

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 539.12.01

ТРЕХГЛЮОННАЯ РЕКОМБИНАЦИЯ ЧАРМОНИЯ
В КВАРК-ГЛЮОННОЙ ПЛАЗМЕ

Р. Н. Фаустов, И. Г. Василевская

(кафедра квантовой статистики и теории поля)

При определении соотношения вкладов различных возможных механизмов подавления рождения чармония J/ψ при столкновениях тяжелых ионов необходимо рассмотреть наряду с диссоциацией J/ψ в кварк-глюонной плазме конкурирующий рекомбинационный процесс трехглюонной аннигиляции $3g \rightarrow J/\psi$.

Эффект подавления рождения чармония при столкновениях тяжелых ионов был предсказан в работе [1] как следствие образования кварк-глюонной плазмы. Критическая температура перехода в фазу кварк-глюонной плазмы оценивается следующим образом: $140 < T_c < 250$ МэВ.

Предполагается, что при температурах, превышающих критическую, потенциал взаимодействия между кварками имеет вид экранированного кулоновского потенциала:

$$V(r, T) = \frac{\alpha_s(T)}{r} \exp \{-\mu(T)r\},$$

где $\alpha_s(T)$ — зависящая от температуры константа сильной связи,

$$\alpha_s(T) = \frac{g^2(T)}{4\pi},$$

$\mu(T)$ — масса экранирования,

$$\mu(T) = \frac{1}{r_D(T)},$$

$r_D(T)$ — дебаевский радиус экранирования.

В рамках теории возмущений получена следующая формула:

$$\mu(T) = \sqrt{1 + \frac{n_f}{6}} T g(T).$$

где n_f — число флэйворов.

Ожидается, что дебаевское экранирование потенциала взаимодействия тяжелых кварков будет эффективным механизмом для диссоциации $c\bar{c}$ - и $b\bar{b}$ - пар, что должно вести к подавлению связанных состояний тяжелых кварков. Однако пока не ясно, является ли наблюдавшееся подавление рождения J/ψ , ψ' и Υ -частиц сигналом образования кварк-глюонной плазмы. Допустима интерпретация имеющихся данных в рамках альтернативных моделей, предлагающих иные механизмы подавления связанных состояний тяжелых кварков:

- 1) дезинтеграция при столкновениях с адронами [2—5];
- 2) ядерные эффекты [6, 7].

В работах [8—10] предложена модель смешанной фазы кварк-глюонной плазмы и адронного газа. Однако остается неясным, какая часть экспериментально наблюдавшегося подавления J/ψ обусловлена диссо-

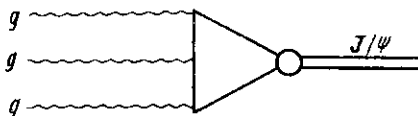
циацией чармония в кварк-глюонной плазме и какая доля вызвана дезинтеграцией чармония при столкновениях с адронами. Ситуация еще более осложняется возможностью образования чармония при температурах, превышающих критическую, но меньших температуры деконфайнмента: $T_c < T < T_D$ (полагается, что $T_D/T_c \approx 1,1-1,3$). Этот рекомбинационный процесс будет конкурировать с диссоциацией J/ψ в кварк-глюонной плазме.

Наиболее вероятно рождение J/ψ при аннигиляции трех глюонов:

$$3g \rightarrow J/\psi.$$

Диаграмма этого процесса изображена на рисунке. Ей соответствует матричный элемент

$$F = \frac{g^3}{(2\pi)^{9/2}} \int d^4 q_1 \text{Tr} \left\{ \Delta(q_1) \Gamma(q_1, q_4) \Delta(q_4) \frac{\lambda^c}{2} \gamma_\nu \times \right. \\ \left. \times \Delta(q_3) \frac{\lambda^b}{2} \gamma_\beta \Delta(q_2) \frac{\lambda^a}{2} \gamma_\alpha \right\} G_\alpha^a(k_1) G_\beta^b(k_2) G_\nu^c(k_3), \quad (1)$$



где Δ — пропагатор кварка; $k_i, i = \overline{1, 3}$, — 4-импульсы глюонов; $q_i, i = \overline{1, 4}$, — 4-импульсы виртуальных кварков.

Вершина $\Gamma(q_1, q_4)$ удовлетворяет уравнению

$$\Gamma(q_1, q_4) = \int \frac{d^4 s}{(2\pi)^4} V(q, s; p) \Delta\left(\frac{p}{2} + s\right) \Gamma\left(\frac{p}{2} + s, \frac{p}{2} - s\right) \times \\ \times \Delta\left(\frac{p}{2} - s\right), \quad (2)$$

где $p = q_1 + q_4$, $q = (q_1 - q_4)/2$.

Двухвременная волновая функция связана с вершиной Γ соотношением

$$\Psi_p(s) = \Delta\left(\frac{p}{2} + s\right) \Gamma\left(\frac{p}{2} + s, \frac{p}{2} - s\right) \Delta\left(\frac{p}{2} - s\right).$$

Одновременная волновая функция в импульсном представлении вводится следующим образом:

$$\Psi_p(s) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ds^0}{2\pi} \Psi_p(s) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ds^0}{2\pi} \Delta\left(\frac{p}{2} + s\right) \times \\ \times \Gamma\left(\frac{p}{2} + s, \frac{p}{2} - s\right) \Delta\left(\frac{p}{2} - s\right). \quad (3)$$

Предполагая, что взаимодействие является мгновенным, т. е. V не зависит от нулевых компонент относительных 4-импульсов, можно преобразовать уравнение (2), используя выражение (3), к виду

$$\Gamma(q_1, q_4) = \int \frac{d^3 s}{(2\pi)^3} V(q, s; p) \Psi_p(s).$$

Теперь воспользуемся квазипотенциальным уравнением [11] в системе центра масс:

$$(M - 2\sqrt{q^2 + m_c^2}) \psi_p(q) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3s V(q, s; p) \psi_p(s),$$

где m_c — масса c -кварка, M — масса чармония, $q = q_1 = -q_4$.

В итоге получим соотношение

$$\Gamma(q_1, q_4) = (M - 2\sqrt{q^2 + m_c^2}) \psi_p(q). \quad (4)$$

Последующие вычисления показывают, что основной вклад дает скалярная часть волновой функции, т. е. $\psi_{\alpha\beta} = \psi_s \delta_{\alpha\beta}$. Для 3S_1 -состояния чармония $\psi_s(q) = \psi_s(|q|)$.

Вероятность процесса определяется выражением

$$\Gamma = \frac{1}{2M} \int d^4k_1 \int d^4k_3 \bar{F} F \delta(k_1^2) \delta(k_3^2). \quad (5)$$

Подставляя выражения (1) и (4) в равенство (5), получим

$$\begin{aligned} \Gamma = & \frac{64\alpha_s^3 m_c^2}{\pi^2 M} \int_0^{M/2} dk_1 \int_{f_1}^{f_2} dk_3 \frac{k_1 k_3}{M - k_1 - k_3} \left\{ \frac{1}{9} [5k_1^2 + k_3^2] \times \right. \\ & \times \left[\int dq q \psi(q) (2\sqrt{q^2 + m_c^2} - M) J_1 \right]^2 - \frac{4}{9M} \left[\frac{k_1^2}{5} \times \right. \\ & \times \{M(13(M - k_3) + 4k_1) + 16m_c^2\} + M k_1 k_3^2 \} \times \\ & \times \int dq q \psi(q) (2\sqrt{q^2 + m_c^2} - M) J_1 \int dq q \psi(q) J_2 \times \\ & \times (M + 2\sqrt{q^2 + m_c^2})^{-1} + \frac{4}{9M^2} \left[\frac{2}{5} k_1^2 \{5M^2(M - k_3)^2 + \right. \\ & + (4m_c^2 + M k_1) \left[2m_c^2 + M \left(\frac{k_1}{2} + M - k_3 \right) \right] \} + \\ & \left. \left. + M^2 k_1^2 k_3^2 \right] \left[\int dq q \psi(q) J_2 (M + 2\sqrt{q^2 + m_c^2})^{-1} \right]^2 \right\}, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$k_1 = |k_1|,$$

$$k_3 = |k_3|,$$

$$f_1 = \frac{M(M - 2k_1)}{2(M - k_1)},$$

$$f_2 = \frac{M(M - k_1)^2 + (k_1)^2}{2(M - k_1)},$$

$$\begin{aligned} J_1 = & \frac{2}{k_3^2 (M - k_1) (q^2 + m_c^2)} \ln \frac{\sqrt{q^2 + m_c^2} + q}{\sqrt{q^2 + m_c^2} - q} - \\ & - \frac{F_1}{M - k_1} \frac{1}{(M - k_1 - k_3) \sqrt{q^2 + 2k_1^2}} + \frac{F_2}{2k_3 (M - k_1 - k_3) \sqrt{q^2 + 2k_3^2 + m_c^2}}, \end{aligned}$$

$$J_2 = \frac{M^2}{k_1 k_3 (M - k_1) (q^2 - m_c^2)} \ln \frac{\sqrt{q^2 - m_c^2} - q}{\sqrt{q^2 + m_c^2} + q} +$$

$$+ \frac{1}{2(M - k_1 - k_3)} \frac{1}{\sqrt{q^2 + 2k_1^2}} \left[\frac{F_1(4k_1 - 3M)}{M - k_1} - \left(4 + \frac{M}{k_1}\right) F_3 \right] +$$

$$+ \frac{MF_2}{k_3(M - k_1 - k_3) \sqrt{q^2 + 2k_3^2 + m_c^2}},$$

$$F_1 = \frac{1}{\sqrt{q^2 + 2k_1^2} + M - k_1} \ln \left\{ \frac{\sqrt{q^2 + 2k_1^2} - q}{\sqrt{q^2 + 2k_1^2} + 2(M - k_1) + q} \times \right.$$

$$\times \frac{\sqrt{q^2 + 2k_1^2} + M - k_1 + |M - k_1 - q|}{\sqrt{q^2 + 2k_1^2} + M - k_1 - |M - k_1 - q|} \left. \right\} + \frac{1}{\sqrt{q^2 + 2k_1^2} - M + k_1} \times$$

$$\times \ln \frac{(\sqrt{q^2 + 2k_1^2} + q) |\sqrt{q^2 + 2k_1^2} - M + k_1 - |M - k_1 - q||}{(2(M - k_1) - \sqrt{q^2 + 2k_1^2} + q) (\sqrt{q^2 + 2k_1^2} - M + k_1 + |M - k_1 - q|)},$$

$$F_2 = \frac{1}{\sqrt{q^2 + 2k_3^2 + m_c^2} + k_3} \ln \left\{ \frac{\sqrt{q^2 + 2k_3^2 + m_c^2} + \sqrt{(q - k_3)^2 + m_c^2} + k_3}{\sqrt{q^2 + 2k_3^2 + m_c^2} + \sqrt{(q + k_3)^2 + m_c^2} + k_3} \times \right.$$

$$\times \frac{\sqrt{q^2 + 2k_3^2 + m_c^2} - \sqrt{(q + k_3)^2 + m_c^2} + k_3}{\sqrt{q^2 + 2k_3^2 + m_c^2} - \sqrt{(q - k_3)^2 + m_c^2} + k_3} \left. \right\} + \frac{1}{\sqrt{q^2 + 2k_3^2 + m_c^2} + k_3} \times$$

$$\times \ln \left\{ \frac{(\sqrt{q^2 + 2k_3^2 + m_c^2} + \sqrt{(q + k_3)^2 + m_c^2} - k_3) \times}{(\sqrt{q^2 + 2k_3^2 + m_c^2} + \sqrt{(q - k_3)^2 + m_c^2} - k_3) \times} \right.$$

$$\times \frac{|\sqrt{q^2 + 2k_3^2 + m_c^2} - \sqrt{(q - k_3)^2 + m_c^2} - k_3|}{(\sqrt{(q + k_3)^2 + m_c^2} - \sqrt{q^2 + 2k_3^2 + m_c^2} + k_3)} \left. \right\},$$

$$F_3 = \frac{1}{\sqrt{q^2 + 2k_1^2} + k_1} \ln \frac{(\sqrt{q^2 + 2k_1^2} + q + 2k) (\sqrt{q^2 + 2k_1^2} + k_1 - |q - k_1|)}{(\sqrt{q^2 + 2k_1^2} - q) (\sqrt{q^2 + 2k_1^2} + k_1 + |q - k_1|)} +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{q^2 + 2k_1^2} - k_1} \ln \frac{(2k_1 - \sqrt{q^2 + 2k_1^2} + q) (\sqrt{q^2 + 2k_1^2} - k_1 + |q - k_1|)}{(\sqrt{q^2 + 2k_1^2} + q) |\sqrt{q^2 + 2k_1^2} - k_1 - |q - k_1||}.$$

Результаты расчетов величины Γ по формуле (6) при различных возможных значениях температуры приведены в таблице. При вычисле-

Зависимость Γ ($3g \rightarrow J/\psi$) от температуры

T , МэВ	200	250	300
Γ , кэВ	23,1	15,9	15,2

ниях на ЭВМ были использованы следующие значения параметров: $\alpha_s = 0,255$; $m_c = 1,58$ ГэВ; $M = 3,097$ ГэВ. При этом предполагалось, что

зависимостью массы c -кварка от температуры можно пренебречь ввиду ее слабости.

Таким образом, вероятность трехглюонной рекомбинации J/ψ может составлять величину порядка нескольких процентов от вероятности диссоциации J/ψ в кварк-глюонной плазме [1], что необходимо учитывать при описании процессов рождения J/ψ в столкновениях тяжелых ионов.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Matsui T., Satz H.//Phys. Lett. 1986. 178B. P. 416. [2] Karsch F., Satz H. Preprint CERN-TH. 5900/90. [3] Blaizot J.-P., Ollitrault J.-Y.//Phys. Rev. 1989. D39. P. 232. [4] Gavin S., Gyulassy M., Jackson A.//Phys. Lett. 1988. 207B. P. 263. [5] Vogt R., Gavin S. Preprint HU-TFT-90-57. 1990. [6] Capella A. et al.//Phys. Lett. 1988. 206B. P. 354. [7] Vogt R., Brodsky S. J., Hoyer P. Preprint SLAC-PUB-5421. 1991. [8] Prorok D. Preprint ITP UW. 732/89. [9] Prorok D. Preprint ITP UW. 770/90. [10] Prorok D. Preprint ITP UW. 754/90. [11] Faustov R. N.//Ann. of Phys. (N. Y.) 1973. 78. P. 176.

Поступила в редакцию
27.01.92

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1992. Т. 33, № 6

УДК 519.21

МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ В СЛУЧАЕ НЕТОЧНО ЗАДАННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИИ И ЕЕ АРГУМЕНТА

А. Б. Кнуренко, Ю. П. Пытьев

(кафедра физики атмосферы и математической геофизики)

Предложен новый вариант метода наименьших квадратов в задаче восстановления функциональной зависимости по данным измерений с ошибками значений функции и ее аргумента.

Метод наименьших квадратов (МНК) является одним из наиболее распространенных среди методов, используемых при анализе и интерпретации экспериментальных данных. В значительной степени это связано с простотой его формулировки и алгоритмической реализации. МНК включен в десятки различных программных пакетов, предназначенных в основном для обработки данных экспериментальных исследований.

Суть МНК сводится к следующему.

Пусть

$$\xi_i = u(a_0, a_1, \dots, a_n, x_i) + v_i \quad (1)$$

— результат измерения значения $u(a_0, a_1, \dots, a_n, \cdot)$ с ошибкой v_i , $i = 1, \dots, k$. По результатам k измерений $\xi_1, \dots, \xi_k$ требуется определить $a_0, a_1, \dots, a_n$. В равенстве (1) значение $x = x_i$ считается известным, $i = 1, \dots, k$, значения $a_0, a_1, \dots, a_n$ — неизвестными, но предполагается, что $a = (a_0, a_1, \dots, a_n) \in \mathcal{A}$, где $\mathcal{A}$ — заданное множество в $\mathcal{R}_{n+1}$. Тогда в общем виде задачи, решаемые МНК, могут быть сформулированы следующим образом: требуется определить $\hat{a} = (\hat{a}_0, \hat{a}_1, \dots, \hat{a}_n)$ так, чтобы

$$\sum_{i=1}^k \|\xi_i - u(\hat{a}, x_i)\|^2 = \min_{a \in \mathcal{A}} \sum_{i=1}^k \|\xi_i - u(a, x_i)\|^2.$$