

лев Н. Ф., Кольчугин Б. Д., Фукс М. И. // Радиотехн. и электроника. 1982. 52, № 8. С. 1611. [4] Галузо С. Ю. // Радиотехн. и электроника. 1982. 27, № 3. С. 559. [5] Быков Н. М., Губанов В. П., Гунин А. В. и др. // ЖТФ. 1989. 59, № 5. С. 32. [6] Канавец В. И., Мозговой Ю. Д. // Радиотехн. и электроника. 1975. 45, № 10. С. 2121. [7] Шевчик В. Н., Трубецков Д. И. Аналитические методы расчета в электронике СВЧ. М., 1970. [8] Гинзбург Н. С., Кузнецов С. П. // В кн.: Релятивистская высокочастотная электроника. Горький, 1981. С. 101. [9] Levush V., Antonsen T. M., Bromborsky A. et al. // University of Maryland, Laboratory for plasma research, Plasma preprint UMLPR 91-047, July 1991.

Поступила в редакцию
08.04.92

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1993. Т. 34. № 4

УДК 537.86

МИНИМАЛЬНЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ ШУМА ТВЕРДОТЕЛЬНЫХ ГРАВИТАЦИОННЫХ АНТЕНН

А. В. Гусев, А. В. Цыганов
(ГАИШ)

На основе теории электромеханических преобразований рассчитан минимальный коэффициент шума твердотельной гравитационной антенны с произвольным датчиком перемещений для реалистической модели внешнего воздействия. Обсуждается физически реализуемый алгоритм обработки выходного сигнала.

1. Анализ шумов и расчету пороговой чувствительности твердотельных гравитационных антенн (ГА) с различными вариантами электромеханических преобразователей (ЭМП) посвящена обширная литература; современное состояние проблемы достаточно полно отражено в [1].

Общие методы исследования флуктуаций в экспериментах с пробными телами на основе теории линейных систем разработаны в монографии [2]. При таком подходе ЭМП рассматривается как линейный (для слабого сигнала) четырехполюсник с постоянными параметрами [3, 4]. К подобному классу ЭМП относятся пьезо- и электростатические преобразователи [5], туннельный датчик перемещений [6] и т. д.

Результаты [2] могут быть использованы и для ГА с параметрическими ЭМП типа модулятор—демодулятор при переходе к так называемому низкочастотному эквиваленту.

Цель работы: расчет минимального коэффициента шума ГА с широкополосным ЭМП для полезного сигнала $F(t)$ с конечной длительностью $\hat{\tau}$, а также синтез оптимального устройства обработки выходного сигнала ГА при известных первичных шумовых параметрах ЭМП и оконечного предусилителя как измерителя координаты [2].

Полученные результаты позволяют обобщить развитый в [2] алгоритм расчета амплитуды порогового сигнала $[F_0(\tau)]_{\min}$ для более сложных измерительных систем, а оптимальные методы обработки полезной информации дают возможность улучшить чувствительность уже существующих экспериментальных установок.

2. Для исследования физических процессов в системе ГА+ЭМП целесообразно воспользоваться принципом электромеханических аналогий [5]:

$$[pM + H + K/p]U = F, \quad U = pX,$$

$$[pL + R + (pC)^{-1}]I = V, \quad I = pq,$$

где M , H и K — масса, коэффициент трения и жесткость механической цепи; $p=d/dt$; F , U и X — механические величины: сила, скорость и смещение; L , R и C — индуктивность, сопротивление и емкость электрического аналога; V , I и q — напряжение, ток и заряд соответственно.

Эквивалентная схема твердотельной ГА с ЭМП как линейным четырехполюсником с постоянными параметрами (см. выше) приведена на рис. 1, где использованы следующие обозначения: $Z_s(p) = pL + R +$

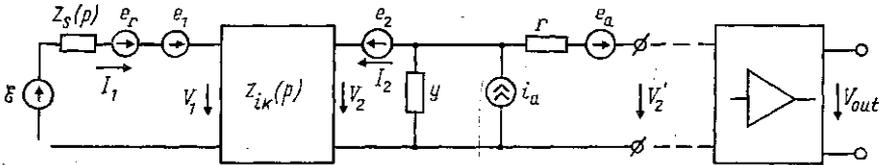


Рис. 1

$+ (pC)^{-1}$ — импеданс ГА; $\{Z_{ik}(p)\}$ — матрица Z-параметров ЭМП [3], описываемого уравнениями движения

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \quad V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2;$$

$\mathcal{E}(t) = ES_0(t) \cos(\omega_s t + \varphi_0)$ — полезный сигнал; $S_0(t) = 1$ при $0 \leq t \leq \hat{\tau}$ и $S_0(t) \equiv 0$ для $t < 0$ и $t > \hat{\tau}$, φ_0 — неизвестная начальная фаза; $Y(p)$ — входная проводимость предусилителя напряжения; V_2' — результирующий сигнал на его входе.

Источники флуктуаций в системе: 1) e_R — тепловые шумы сопротивления R ; 2) $e_{1,2}$ — ланжевеновские источники шумов ЭМП как четырехполюсника [4]; 3) e_a, i_a — сторонние флуктуации предусилителя без внутренней обратной связи.

Энергетические спектры этих шумов предполагаются известными.

Пренебрегая входной проводимостью Y в рабочем диапазоне $f_g \approx \approx 10^3$ Гц, получим для схемы, представленной на рис. 1,

$$\begin{aligned} Z_0(p) I_1 &= \mathcal{E} + e_R + e_1 - Z_{12}(p) i_a, \\ V_2' &= Z_{21}(p) I_1 + Z_{22}(p) i_a + e_a - e_2, \end{aligned} \quad (1)$$

где $Z_0(p) = Z_s(p) + Z_{11}(p)$.

Система уравнений (1) позволяет перейти к упрощенной схеме, представленной на рис. 2 и эквивалентной исходной (рис. 1) по чув-

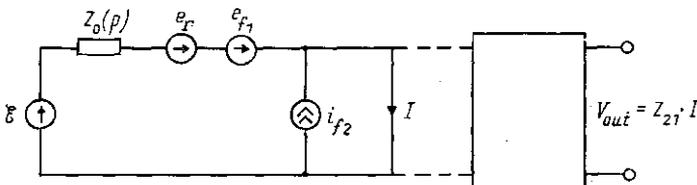


Рис. 2

ствительности. Здесь

$$e_{f1} = e_1 - Z_{12}(p) i_a, \quad i_{f2} = Z_{21}^{-1}(p) [Z_{22}(p) i_a + e_a - e_2]. \quad (2)$$

Результирующий ток

$$I = I_1 + i_{f2}$$

связан с напряжением на входе предусилителя соотношением

$$V_2' = Z_{21}(p) I.$$

Энергетические спектры ланжевеновских источников (2) определяют первичные шумовые параметры [4] системы регистрации колебаний на заданной частоте $\omega > 0$:

$$\begin{aligned} N_e(\omega) &= \langle |e_{f1\omega}|^2 \rangle = N_e' + |Z_{12}(j\omega)|^2 \langle |i_{a\omega}|^2 \rangle, \quad N_1(\omega) = \langle |i_{f2\omega}|^2 \rangle = \\ &= N_i' + |Z_{21}(j\omega)|^{-2} [|z_{22}(j\omega)|^2 \langle |i_{a\omega}|^2 \rangle + \langle |e_{a\omega}|^2 \rangle], \quad N_{ei}(j\omega) = \\ &= \langle e_{f1\omega} i_{f2\omega}^* \rangle = N_{ei}' - [Z_{22}(j\omega) |Z_{21}(j\omega)|^* Z_{12}(j\omega) \langle |i_{a\omega}|^2 \rangle], \end{aligned} \quad (3)$$

где N_e' , N_i' и N_{ei}' — первичные шумовые параметры ЭМП как четырехполюсника; $\langle \rangle$ — статистический оператор.

Анализ (3) показывает, что при взаимном ЭМП ($Z_{12}(p) = Z_{21}(p)$) сторонние источники e_{f1} и i_{f2} коррелированы даже в том случае, когда $N_{ei}' \neq \langle e_{1\omega} e_{2\omega}^* \rangle = 0$.

3. Для упрощенной эквивалентной схемы на рис. 2 находим

$$Z_0(p) I(t) = e(t) + e_n(t) = U(t), \quad (4)$$

где $e_n = e_R + e_{f1} + e_{f1} + Z_0(p) i_{f2}$.

В одночастотном режиме, для которого

$$Z_0(p) = pL_0 + R_0 + (pC_0)^{-1} = L_0(p + 2\delta_0 + \omega_0^2/p),$$

решение уравнения (4) будем искать в виде квазигармонического колебания с частотой вынуждающей силы $\omega_s \approx \omega_0$. Тогда при широкополосном ЭМП имеем

$$V_2' \approx A \cos(\omega_s t + \vartheta_0) - B \sin(\omega_s t + \vartheta_0).$$

Квадратурные компоненты A и B могут быть найдены из следующей системы укороченных уравнений:

$$\rho A - \Delta B \approx \alpha U_1, \quad \Delta A + \rho B \approx \alpha U_2, \quad (5)$$

где $\Delta = \omega_s - \omega_0$ — возможная расстройка; $\alpha \approx |Z_{21}(j\omega_0)| (2L_0)^{-1}$ — масштабный коэффициент; $\vartheta_0 \approx \arg Z_{21}(j\omega_0)$; $U_{1,2}(t) = \pm 2 \langle \langle U(t) (\cos \omega_s t, \sin \omega_s t) \rangle \rangle$, $\langle \langle \rangle \rangle$ — символическая запись усреднения по периоду вынужденных колебаний $\tau_s = 2\pi/\omega_s$.

Энергетические спектры шумов в квадратурных компонентах $U_{1,2}(t)$ определяются формулами

$$\begin{aligned} S_1(\omega) = S_2(\omega) = S(\omega) &= \langle |U_{n\omega} [j(\omega_s + \omega)]|^2 \rangle + \langle |U_{n\omega} [j(\omega_s - \omega)]|^2 \rangle = \\ &= 8L_0^2 N_i (\delta^2 + \xi^2 + \omega^2); \quad S_{12}(j\omega) = j \{ \langle |U_{n\omega} [j(\omega_s - \omega)]|^2 \rangle - \\ &- \langle |U_{n\omega} [j(\omega_s + \omega)]|^2 \rangle \} \approx 16L_0^2 N_i (j\omega\xi). \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь

$$N_i = N_i(\omega_0); \quad \delta^2 = \delta_d^2 + (\delta_0 + \delta_e)^2; \quad \xi = \delta_m - \Delta, \quad (7)$$

где $\delta_d = (2L_0 N_i)^{-1} [(N_R + N_e) N_i - |N_{ei}|^2]_{\omega=\omega_s}^{1/2}$, $N_R = \langle |e_{R\omega}|^2 \rangle$, $\delta_{e,m} = (2L_0 N_i)^{-1} [\text{Re } N_{ei}, \text{Im } N_{ei}]_{\omega=\omega_0}$.

Анализ (6) показывает, что при $\xi \neq 0$ шумы в квадратурных компонентах оказываются коррелированными в несовпадающие моменты

времени. Поэтому для синтеза оптимального приемника необходимо использовать общие методы обработки полезной информации в многоканальных системах с коррелированными шумами [7].

4. Можно показать [7], что оптимальный приемник при детерминированном сигнале ($\varphi_0=0$) состоит из двух, последовательно соединенных звеньев. Первое звено — это инверсный двухканальный фильтр, структура которого определяется системой уравнений (5). Второе звено представляет собой оптимальное устройство для обработки низкочастотных колебаний $U_{1,2}$, формирующее функционал [7]:

$$H = K_0 \sum_{i=1,2} \int_{-\infty}^{\infty} U_i(t) r_i(t) dt, \quad (8)$$

где K_0 — произвольный множитель, а спектры весовых функций $r_i(t)$ определяются формулами

$$r_{\omega 1,2} = S_{0\omega} [S(\omega) - S_{12}(j\omega)] / [S^2(\omega) - \text{Im}^2 S_{12}(j\omega)]. \quad (9)$$

Корреляционный приемник, структура которого определяется выражением (8), можно заменить пассивной двухканальной схемой, импульсные характеристики линейных фильтров в обоих каналах которой $H_{1,2}(t) = K_0 r_{1,2}(t_0 - t)$, где t_0 — момент наблюдения.

Тогда, принимая во внимание формулы (5), (8) и (9), находим фурье-спектр выходного сигнала оптимального двухканального фильтра:

$$H_{0\omega} = K_0 \exp\{-j\omega t_0\} \sum_{i=1,2} U_{\omega i} r_{\omega i}^* = K_0 [1 - \exp\{-j\omega \hat{\tau}\} \times \\ \times \exp\{-j\omega(t_0 - \hat{\tau})\} [S^2(\omega) - \text{Im}^2 S_{12}(j\omega)]^{-1} (\eta_{a\omega} A_{\omega} + \eta_{b\omega} B_{\omega})]. \quad (10)$$

В (10) использованы следующие обозначения:

$$\eta_{a\omega} = \eta_{a\omega}(j\omega) = S(\omega) - \Delta(j\omega)^{-1} S_{12}(j\omega), \\ \eta_{b\omega} = \eta_{b\omega}(j\omega) = \Delta(j\omega)^{-1} S(\omega) + S_{12}(j\omega). \quad (11)$$

Соотношения (10), (11) определяют оптимальный алгоритм обработки квадратурных компонент A , B выходного напряжения ГА при детерминированном воздействии ($\varphi_0=0$). Физическая осуществимость алгоритма обеспечивается выбором необходимой задержки t_0 .

Отношение сигнал/шум ρ при оптимальном приемнике (10) определяется формулой [7]

$$\rho = (2\pi)^{-1} E^2 \int_{-\infty}^{\infty} d\omega |S_{0\omega}|^2 S(\omega) / [S^2(\omega) - \text{Im}^2 S_{12}(j\omega)] = \rho_0 f^{-1}, \quad (12)$$

где $\rho_0 = (E^2 \hat{\tau} / 2) N_R$ — отношение сигнал/шум при идеальной системе регистрации; f — коэффициент шума ЭМП:

$$f = 4L_0^2 (N_i / N_R)_{\omega_0} (\delta^2 + \xi^2) \delta \hat{\tau} \gamma (\delta \hat{\tau}, \xi). \quad (13)$$

Здесь

$$\gamma(x, \xi) = [x + (\delta^2 + \xi^2)^{-1} (\delta^2 - \xi^2) [\exp\{-x\} \cos \xi \hat{\tau} - 1] - \\ - 2\xi \delta (\delta^2 + \xi^2)^{-1} \sin \xi \hat{\tau}], \quad (14)$$

Формулы (13), (14) позволяют определить отношение сигнал/шум (12) для ГА при известных первичных шумовых параметрах ЭМП и

предусилителя (4) и полезном сигнале с конечной длительностью $\widehat{\tau}$ и возможной расстройкой $\Delta = \omega_0 - \omega_s$.

В частном случае при приеме ультракоротких импульсов $\widehat{\tau} \rightarrow 0$ с равномерным спектром и $N_R \rightarrow 0$

$$\rho \approx (2/\widehat{\tau})^{-1} E [L_0 (N_e N_i - \text{Im}^2 N_{12})_{\omega=\omega_0}]^{-1/2},$$

что совпадает с результатом, приведенным в [2].

5. Анализ основной формулы (13) показывает, что при заданной длительности внешнего воздействия $\widehat{\tau}$ коэффициент шума f достигает минимальной величины при оптимальной расстройке $\Delta_{\text{opt}} = \delta_m$. Тогда $\xi = 0$ (см. (6), (7)) и, следовательно,

$$f_{\text{min}} = 4L_0^2 (N_i/N_R) \delta^2 x [\exp\{-x\} + x - 1]^{-1}, \quad (15)$$

где $x = \delta\widehat{\tau}$.

Но при $\xi = 0$ $S(\omega) \propto (\omega^2 + \delta^2)$, $S_{12}(i\omega) = 0$. Поэтому при оптимальной расстройке алгоритм обработки (10) значительно упрощается ($\varphi_0 = 0$):

$$H_{\text{opt},1} = [1 - \exp\{-j\omega\widehat{\tau}\}] K_{\text{opt}}(j\omega) [A_\omega + \delta_m(j\omega)^{-1} B_\omega]. \quad (16)$$

Здесь

$$K_{\text{opt}}(j\omega) = K_0 \frac{1}{(j\omega + \delta)} \left[\frac{1}{j\omega + \delta} \exp\{j\omega(t_0 - \widehat{\tau})\} \right]^*. \quad (17)$$

Оптимальный линейный фильтр (17) может быть реализован в виде последовательно соединенных физически осуществимого обеляющего фильтра [8] и в общем случае физически неосуществимого фильтра, согласованного с выходным сигналом первого звена. Однако при $\delta(t_0 - \widehat{\tau}) \gg 1$ использование физически реализуемого согласованного фильтра с импульсной характеристикой

$$h(t) \propto \exp\{\delta t\}, \quad 0 < t < t_0 \quad (18)$$

не приводит к заметному ухудшению помехоустойчивости приема. Естественно, что практическая реализация линейного устройства с импульсной характеристикой (18) представляет собой достаточно сложную техническую задачу.

Для обнаружения квазидетерминированного сигнала с неизвестной начальной фазой оптимальный приемник должен содержать дополнительный канал, соответствующий $\varphi_0 = \pi/2$ и формирующий величину (см. (16))

$$H_{\text{opt},2} = K_0 [1 - \exp\{-j\omega\widehat{\tau}\}] K_{\text{opt}}(j\omega) [B_\omega - \delta_m(j\omega)^{-1} A_\omega]. \quad (19)$$

Блок-схема подобного оптимального устройства приведена на рис. 3, где использованы следующие обозначения: «ЛЗ» — линия задержки, время задержки $\tau_d = \widehat{\tau}$; «КВ» — нелинейные безынерционные элементы с квадратичной вольт-амперной характеристикой $I = aV^2$ (a — масштабный коэффициент).

6. Квазиоптимальный алгоритм обработки сигнала в эксперименте [1] получается из (16), (19) при $\delta_m = 0$. Таким образом, при квазиоптимальной фильтрации не используется возможность увеличения отношения сигнал/шум за счет взаимной корреляции шумов в низкочастотных колебаниях $U_{1,2}(t)$ в несовпадающие моменты времени. Выиг-

рыш в величине отношения сигнал/шум при оптимальных алгоритмах (16), (19) по сравнению с квазиоптимальным определяется формулой (см. (13))

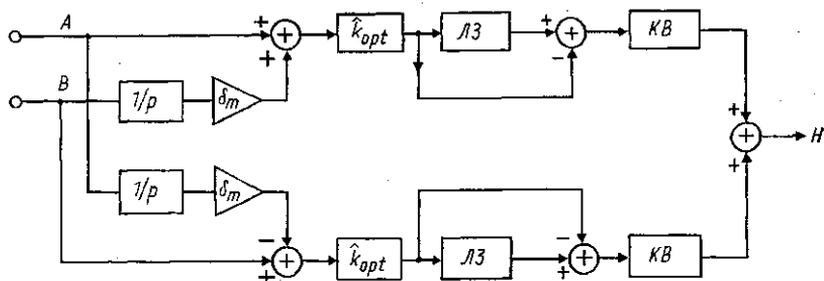


Рис. 3

$$q = (\delta_Q/\delta)^2 f(\delta_Q \tau, 0) / f(\delta \tau, 0), \quad (20)$$

где $\delta_Q^2 = \delta^2 + \delta_m^2$.

В двух предельных ситуациях $\delta \tau < \delta^* \tau \ll 1$ и $\delta^* \tau > \delta \tau \gg 1$ коэффициент q приблизительно равен

$$q_1 \approx [1 + (\delta_m/\delta)^2]^{1/2}, \quad q_2 = [1 + (\delta_m/\delta)^2]^2.$$

Основные результаты

При заданных первичных шумовых параметрах широкополосного ЭМП и предусилителя напряжения как измерителя координаты рассчитан минимальный коэффициент шума системы регистрации для полезного сигнала с конечной длительностью τ при возможном несовпадении частоты внешнего воздействия ω_s и резонансной частоты ω_0 входной цепи.

Разработан оптимальный алгоритм обработки полезной информации для ГА с широкополосным ЭМП, учитывающий взаимную корреляцию шумов в квадратурных компонентах выходного сигнала ГА в несовпадающие моменты времени.

Пример. В режиме непрерывного слежения определенными преимуществами обладают пассивные пьезопреобразователи [1, 9], для которых

$$Z_{12}(p) = Z_{21}(p) = K_{em}(pC_t)^{-1}, \quad Z_{22}(p) = (pC_t)^{-1},$$

где K_{em} — коэффициент электромеханической связи, C_t — емкость преобразователя в отсутствие перемещений. Первичные шумовые параметры пьезопреобразователя N_e' , N_i' , N_{ei}' определены в [9]. Тогда, принимая во внимание (4), имеем

$$N_e - N_e' = K_{em}^2 (\omega_0 C_t)^2 \langle |i_{a\omega}|^2 \rangle_{\omega_0}, \quad N_i - N_i' = (\omega_0 C_t)^2 K_{em}^2 [(\omega_0 C_t)^2 \times \\ \times \langle |i_{a\omega}|^2 \rangle + \langle |e_{a\omega}|^2 \rangle]_{\omega_0}, \quad N_{ei} = (j\omega_0 C_t)^{-1} \langle |i_{a\omega}|^2 \rangle.$$

Поэтому для подобного ЭМП

$$\delta_m = [2L_0 N_i(\omega_0) \omega_0 C_t]^{-1} \langle |i_{a\omega}|^2 \rangle_{\omega_0} \neq 0, \quad \delta_e = 0.$$

Следовательно, для твердотельных ГА с ЭМП на основе пьезоэффекта применение оптимального алгоритма обработки выходного сиг-

нала (см. рис. 3) позволяет улучшить чувствительность ГА. Фактор выигрыша можно оценить для характерной длительности $\tau \approx 1$ с по формуле (20).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Бичак И., Руденко В. Н. Гравитационные волны в ОТО и проблемы их обнаружения. М., 1988. [2] Воронцов Ю. И. Теория и методы микроскопических квантовых измерений. М., 1989. [3] Айнбиндер И. М. Входные каскады радиоприемников. М., 1974. [4] Айнбиндер И. М. Шумы радиоприемников. М., 1974. [5] Филатов Г. А., Баев Е. Ф., Цымбалюк В. С. Малогабаритные низкочастотные механические фильтры. М., 1974. [6] Гусев А. В., Мележников И. В. // Радиотехн. и электроника. 1990. 28, № 3. С. 346. [7] Манжюс Ю. С., Ширман А. М. Обработка радиолокационной информации в многоканальном устройстве. М., 1980. [8] Тихонов В. И. Оптимальный прием. М., 1983. [9] Гусев А. В., Мележников И. В. // Вестн. Моск. ун-та. 1991. 32, № 2. С. 33.

Поступила в редакцию
22.06.92

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1993. Т. 34, № 4

ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ

УДК 535.312

О СВЯЗИ АМПЛИТУДЫ И ФАЗЫ КОЭФФИЦИЕНТА ОТРАЖЕНИЯ СЛОИСТОЙ СРЕДЫ

А. В. Тихонравов, И. В. Зуев
(кафедра математики)

Рассмотрены вопросы корректности применения соотношений Крамерса—Кронига для однозначного восстановления амплитудного коэффициента отражения слоистой среды по энергетическому. Приведены примеры неединственности решения. Получены условия, необходимые для существования взаимно-однозначной связи амплитуды и фазы амплитудного коэффициента отражения (условия однозначного восстановления амплитудного коэффициента по энергетическому).

Введение

Зависимость коэффициента отражения от частоты (длины волны) падающего излучения является важной физической характеристикой поверхностей, тонких пленок и покрытий. На измерении этой зависимости основаны многие методы определения и исследования параметров этих объектов. В общем случае амплитудный коэффициент отражения $r(\omega)$ содержит в себе больше информации об исследуемом объекте, чем энергетический коэффициент отражения $R(\omega)$. Однако измеряемой в эксперименте величиной является вторая зависимость.

Амплитудный и энергетический коэффициенты отражения связаны соотношением

$$r(\omega) = (R(\omega))^{1/2} \cdot \exp\{i\varphi(\omega)\},$$

где $\varphi(\omega)$ — фазовый сдвиг при отражении, который в дальнейшем для краткости будем называть просто фазой коэффициента отражения. В ряде случаев существует взаимно-однозначная связь между $R(\omega)$ и $\varphi(\omega)$. Зависимости, устанавливающие такого рода связь, принято называть соотношениями Крамерса—Кронига. Соотношения Крамерса—