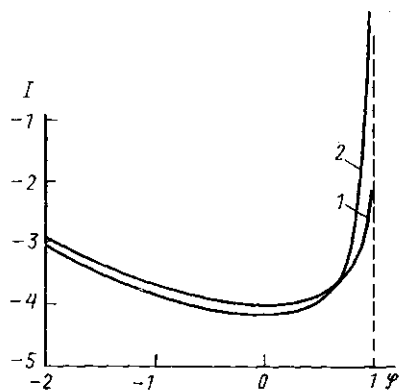


Рис. 1. Зависимость второго слагаемого (5) от φ : $a = \infty$ (1) и 15 (2)

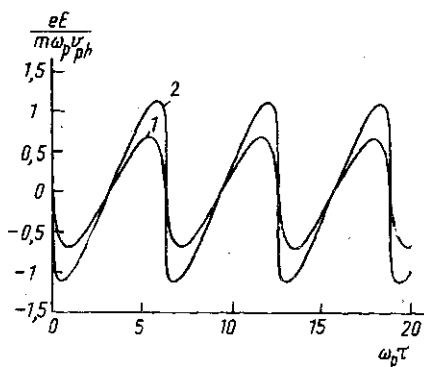


Рис. 2. Пространственно-временная зависимость электрического поля: $a = \infty$ (1) и 15 (2)

На рис. 2 представлены результаты численного решения уравнения (4), откуда непосредственно видно, что амплитуда электрического поля при $a < \infty$ больше максимального значения, даваемого гидродинамикой, что прямо противоположно выводам работы [6].

Автор благодарит Л. С. Кузьменкова и О. О. Трубачева за полезные замечания и обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ахиезер А. И., Любарский Г. Я. // ДАН СССР. 1951. 80. С. 193.
- [2] Ахиезер А. И., Половин Р. В. // ДАН СССР. 1960. 102. С. 919. [3] Кузьменков Л. С., Соколов А. А., Трубачев О. О. // Изв. вузов, Физика. 1983. № 12. С. 17. [4] Вахдейн А. С., Кузьменков Л. С., Трубачев О. О. // Физ. плазмы. 1989. 15. № 10. С. 1197. [5] Katsouleas T. // IEEE Trans. Plasma Sci. 1987. 15, N 2. P. 186. [6] Mori W. B., Katsouleas T. // Phys. Scr. 1990. 30. P. 127. [7] Ялышев С. А. Дипл. работа. (физ. ф-т МГУ) М., 1990. [8] Федорюк М. В. Асимптотика: интегралы и ряды. М., 1987.

Поступила в редакцию
12.12.91