верхней границе спектра электронов (см. рис. 3). В спектрах отчетливо наблюдаются пики полного поглощения (ПП), одиночного вылета (ОВ) и двойного вылета (ДВ) для указанных уровней. Видно, что уровень фоновой подложки для спектра, полученного на разрезном микротроне, достаточен для наблюдения состояний с ширинами $\Gamma_0 >$ $> 0{,}1$ эВ (состояние 2,98 МэВ).

В целом проведенная серия измерений показала работоспособность созданной установки и возможность наблюдения ядерной резонансной флуоресценции при сравнительно малых дозах облучения мишени.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Алимов А. С. и др. Разрезной микротрон непрерывного действия НИИЯФ МГУ: Препринт НИИЯФ МГУ, № 2 88—012/33. М., 1988. [2] Ишханов Б. С., Капитонов И. М., Мокеев В. И. Деп. ВИНИТИ N 5902-В89. М., 1989. [3] Vodhanel R. et al.//Phys. Rev. 1984. **C29**. P. 409.

Поступила в редакцию
16.11.92

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1993. Т. 34, № 5

РАДИОФИЗИКА

УДК 530.014

КВАНТОВОЕ НЕВОЗМУЩАЮЩЕЕ ИЗМЕРЕНИЕ ЧИСЛА ФОТОНОВ И ЭНЕРГИИ НУЛЕВЫХ КОЛЕБАНИЙ В СХЕМЕ КВАДРАТИЧНОГО РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОНА

С. П. Вятчанин, А. Б. Мацко
(кафедра молекулярной физики и физических измерений)

Показано, что возможно квантовое невозмущающее измерение энергии фотонов и нулевых колебаний моды диэлектрического резонатора на основе эффекта квадратичного рассеяния электронов, пролетающих вдоль резонатора со скоростью, близкой к фазовой скорости волны в резонаторе.

Как известно, для реализации квантового невозмущающего измерения энергии (КНИЭ) необходимо иметь прибор, гамильтониан связи которого с исследуемым объектом был бы пропорционален *квадрату* обобщенной координаты объекта [1], что может быть достигнуто, например, с помощью пондеромоторного измерителя [1] или путем использования вещества с квадратичной зависимостью диэлектрической проницаемости от электрического поля [2, 3]. Существует предложение [4] использовать для КНИЭ солитоны в экситонных полупроводниках (CdS или GaAs). В любом случае экспериментатор сталкивается с необходимостью иметь большую нелинейность и малую диссипацию. Такого сочетания этих двух величин для реализации КНИЭ найти пока не удалось.

Другая возможность для экспериментальной реализации КНИЭ — использовать квадратичное по полю рассеяние электрона (КРЭ) на фотоне [5—7]: пролетающий вдоль диэлектрического волновода без дополнительной оболочки электрон колеблется в поперечном направлении и из-за неоднородности поля снаружи получает поперечный импульс (сила Миллера [8]), который пропорционален *энергии* фотона (или фотонов) в волноводе. При синхронизме (скорость электрона близка к фазовой скорости волны) эффект значительно увеличивается и становится возможным КНИЭ пролетающих одиночных фотонов (в инфракрасном диапазоне).

В данной работе теоретически проанализировано КРЭ на фотонах выбранной моды диэлектрического резонатора и показано, что при определенных условиях синхронизма возможно КНИЭ таких «стоячих» фотонов. Кроме того, показана возможность регистрации КРЭ на *нулевых колебаниях* моды. Это связано с тем, что при синхронизме взаимодействие электрона с модой резонатора может значительно увеличиваться и меняться по знаку, тогда как взаимодействие с пространственными модами поля практически не изменяется, поскольку скорость их равна скорости света c в вакууме и больше фазовой скорости мод в резонаторе в 1,5—3 раза.

На рис. 1 приведена схема предлагаемого эксперимента. Для увеличения времени взаимодействия t_{int} резонатор помещается в постоянное магнитное поле (его направление совпадает с осью резонатора): электрон долго вращается вокруг резонатора с ларморовской частотой $\boldsymbol{\omega}$, медленно двигаясь вдоль оси Z. Края резонатора завалены, чтобы обеспечить плавный влет и вылет электрона. Фактически в этой схеме осуществляется нелинейное взаимодействие двух осцилляторов — вращающегося электрона и моды резонатора. Эффект КРЭ приведет к дополнительному отталкиванию (или притяжению) электрона от резонатора, пропорциональному энергии $\hbar\omega_\nu(a^+a+1/2)$ в моде ($\hbar$ — постоянная Планка, ω_ν и ν — частота и номер моды, a^+ и a — операторы рождения и уничтожения). Это скажется на изменении частоты вращения $\Delta\omega_s$ электрона, а следовательно, и фазы $\varphi_s=\Delta\omega_s t_{\text{int}}$, причем последнее предлагается регистрировать по изменению угла вылета электрона.

1. Взаимодействие электрона с полем резонатора

Пусть резонатор представляет собой свернутый в кольцо плоский диэлектрический волновод (рис. 1), ширина которого L достаточно велика, так что поле в нем практически не зависит от координаты z. При малой толщине $H\simeq c/4\omega_\nu$ частота моды ω_ν характеризуется только азимутальным числом ν (радиальное равно 1). Будем рассматривать взаимодействие нерелятивистского электрона с TE_ν модой резонатора, бегущей по кругу в плоскости XY ($\sim\exp(-i\omega_\nu t+i\nu\varphi)$). Взаимодействие с TH-модами значительно слабее, и им пренебрегаем. Гамильтониан записываем в виде

$$\begin{aligned}\mathcal{H} &= (\mathbf{P}-(e/c)\,\mathbf{A})^2/2m+\Sigma\hbar\omega_\nu(a_\nu^+a_\nu+1/2),\\ \mathbf{A} &= \mathbf{A}(t,\ \mathbf{r}_\perp)=\mathbf{A}_0+\Sigma\,\mathbf{A}_\nu\ (\omega_\nu,\ \mathbf{r}_\perp)\,a_\nu(t)+\text{э.с.},\end{aligned} \tag{1}$$

где $e, m, \mathbf{P}$ — заряд, масса и обобщенный импульс электрона, $\mathbf{A}$ — вектор-потенциал, $\mathbf{r}_\perp$ — поперечная координата электрона, $\mathbf{A}_0$ описывает постоянное магнитное поле, $\mathbf{A}_\nu(\omega_\nu,\mathbf{r}_\perp)$ — распределение вектор-потенциала моды TE_ν (см., напр., [9]):

$$\mathbf{A}_\nu(\omega_\nu,\ \mathbf{r}_\perp)=\mathbf{F}_\nu(\omega_\nu,\ \mathbf{r}_\perp)/F_0, \tag{2}$$

$$\mathbf{F}_\nu(\omega_\nu,\ \mathbf{r}_\perp)=\frac{ic}{\omega_\nu\varepsilon\,(r_\perp)}\,[\mathbf{e}_z\times\nabla_\perp f_\nu(\omega_\nu,\ \mathbf{r}_\perp)],$$

$\varepsilon(r_\perp)$ — диэлектрическая проницаемость, равная ε_0 внутри и 1 снаружи резонатора, $\nabla_\perp$ — поперечная составляющая оператора ∇, $\mathbf{e}_z$ —

единичный вектор вдоль оси $\hat{Z}$. Нормировочный коэффициент F_0 определяется выражением

$$F_0^2=\frac{\omega_\nu}{4\pi^2\hbar c^2}\int\varepsilon|F|^2\,dV, \tag{3}$$

где интегрирование ведется по всему объему. Функция $f_\nu(\omega_\nu,\mathbf{r}_\perp)$ удовлетворяет характеристическому уравнению $\Delta f_\nu+\varepsilon(\omega_\nu/c)^2 f_\nu=0$. В цилиндрических координатах ρ и φ имеем $f_\nu=\psi_\nu(x)\exp\{i\nu\varphi\}$, где $x=\omega_\nu\rho/c$.

Будем считать, что электрон взаимодействует только с одной выбранной модой. Из гамильтониана получаем уравнения движения:

$$\partial_t^2\rho-\rho(\partial_t\varphi)^2=\frac{e}{mc}\,a\left[ix\partial_t\varphi\cdot\left(1-\frac{1}{x}\,\partial_x\right)+\frac{i\nu\omega}{x}\right]f_\nu+\text{э. с.}+\rho\omega\partial_t\varphi, \tag{4}$$

$$\frac{1}{\rho}\,\partial_t(\rho^2\partial_t\varphi)=\frac{e}{mc}\,a\left(\omega\partial_x-i\partial_t x+i\,\frac{\partial_t x}{x}\,\partial_x\right)f_\nu+\text{э. с.}-\omega\partial_t\rho, \tag{5}$$

$$\partial_t a+i\omega_\nu a=\frac{ie}{\hbar c}\,\mathbf{A}_\nu^*\partial_t\mathbf{r}_\perp. \tag{6}$$

Как обычно, представляем координаты электрона в виде $x=x_0+$ $+x_f+x_s$, $\varphi=-\omega t+\varphi_f+\varphi_s$, где первые члены описывают вращение электрона в постоянном магнитном поле, вторые — быстрые колебания в поле резонатора, а третьи — медленные движения. Подставляя первые в (4), (5), получаем решение для быстрых колебаний:

$$\begin{gathered}x_f=-\frac{ie\omega_\nu^2}{mc^2(\Omega^2-\omega^2)}\left(\Gamma\psi-\frac{\omega}{\Omega}\,\psi'\right)a\exp\{-i\Omega t\}+\text{э. с.},\\ x_0\varphi_f=\frac{e\omega_\nu^2}{mc^2(\Omega^2-\omega^2)}\left(\Gamma\frac{\omega}{\Omega}\,\psi-\psi'\right)a\exp\{-i\Omega t\}+\text{э. с.},\end{gathered} \tag{7}$$

где $\Omega=\omega_\nu-\nu\omega$ — частота вынужденных колебаний электрона, $\Gamma=$ $=\nu/x_0-x_0\omega/\omega_\nu$, штрих означает производную по полному аргументу. Подставляя быстрые колебания (7) в правые части (4), (5) и усредняя по времени, получаем уравнения для медленных движений:

$$\begin{gathered}\partial_t^2 x_s+x_0\omega\partial_t\varphi_s=F_{\text{slow}}(2a^+a+1)+F_{\text{cher}},\\ x_0\partial_t^2\varphi_s-\omega_0\partial_t x_s=0,\end{gathered} \tag{8}$$

где

$$F_{\text{slow}}=\frac{r_{\text{cl}}\omega_\nu^4\Gamma}{mc^2(\Omega^2-\omega^2)}\left[\frac{\Gamma\nu\omega}{x_0\Omega}\,\psi^2+\frac{\omega}{\Omega}\,(\psi')^2-\left(\frac{\nu}{x_0}+\Gamma\right)\psi\psi'\right], \tag{9}$$

$r_{\text{cl}}=e^2/mc^2$ — классический радиус электрона, F_{cher} — паразитная черенковская сила, ее величину обсудим позже. Решение системы (8) дает (без учета F_{cher}):

$$\Delta\omega_s=\partial_t\varphi_s\simeq F_{\text{slow}}(2a^+a+1)/(x_0\omega). \tag{10}$$

Это изменение частоты вращения электрона следует регистрировать при КНИЭ. Заметим, что в зависимости от знака $(\Omega-\omega)$ может быть как отталкивание, так и притяжение электрона — это соответствует различным знакам $\Delta\omega_s$.

Для численных оценок положим $\omega_\nu=4\cdot10^{14}$ с$^{-1}$ (диапазон ближнего инфракрасного света, длина волны в вакууме $\lambda\simeq5$ мкм), $\nu=10^4$, $\omega\simeq4\cdot10^{10}$ с$^{-1}$, $\alpha\simeq(\Omega/\omega-1)\simeq4\cdot10^{-3}$, $\varepsilon_0\simeq7$ (халькогенидные стекла —

при этом потребуется относительно невысокое ускоряющее напряжение для электронов: 30—50 кэВ), средняя скорость электрона $V_0 \simeq \simeq 10^{10}$ см/с, продольная составляющая скорости $V_z \simeq 10^4$ см/с, $\Gamma \simeq \simeq \varepsilon_0^{1/2} - \varepsilon_0^{-1/2} \simeq 2{,}5$, $L=0{,}1$ см. При толщине ленты резонатора $H \sim 2\lambda/\pi$ (см. рис. 1) получим оценку для ψ: $\psi \approx \sqrt{\hbar\omega_\nu/\varepsilon_0 \nu L}$.

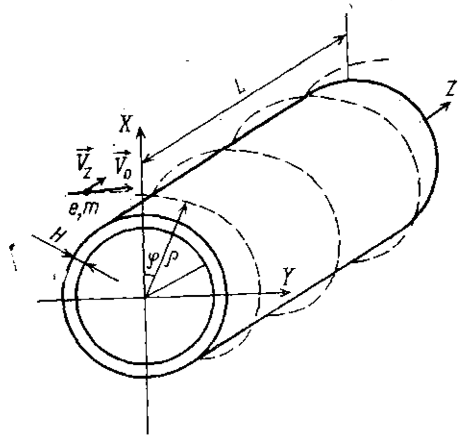

Рис. 1. Схема эксперимента

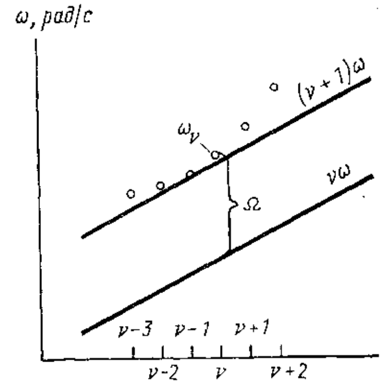

Рис. 2. Зависимость частоты моды резонатора ω_ν от азимутального числа ν

Тогда полезный эффект набега фазы вращения электрона равен ($t_{\text{int}}=L/V_z$)

$$\Delta\varphi_s = \Delta\omega_s\,(L/V_z)\,(2a^+a+1) \simeq \frac{\hbar\omega_\nu}{mc^2}\,\frac{r_{\text{cl}}\omega_\nu}{V_z}\,\frac{\varepsilon_0\nu}{2\alpha} \simeq 0{,}08\,(a^+a+1/2). \qquad (11)$$

Приведенное рассмотрение сделано в дипольном приближении: амплитуда колебаний электрона меньше масштаба спадания поля снаружи ($x_f \ll 1$), т. е. (при тех же численных параметрах)

$$\frac{e\omega_\nu^2\Gamma\psi}{mc^2\,(\Omega^2-\omega^2)} \simeq \frac{e\nu^2}{2mc^2\alpha_\nu}\sqrt{\hbar\omega/L} \simeq 0{,}1 \ll 1. \qquad (12)$$

Паразитная постоянная сила F_{cher} связана с черенковским самовоздействием электрона. На квантовом языке это есть отталкивание (или притяжение) электрона виртуальными нерезонансными фотонами, им же порожденными. Подставляя в (6) невозмущенное движение электрона ($x=x_0$, $\varphi=-\omega t$), получаем, что оператор a имеет нерезонансную составляющую $a=a_0+a_{\text{cher}}$, $a_{\text{cher}}=-i\,(ex_0\omega/\hbar\omega_\nu\Omega)\,\psi'\exp\{-i\nu\omega t\}$, которая при подстановке в уравнения (4), (5) дает величину F_{cher}:

$$F_{\text{cher}} = \frac{r_{\text{cl}}x_0\omega_\nu\omega\Gamma}{\hbar\Omega}\,\psi\psi'. \qquad (13)$$

Сравнивая (9) и (12), замечаем, что F_{slow} резонансно возрастает при $\Omega \simeq \omega$ (т. е. $\omega_\nu \simeq (\nu+1)\omega$), тогда как F_{cher} — при $\Omega \simeq 0$ (т. е. $\omega_\nu \simeq \nu\omega$). Чтобы выполнялось $F_{\text{cher}} \ll F_{\text{slow}}$, надо так подобрать зависимость ω_ν от ν, чтобы $\Omega \simeq \omega$ на рабочей и соседних частотах резонатора. Если зависимости $\omega_\nu(\nu)$, $\nu\omega$, и $(\nu+1)\omega$ такие, как на рис. 2, то это условие выполняется и черенковское рассеяние мало (при тех же параметрах):

$$\frac{F_{\text{slow}}}{F_{\text{cher}}} \simeq \frac{\hbar\omega_\nu}{mc^2}\frac{\nu\varepsilon_0^{3/2}}{\alpha} \simeq 30. \tag{14}$$

Примерно такая зависимость ω_ν должна быть для рассматриваемого резонатора. Изменяя ω (с помощью постоянного магнитного поля), можно близко подойти к условию резонанса и обеспечить $\alpha_\nu = (\Omega(\nu)/\omega - 1) \ll 1$. При этом электрон будет взаимодействовать практически только с одной рабочей модой, если одновременно выполняется условие

$$\alpha_\nu \ll \alpha_{\nu+1},\ \alpha_{\nu-1}. \tag{15}$$

Из рис. 2 видно, что это возможно. Однако слишком уменьшать величину α_ν нельзя, ибо требуется, чтобы $\alpha_\nu\omega t_{\text{int}} \gg 1$ (в противном случае вращение электрона получит сдвиг по фазе, линейный по полю, что неприемлемо для КНИЭ).

Воздействие электрона на резонатор приводит не только к черенковскому механизму, но и к сдвигу частоты ω_ν резонатора на величину ($\omega \simeq \Omega$, $\Gamma \simeq \nu/x_0 - x_0/\nu$, $\nu \gg 1$)

$$\Delta_\nu = -\frac{r_{\text{cl}}\omega_\nu\omega}{\hbar\,(\Omega^2-\omega^2)}(\Gamma\psi - \psi')^2, \tag{16}$$

которая при тех же параметрах достаточно мала: $\Delta_\nu/\omega_\nu \simeq 2\cdot 10^{-6}$.

2. Схема измерения

Для обнаружения величина $\Delta\varphi_s$ должна быть больше собственной неопределенности фазы электрона. Если осциллятор, соответствующий вращающемуся электрону, находится в когерентном состоянии, то

$$\Delta\varphi_{\text{coh}} \simeq \frac{1}{V_0}\sqrt{\frac{\hbar\omega}{2m}} \simeq 1{,}4\cdot 10^{-5}. \tag{17}$$

Кроме того, дополнительным источником ошибки измерения фазы является неопределенность скорости ΔV_z, которая при $\Delta V_z/V_z \simeq 10^{-7}$ равна

$$\Delta\varphi_z \simeq \omega t_{\text{int}}\,\Delta V_z/V_z \simeq 4\cdot 10^{-2}. \tag{18}$$

Сравнивая (11), (17), (18), видим, что можно измерить число фотонов n в выбранной моде с относительной ошибкой $\Delta n/(n+1/2) \simeq \Delta\varphi_z/\Delta\varphi_s \simeq 0{,}5$. Довольно высокие требования к «продольной» монокинетичности (ΔV_z) являются техническими, формально возможно $\Delta V_z \to 0$ (при этом неопределенность $\Delta z \to \infty$, но это не влияет на ошибку измерения). В этом случае $\Delta n/(n+1/2) \simeq \Delta\varphi_{\text{coh}}/\Delta\varphi_s \simeq 10^{-4}$.

При измерении числа фотонов возмущается фаза колебаний в резонаторе из-за неопределенности координаты электрона (а следовательно, и частоты (16)) в соответствии с соотношением $\Delta n\Delta\varphi \simeq 1/2$ (при $\Delta V_z \to 0$).

Ошибка $\Delta n/(n+1/2)$ может быть уменьшена в $\sqrt{N}$ раз (а возмущение $\Delta\varphi$ увеличено во столько же раз) при наблюдении рассеяния N электронов.

При отсутствии квантов в резонаторе электрон будет рассеиваться на *нулевых колебаниях* моды. Это рассеяние может быть обнаружено по резонансной зависимости его величины от магнитного поля (ω в (11)).

В заключение отметим, что самостоятельный интерес может представлять регистрация черенковского рассеяния на виртуальных фотонах, которое будет преобладать при $\Omega \to 0$.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Брагинский В. Б., Воронцов Ю. И., Халили Ф. Я.//ЖЭТФ. 1977. **73.** С. 1340. [2] Брагинский В. Б., Вятчанин С. П.//ДАН СССР. 1981. **259.** С. 570; 1982. **264.** С. 1136. [3] Imoto M., Haus H. A., Yamamoto Y. //Phys. Rev. 1985. **A32.** P. 2287. [4] Wanatabe K., Nakano H., Honold A., Yamamoto Y.//Phys. Rev. Lett. 1989. **62.** P. 2257. [5] Braginsky V. B., Vyatchanin S. P.//Phys. Lett. 1988. **132A.** P. 206. [6] Брагинский В. Б., Вятчанин С. П.//ДАН СССР. 1989. **307.** С. 96. [7] Вятчанин С. П.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1990. **31,** № 5. С. 41. [8] Гапонов А. В., Миллер М. А.//ЖЭТФ. 1958. **34.** С. 241. [9] Снайдерс А., Лав Дж. Теория оптических волноводов. М., 1987. Гл. 30.

Поступила в редакцию
21.09.92

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1993. Т. 34, № 5

УДК 537.87:621.396.677.7

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ИЗ РУПОРА

С. И. Абгалдаев, В. П. Моденов
(кафедра математики)

Рассматривается эффективный численно-аналитический метод определения характеристик излучения из нерегулярного рупора по заданному распределению поверхностного импеданса на боковых стенках и по заданному неоднородному заполнению. Приводятся численные результаты, свидетельствующие о возможности управления электромагнитным излучением. Алгоритм основан на неполном методе Галеркина с полуобращением в граничном условии.

Рассматривается электродинамическая система, представляющая собой плоский полубесконечный металлический волновод, завершенный рупором с нерегулярными стенками и неоднородным (полупроводниково-диэлектрическим) заполнением.

Цель работы — выяснить, возможно ли путем изменения геометрической формы стенок рупора, поверхностного импеданса, а также свойств фоточувствительного полупроводника (например, кремния) управлять основными характеристиками электромагнитного поля, излучаемого из открытого конца отрезка нерегулярного волновода.

Математическая постановка внутренне-внешней краевой задачи заключается в нахождении решения уравнения Гельмгольца

$$\Delta U + k^2 \varepsilon (x, z) U = 0, \tag{1}$$

которое удовлетворяет однородному граничному условию на металлических поверхностях волновода (рис. 1):

$$U = 0 \left(\frac{\partial U}{\partial x} = 0 \right); \quad z < 0, \tag{2}$$

импедансным граничным условиям на боковой поверхности рупора: