янного поля и обычно измеряемой функцией корреляции амплитуды поля R_A.

Суммируя все полученные результаты, можно отметить, что для исследования геометрии рассеивающих мелкомасштабных неоднородностей ионосферы наиболее благоприятна область $\beta \geqslant 1{,}6$, поскольку в этом случае можно без опасений пользоваться алгоритмом (3) для определения e, α. Напротив, в случае малых β приходится производить пересчет измеренных дисперсий в соответствии с формулой (7), так как прямое применение алгоритма (3) ведет, как показано, к весьма ощутимым ошибкам в определении e, α. Величина этих ошибок существенно зависит от геометрии и ориентации измерительной системы. Таким образом, при проведении реальных измерений необходимо осуществлять постоянный контроль за величиной β.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Миркотан С. Ф., Кушнеревский Ю. В. Неоднородная структура и движения в ионосфере. М., 1964. [2] Гусев В. Д., Гайлит Т. А., Иванов М. И., Перекалина Е. О.//Геомагнетизм и аэрономия. 1982. 22, № 5. С. 753. [3] Гусев В. Д., Голынский С. М.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1992. 33, № 4. С. 8. [4] Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М., 1982. [5] Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы. М., 1989. [6] Альперт Я. Л. Распространение радиоволн и ионосфера. М., 1960.

Поступила в редакцию
21.05.92

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1993. Т. 34, № 3

ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ

УДК 621.373.7

СОЛИТОННЫЕ МЕХАНИЗМЫ ФОРМИРОВАНИЯ СВЕРХКОРОТКИХ ИМПУЛЬСОВ В ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКИХ ЛАЗЕРАХ С АКТИВНОЙ СИНХРОНИЗАЦИЕЙ МОД

В. А. Выслоух, Э. Марти-Панаменьо *)
(кафедра общей физики для физического факультета)

Проведено аналитическое и численное исследование основных закономерностей генерации сверхкоротких импульсов в волоконно-оптическом лазере с активной синхронизацией мод. Показано, что использование солитонных эффектов позволяет более чем на порядок сократить длительность выходного импульса без потери средней мощности.

Создание солитонных лазеров [1], генерирующих стабильные импульсы с длительностью в десятки фемтосекунд, несомненно, является одним из ярких достижений в квантовой электронике. Первоначально они строились по двухрезонаторной схеме: основной резонатор представлял собой синхронно-накачиваемый лазер на центрах окраски, а связанный с ним дополнительный резонатор, содержащий пассивный нелинейный световод, использовался для аддитивной синхронизации мод. Прогресс в технологии изготовления активных волоконных световодов, легированных ионами эрбия или других редкоземельных металлов, привел к созданию несравненно более простых и надежных устройств — кольцевых волоконно-оптических лазеров, в которых актив-

*) Институт астрофизики, оптики и электроники, Пуэбла, Мексика.

ный световод совмещает функции усилителя и формирователя сверхкоротких солитонных импульсов. К настоящему времени в волоконных лазерах на основе активных световодов успешно реализованы солитонные режимы генерации с помощью как активной [2], так и пассивной синхронизации мод [3]. Теория подобных устройств базируется в основном на результатах компьютерного моделирования [4]. Методики статистического моделирования динамики генерации были детально разработаны в начале 80-х гг. в связи с анализом процессов в комбинационных световодных лазерах [5].

Настоящая работа посвящена выявлению основных закономерностей и оптимальных режимов солитонной генерации кольцевых волоконных лазеров с активной синхронизацией мод. Анализ ведется в рамках теории возмущений на основе метода обратной задачи рассеяния [6], который хорошо зарекомендовал себя при решении задач об усилении солитонов [7], в сочетании с компьютерным моделированием.

Блок-схема моделируемого лазера представлена на рис. 1. Фактически она включает в себя только два элемента: легированный ионами эрбия волоконный световод, который накачивается, например, лазерным диодом, и амплитудный модулятор.

Математическое описание процесса усиления сверхкороткого импульса в активном световоде к настоящему времени неплохо разработано [7] и апробировано путем сравнения с экспериментальными данными. Оно базируется на нелинейном уравнении Шрёдингера, описывающем динамику изменения с расстоянием комплексной амплитуды огибающей,

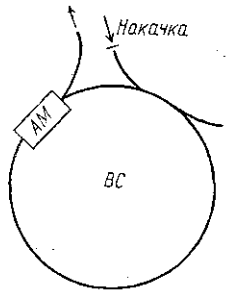

Рис. 1. Схема волоконно-оптического лазера с активной синхронизацией мод: *AM* — амплитудный модулятор, *BC* — активный волоконный световод

$$i\frac{\partial\psi}{\partial z}=\frac{1}{2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\tau^2}+(1-\beta)|\psi|^2\psi+\beta Q\psi+i\frac{1}{2}GP. \qquad (1)$$

Первое слагаемое в правой части (1) описывает дисперсионное расплывание импульса, второе — фазовую самомодуляцию, обусловленную электронной нелинейностью керровского типа; появление третьего члена связано с инерционным рамановским вкладом в нелинейную восприимчивость; последнее слагаемое учитывает вклад в поляризацию активных ионов. В уравнении (1) расстояние z выражено в дисперсионных длинах $L_d=\tau_0^2/|k''_{\omega^2}|$, бегущее время $\tau=(t-z/u_g)$ нормировано на начальную длительность импульса τ_0, u_g — групповая скорость. Комплексная амплитуда нормирована на амплитуду солитона с длительностью τ_0. Параметр β ($\beta\approx0{,}2$) характеризует рамановский вклад в нелинейную восприимчивость. Параметр усиления $G=L_d/L_a$, где L_a — длина усиления.

Динамика волны молекулярных колебаний описывается уравнением

$$\mu^2\frac{\partial^2 Q}{\partial\tau^2}+2\mu\delta\frac{\partial Q}{\partial\tau}+Q=|\psi|^2, \qquad (2)$$

в котором параметр $\mu=(\tau_0\Omega_R)^{-1}$, $\delta=(T_2^R\Omega_R)$, где Ω_R — резонансная частота молекулярных колебаний, $T_2^R\sim10^2$ фс — время, характеризующее ширину линии комбинационного рассеяния.

Безразмерная комплексная амплитуда поляризации активных ионов удовлетворяет уравнению

$$\gamma_a \frac{\partial P}{\partial \tau} + (1 + i\gamma_a \Delta\Omega) P = \psi, \tag{3}$$

в котором параметр $\gamma^a = T_2/\tau_0$, $T_2 \sim 10^2$ фс характеризует ширину линии усиления, $\Delta\Omega = \tau_0(\omega_0 - \omega_{12})$ — нормированная отстройка несущей частоты импульса ω_0 от частоты резонансного перехода ω_{12}. В дальнейшем рассмотрении мы ограничимся случаем $\Delta\Omega = 0$. Напомним, что (3) записано в предположении о малости плотности энергии усиливаемого импульса по сравнению с плотностью энергии насыщения.

Отметим, что уравнения (1)—(3) адекватно описывают процесс усиления импульсов с длительностью $\tau_0 \sim T_2^R \sim T_2 \sim 10^2$ фс; для более коротких фемтосекундных импульсов необходимо учитывать материальную дисперсию высших порядков и нелинейную дисперсию групповой скорости.

Для более длинных пикосекундных импульсов $\tau_0 > 1$ пс можно воспользоваться малостью параметров μ, $\gamma_R = 2\mu\delta$, γ_a и свести систему (1)—(3) к одному нелинейному уравнению шрёдингеровского типа

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \tau^2} + |\psi|^2 \psi + i \frac{1}{2} G\psi + \hat{L}\psi, \tag{4}$$

в котором оператор

$$\hat{L}\psi = i \frac{1}{2} \gamma_a G \frac{\partial \psi}{\partial \tau} - \gamma_R \psi \frac{\partial}{\partial \tau} |\psi|^2$$

содержит возмущающие члены, учитывающие в первом порядке малости по γ_a и γ_R конечную ширину линии усиления и инерционность рамановского отклика. Более детальная информация о математических моделях волоконно-оптических усилителей приведена в [7].

Так как в лазере усиливается непрерывная последовательность импульсов, то в уравнении (1) необходимо учесть истощение накачки. Условие энергетического баланса, записанное на периоде повторения, приводит к следующему выражению для коэффициента усиления:

$$G = G_0/(1 + \sigma W_l/W_p), \tag{5}$$

в котором W_p — энергия накачки за период, $W_l = \int_{-T/2}^{T/2} |\psi|^2 d\tau$ — энергия лазерного импульса, а коэффициент σ равен отношению сечений накачиваемого и лазерного переходов.

Изменение формы импульса при прохождении через амплитудный модулятор описывается передаточной функцией

$$K_a(\tau) = t_a \exp\{-\delta_a \sin^2(\Omega_a \tau + \varphi_a)\}, \tag{6}$$

в которой δ_a, Ω_a, φ_a — глубина, частота и фаза модуляции, а коэффициент $t_a < 1$ учитывает потери, в том числе связанные с выводом излучения.

Аналитические оценки стационарных параметров

С точки зрения достижения максимальной интенсивности и минимальной длительности генерируемого импульса априори представляется оптимальным адиабатический режим усиления, когда рост ампли-

туды солитонного импульса сопровождается одновременным уменьшением его длительности. Как известно [7], адиабатический режим реализуется при условии, что длина усиления L_a заметно превышает дисперсионную длину L_d и, следовательно, параметр усиления $G<1$ является малым. Этому случаю соответствует односолитонное решение нелинейного уравнения Шрёдингера (4)

$$\psi_s(z, \tau) = \varkappa(z) \operatorname{sech}\{\varkappa(z)[\tau - V(z) z]\} \exp\{i\Phi(z, \tau)\}, \tag{7}$$

с медленно изменяющимися по z параметрами: формфактором $\varkappa(z)$, определяющим амплитуду солитона и его длительность $\tau_s = \varkappa^{-1}$, скоростью $V(z)$, совпадающей в принятой нормировке с безразмерным сдвигом частоты относительно несущей, и фазой $\Phi(z, \tau)$. Из (4) видно, что при прохождении солитоном малого усиливающегося участка dz возникает возмущение комплексной амплитуды $\delta\psi$:

$$\delta\psi = (1/2) G\psi_s dz. \tag{8}$$

Для вычисления приращения формфактора $\delta\varkappa$ воспользуемся известной формулой [6], связывающей $\delta\varkappa$ с возмущением комплексной амплитуды:

$$\delta\varkappa = \varkappa \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sech}(\varkappa\tau) \operatorname{Re}(\delta\psi)\, d\tau \tag{9}$$

и записанной здесь для случая $V=0$. Поставляя (8) в (9), получаем обыкновенное дифференциальное уравнение, описывающее рост $\varkappa$ на активном участке световода:

$$\frac{d\varkappa}{dz} = G\varkappa. \tag{10}$$

Проинтегрировав (9), запишем соотношение, связывающее выходное $\varkappa_1$ и входное $\varkappa_0$ значения формфактора:

$$\varkappa_1 = \varkappa_0 \exp\{GL_f\}, \tag{11}$$

в котором L_f — длина световода. Приращение формфактора $\Delta\varkappa = \varkappa_1 - \varkappa_0$ выражается следующим образом:

$$\Delta\varkappa = \varkappa_0 [\exp\{GL_f\} - 1]. \tag{12}$$

Проанализируем изменение $\varkappa$ при прохождении через амплитудный модулятор. Очевидно, наиболее благоприятной является ситуация, когда вершина импульса проходит через модулятор в момент максимума пропускания ($\tau=0$, $\varphi_a=0$). Возмущение комплексной амплитуды для случая $\varphi_a=0$ имеет вид

$$\delta\psi = \{-[1 - t_a(1 - d_a/2)] + t_a(d_a/2)\cos(2\Omega_a\tau)\}\psi_s. \tag{13}$$

Подставляя (13) в (9) и интегрируя по τ, получаем изменение формфактора после прохождения модулятора:

$$\Delta\varkappa = -2\varkappa_1\left[1 - t_a\left(1 - \frac{d_a}{2}\right)\right] + \varkappa_1 t_a d_a \left(\frac{\pi\Omega_a}{\varkappa_1}\right)\left[\operatorname{sh}\left(\frac{\pi\Omega_a}{\varkappa_1}\right)\right]^{-1}. \tag{14}$$

В практически важном случае, когда длительность солитона существенно меньше времени пропускания модулятора ($\Omega_a/\varkappa_1<1$), (14) приводится к более простому виду:

$$\Delta\varkappa = -2\varkappa_1(1 - t_a). \tag{15}$$

В установившемся режиме генерации увеличение $\varkappa$ за счет усиления (12) компенсируется его уменьшением при прохождении модулятора (15), что, с учетом (5), приводит к формуле для стационарного значения:

$$\varkappa_s = \frac{1}{2\alpha}\left[\frac{G_0 L_f}{\ln[1-2(1-t_a)]^{-1}} - 1\right], \tag{16}$$

где $\alpha = \sigma/W_p$. Эта полезная формула позволяет оценить максимальное достижимое значение амплитуды и, следовательно, минимальное значение длительности $\tau_s = \varkappa_s^{-1}$ генерируемого лазером пикосекундного солитона. Если потери, вносимые модулятором, малы ($(1-t_a) \ll 1$), то (16) приобретает еще более простой вид:

$$\varkappa_s = \frac{1}{2\alpha}\left[\frac{G_0 L_f}{2(1-t_a)} - 1\right]. \tag{17}$$

Из (17), в частности, следует, что солитонные механизмы формирования импульса начинают работать при выполнении неравенства

$$G_0 L_f > 2(1-t_a). \tag{18}$$

Кратко остановимся на роли возмущающих факторов, описываемых в (4) оператором $L\psi$. В первом порядке малости по параметру γ_a учет конечной ширины линии усиления приводит лишь к появлению дополнительного группового запаздывания импульса. Чтобы убедиться в этом, запишем выражение для соответствующего возмущения комплексной амплитуды:

$$\delta\psi = \frac{1}{2}\gamma_a G \frac{\partial\psi_s}{\partial\tau}\, dz. \tag{19}$$

Воспользовавшись известной формулой сдвига вершины солитона [6]

$$\delta\tau_c = \int_{-\infty}^{\infty} \tau \operatorname{sech}(\varkappa\tau) \operatorname{Re}(\delta\psi)\, d\tau, \tag{20}$$

получаем после подстановки (19) в (20) и интегрирования по τ и z выражение для дополнительного группового запаздывания, обусловленного активными ионами:

$$\Delta\tau_c = (1/2)\gamma_a G L_f. \tag{21}$$

Отсюда, в частности, следует, что для достижения минимальной длительности частоту амплитудной модуляции следует выбирать с учетом этого дополнительного запаздывания.

Роль комбинационного самопреобразования частоты в процессе усиления сверхкороткого импульса детально обсуждалась нами в работе [7]. Кардинальное значение здесь имеет сдвиг несущей частоты в красную область:

$$\Delta\Omega = \Delta V = -(8/15)\gamma_R \varkappa^4 L_f, \tag{22}$$

который «уводит» спектр усиливаемого солитона из-под контура линии усиления, препятствуя нарастанию амплитуды и, следовательно, достижению минимальной длительности. Кроме того, возникает дополнительное групповое запаздывание, смещающее импульс относительно максимума пропускания модулятора. Для подавления этих нежелательных эффектов можно использовать фазовый модулятор с коэффициентом передачи

$$K_p(\tau) = \exp\{-id_p \cos(\Omega_p\tau + \varphi_p)\}, \tag{23}$$

в котором d_p, Ω_p, φ_p — глубина, частота и фаза модуляции. Прохождению солитона через фазовый модулятор соответствует возмущение комплексной амплитуды

$$\delta\psi = [K_p(\tau) - 1]\,\psi_s. \tag{24}$$

Воспользовавшись формулой для приращения скорости солитона [7]

$$\delta V = \varkappa \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sech}(\varkappa\tau)\,\operatorname{th}(\varkappa\tau)\,\operatorname{Im}(\delta\psi)\,d\tau \tag{25}$$

и подставляя в нее (24), получаем выражение для сдвига частоты

$$\Delta\Omega = d_p\Omega_p \sin(\varphi_p)\left(\frac{\pi\Omega_p}{2\varkappa}\right)\left[\operatorname{sh}\left(\frac{\pi\Omega_p}{2\varkappa}\right)\right]^{-1}, \tag{26}$$

приведенное здесь для случая малой глубины модуляции $d_p < 1$. При условии, что $\Omega_p/\varkappa < 1$, (26) принимает вид

$$\Delta\Omega = d_p\Omega_p \sin(\varphi_p). \tag{27}$$

Сопоставляя (22) и (27), легко оценить глубину фазовой модуляции, которая компенсирует рамановский сдвиг частоты для случая $\varphi_p = \pi/2$:

$$d_p = \frac{8}{15}\,\gamma_R\,\frac{\varkappa^4 L_f}{\Omega_p}. \tag{28}$$

Завершая этот раздел, отметим, что приведенные аналитические результаты базируются на ограничивающих предположениях об односолитонном режиме генерации, адиабатичности усиления, малости возмущений и поэтому нуждаются в верификации средствами численного эксперимента.

Результаты компьютерного моделирования

В численных экспериментах моделировалась динамика развития лазерной генерации. Для этого в качестве начальных условий задавался гауссовский шум с временем корреляции порядка T_2, а затем путем интегрирования уравнений (1)—(3) вычислялась трансформация поля лазерного излучения при последовательных проходах через активный световод и модулятор вплоть до выхода параметров импульса на стационарные значения.

При численном интегрировании нелинейного уравнения Шрёдингера (1) применялся метод расщепления по физическим факторам, согласно которому на каждом шаге по z последовательно учитывалось влияние дисперсии, фазовой самомодуляции, усиления и комбинационного самопреобразования частоты. Для вычисления дисперсионного расплывания применялся спектральный подход, базирующийся на алгоритме быстрого преобразования Фурье. Интегрирование уравнений для волны молекулярных колебаний (2) и поляризации активных ионов (3) также проводилось спектральным методом. Более подробная информация о схемах численного интегрирования приведена в работе [7].

Типичную картину развития лазерной генерации от уровня спонтанных шумов иллюстрирует рис. 2, *а*, на котором изображена эволюция формы лазерного импульса при последовательных проходах. На начальных этапах развития генерации, пока интенсивность мала, основную роль играют известные механизмы активной синхронизации мод, детально описанные, например, в [8]. Затем по мере увеличения пиковой интенсивности начинает возрастать роль солитонных эффек-

тов, приводящих к сжатию импульса, и комбинационного преобразования частоты. Заметим, что видимое на рис. 2, *а* смещение вершины импульса связано с дополнительным групповым запаздыванием (19).

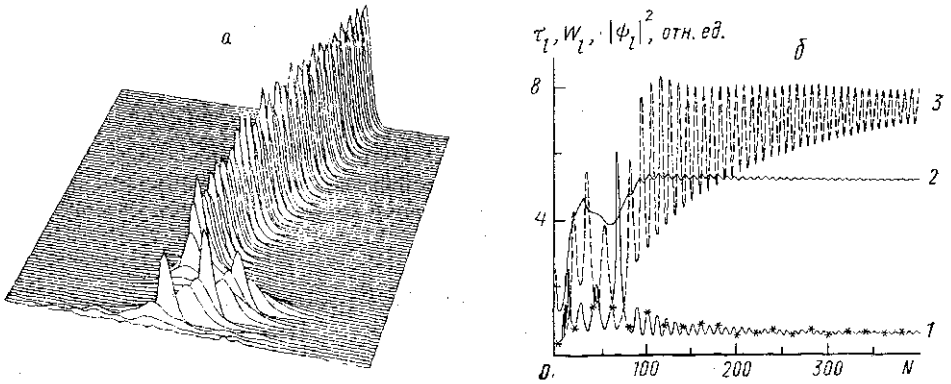

Рис. 2. Динамика лазерной генерации (*а* — формирование солитонного импульса, *б* — процесс установления стационарных параметров): *1* — длительность, *2* — энергия, *3* — пиковая интенсивность в зависимости от числа проходов N

На рис. 2, *б* изображена динамика установления стационарных параметров импульса. Приведены зависимости полной длительности импульса τ_l, измеренной по полувысоте (кривая *1*), полной энергии W_l (кривая *2*) и пиковой интенсивности $|\psi_l|^2$ (кривая *3*) от числа проходов. Видно, что процесс установления носит характер затухающих осцилляций, причем наиболее быстро устанавливается стационарное значение энергии, а наиболее медленно — пиковой интенсивности импульса.

В последующей серии численных экспериментов исследовалась зависимость установившихся параметров солитонного импульса от параметра усиления G_0L_f в условиях подавления рамановского сдвига частоты. Параметры $\gamma_a=0{,}2$, $d_a=0{,}4$, $t_a=0{,}9$, $\alpha=0{,}5$ были фиксированы. Соответствующие зависимости пиковой амплитуды, совпадающей для сформировавшегося солитона с формфактором, $|\psi_l|=\varkappa_s$ (кривая *1*) и длительности τ_l (кривая *2*) приведены на рис. 3. Видно, что формфак-

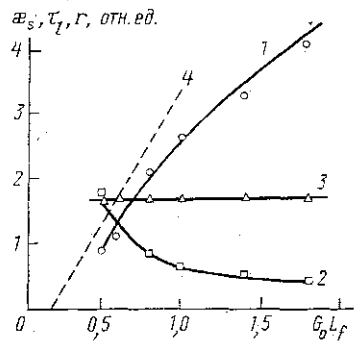

Рис. 3. Зависимости стационарных параметров солитона от параметра усиления: *1* — пиковая амплитуда, *2* — длительность, *3* — произведение $r=\varkappa_s\tau_l$, *4* — теоретическая оценка $\varkappa_s$

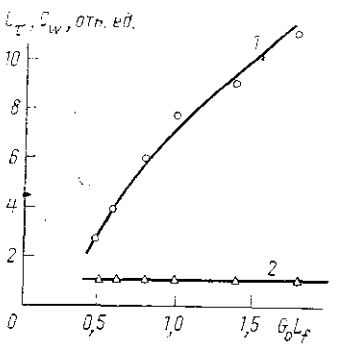

Рис. 4. Сравнение солитонной генерации с режимом активной синхронизации мод: *1* — отношение длительностей $C_\tau=\tau_l^0/\tau_l$, *2* — отношение энергий $C_W=W_l/W_l^0$ в зависимости от параметра усиления

тор монотонно возрастает с увеличением G_0L_f. Для случая $G_0L_f<1$ вычисленные значения $\varkappa_s$ неплохо согласуются с аналитической оценкой (16) (штриховая линия *4*). При $G_0L_f>1$ рост $\varkappa_s$ замедляется, что связано с нарушением адиабатичности усиления и с конечностью ширины линии усиления, роль которой возрастает по мере сокращения длительности импульса и, следовательно, уширения спектра. Там же приведена зависимость произведения $r=\varkappa_s\tau_l$ от G_0L_f (кривая *3*). Заметим, что при $G_0L_f>2$ лазер переходил в двухсолитонный режим генерации.

Какой выигрыш в длительности дают солитонные режимы генерации по сравнению с активной синхронизацией мод? Для ответа на этот вопрос мы вычислили стационарные параметры импульса $|\psi_l^0|$, τ_l^0 и энергию W_l^0 без учета в (1) фазовой самомодуляции. На рис. 4 изображены зависимости коэффициента сжатия импульса $C_\tau=\tau_l^0/\tau_l$ (кривая *1*) от G_0L_f. Видно, что в солитонном режиме при $G_0L_f\simeq2$ длительность импульса сокращается более чем в десять раз, а энергия (кривая *2*) остается практически неизменной.

Подводя итоги, подчеркнем, что кольцевые волоконно-оптические лазеры с активной синхронизацией мод представляются весьма перспективными источниками высокоинтенсивных солитонных импульсов фемтосекундного диапазона длительностей.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Mollenauer L. F., Stolen R. H.//Opt. Lett. 1984. **9**. P. 13. [2] Kafka J. D., Baer T., Hall D. W.//Opt. Lett. 1989. **14**. P. 1269. [3] Richardson D. J. et al.//Electron. Lett. 1991. **27**. P. 542. [4] Bulushev A. G., Dianov E. M., Okhotnikov O. G.//Sov. Lightwave Commun. 1991. **1**. P. 133. [5] Исаев С. К., Корниенко Л. С., Кравцов Н. В. и др.//ЖЭТФ. 1980. **79**. С. 1239. [6] Выслоух В. А., Чередник И. В.//ТМФ. 1987. **71**. С. 13. [7] Afanasyev V. V., Serkin V. N., Vysloukh V. A.//«Technical Digest. Nonlinear Guided Wave Phenomena». Cambridge. UK, 1991. P. 186. [8] Херман И., Вильгельми Б. Лазеры сверхкоротких световых импульсов. М., 1986.

Поступила в редакцию
15.04.92

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1993. Т. 34, № 3

ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

УДК 523.034.43

ГРАВИТАЦИОННО-ВОЛНОВОЕ ВОЗМУЩЕНИЕ В ФОНОННОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Ли Фан Юй *)
(ГАИШ)

Методом комплексных операторов рассматривается гравитационно-волновое возмущение фононного пространства с неоднородным модулем сдвига. Вычислена эквивалентная возмущающая сила и конкретизирована соответствующая фононная модель.

В работах [1, 2] Е. М. Серебряный предложил фононную модель для упругой среды со спиральной дислокацией и дисклинацией. Как было показано в [2], эта модель дает новое топологическое описание

*) Китай.