$$F(\theta)=\sum_{l=0}^{N} f_l(\theta)\,Q_l, \tag{9}$$

где коэффициенты Q_l выражаются через решение задачи (8).

На рис. 2, 3 приводятся посчитанные на ЭВМ диаграммы направленности.

На рис. 2 показана зависимость диаграммы направленности излучения из рупора с диэлектрическим заполнением внутри его раскрыва от величины мнимой части комплексной диэлектрической проницаемости, на рис. 3 — зависимость диаграммы направленности излучения из рупора без заполнения от величины угла раскрыва рупора.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Копенкин А. Д., Кураев А. А., Слепян А. Я. и др.//Радиотехн. и электроника. 1988. **33**, № 10. С. 2022. [2] Моденов В. П., Абгалдаев С. И.// Межвузовский сб. научн. трудов «Автоматизированное проектирование устройств СВЧ». М., 1991. С. 120. [3] Свешников А. Г.//ДАН СССР. 1977. **236**, № 5. С. 1076. [4] Митра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов. М., 1974.

Поступила в редакцию
20.10.92

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1993. Т. 34, № 5

УДК 534.26:535

КОЛЛИНЕАРНЫЙ АКУСТООПТИЧЕСКИЙ ФИЛЬТР С ГАУССОВСКИМИ ПУЧКАМИ СВЕТА И ЗВУКА

В. Н. Парыгин, И. Н. Жмакин, О. И. Медведков
(кафедра физики колебаний)

Проводится теоретический анализ работы коллинеарного акустооптического фильтра, учитывающий дифракционную расходимость светового и звукового пучков. Описывается влияние расходимости на полосу пропускания и число элементов оптического изображения, которое может быть исследовано с помощью фильтра. Оценены параметры, при которых фильтр работает в оптимальном режиме.

Коллинеарные акустооптические фильтры [1—5] дают возможность осуществлять узкополосную фильтрацию световых пучков. Разрешающая способность таких фильтров определяется их длиной и разностью показателей преломления кристалла, используемого в фильтре, для двух одинаково направленных световых пучков, имеющих ортогональные поляризации.

Обычно применяются длинные и узкие кристаллы, позволяющие осуществлять эффективную фильтрацию при относительно небольших потребляемых акустических мощностях. В этих условиях описание световых и звуковых пучков как плоских волн становится несправедливым. Необходимо учитывать дифракционную расходимость пучков вдоль кристалла.

В данной работе проводится теоретический анализ дифракции гауссовского светового пучка на коллинеарном ему гауссовском акустическом пучке. Учет конечной расходимости пучков позволяет оценить влияние поперечных размеров пучков на полосу пропускания фильтра и число элементов оптического изображения, которое может быть исследовано с помощью такого фильтра.

Пусть в анизотропной упругооптической среде вдоль оси z распространяется гауссовский звуковой пучок $a(x, y, z, t)$ вида

$$a(x, y, z, t)=\frac{B}{1-jDz}\exp\left\{-\frac{x^2+y^2}{R_i^2(1-jDz)}+j(\Omega t-Klz)\right\}+\text{к. с.}, \quad (1)$$

где B — амплитуда звуковых колебаний, $D=2l/KR_i^2=\Lambda l/\pi R_i^2$ — величина, характеризующая расходимость звукового пучка на длине l, l — длина акустооптического кристалла в направлении z, R_i — радиус пьезопреобразователя, возбуждающего звук, Ω, K и Λ — частота звука, его волновое число и длина волны, к. с. — выражение, комплексно сопряженное с предыдущим.

Акустический пучок (1) вызывает в фотоупругой среде изменение тензора диэлектрической проницаемости $\Delta\varepsilon$, пропорциональное амплитуде акустической волны. Временнóе и пространственное распределение $\Delta\varepsilon$ совпадает с (1).

Пусть падающий световой пучок распространяется в том же направлении z и имеет вид

$$\mathbf{E}_i(x, y, z, t)=\frac{\mathbf{e}_iE_0}{1-jdz}\exp\left\{-\frac{x^2+y^2}{r_i^2(1-jdz)}+j(\omega_it-k_ilz)\right\},$$

где E_0, ω_i, $k_i=\omega_in_i/c$ — амплитуда, частота и волновое число падающего света, $\mathbf{e}_i$ — единичный вектор его поляризации, n_i — показатель преломления для света этой поляризации, r_i — радиус светового пучка при $z=0$, $d=2l/k_ir_i^2$ — расходимость светового пучка. Радиус пучка на выходе фильтра равен $r_{\text{out}}=r_i(1+d^2)^{1/2}$.

Коллинеарная дифракция света является анизотропным рассеянием, поэтому вектор поляризации дифрагированного света $\mathbf{e}_d$ ортогонален $\mathbf{e}_i$. Показатель преломления дифрагированного света n_d отличается от n_i. Если $n_d>n_i$, то коллинеарная дифракция наблюдается лишь в $+1$-м порядке $(k_i+K=k_d)$, если $n_d<n_i$ — то в -1-м $(k_i-K=k_d)$.

Рассмотрим дифракцию света в $+1$-м порядке. Световое поле в области взаимодействия может быть представлено в виде суммы двух пучков с различной поляризацией:

$$\mathbf{E}=\mathbf{e}_iE_t(x, y, z)\exp\{j(\omega_it-k_ilz)\}+\mathbf{e}_dE_d(x, y, z)\exp\{j(\omega_dt-k_dlz)\},$$

где $\omega_d=\omega_i+\Omega$, $k_d=k_i+K$ — частота и волновое число дифрагированного света, E_t и E_d — амплитуды прошедшего и дифрагированного пучков, имеющие сложное распределение по пространству. Для определения этого распределения воспользуемся методом, предложенным в [4].

Рассчитаем двумерный пространственный фурье-спектр звукового пучка (1) в плоскости z:

$$A(K_x, K_y, z)=\iint\limits_{-\infty}^{\infty}(1-jDz)^{-1}\exp\left\{-\frac{x^2+y^2}{R_i^2(1-jDz)}-j(K_xx+K_yy)\right\}dxdy=$$

$$=\pi R_i^2\exp\{-(K_x^2+K_y^2)R_i^2(1-jDz)/4\}. \quad (2)$$

Фурье-спектры дифрагированного U_d и прошедшего U_t света связаны между собой следующими соотношениями [4]:

$$\frac{dU_d}{dz}=j\frac{ql}{8\pi^2}\iint\limits_{-\infty}^{\infty}A(K_x, K_y, z)U_t(k_{dx}-K_x, k_{dy}-K_y, z)\times$$

$$\times\exp\{-i\eta lz\}dK_xdK_y, \quad (3)$$

$$\frac{dU_t}{dz}=j\frac{ql}{8\pi^2}\iint\limits_{-\infty}^{\infty}A^*(K_x,\ K_y,\ z)\,U_d(k_{ix}+K_x,\ k_{iy}+K_y,\ z)\times$$

$$\times\exp\{j\eta lz\}\,dK_xdK_y,$$

где $q=\mathbf{e}_d\Delta\varepsilon\mathbf{e}_ik_i/2n_in_d$; $\eta=k_i+K-k_d$

Будем искать решение системы уравнений (3) в виде рядов:

$$U_d=\sum_{n=0}^{\infty}(jql/2)^{2n+1}u_{2n+1}(k_{dx},\ k_{dy},\ z),$$
$$U_t=\sum_{n=0}^{\infty}(jql/2)^{2n}u_{2n}(k_{ix},\ k_{iy},\ z). \tag{4}$$

В качестве нулевого приближения используем фурье-спектр падающего света:

$$u_0=\pi r_i^2E_0\exp\{-(k_{ix}^2+k_{iy}^2)\,r_i^2\,(1-jdz)/4\}.$$

Подставляя это выражение, а также (2) в уравнение (3), получим

$$u_1=\frac{r_i^2E_0}{4\pi}\int\limits_0^z\frac{\exp\{-j\eta lz_1\}}{(1-jDz_1)+(r_i/R_i)^2\,(1-jdz_1)}\times$$

$$\times\exp\left\{-\frac{(k_{dx}^2+k_{dy}^2)\,r_i^2}{4}\ \frac{(1-jDz_1)\ (1-jdz_1)}{(1-jDz_1)+(r_i/R_i)^2\,(1-jdz_1)}\right\}dz_1.$$

Последовательно продолжая этот процесс, можно определить все члены рядов (4), которые после обратного преобразования Фурье дают возможность рассчитать амплитуды дифрагированного и прошедшего света как функции координат.

Амплитуда дифрагированного света оказывается равной

$$E_d=E_0\sum_{n=0}^{\infty}(jql/2)^{2n+1}C_{2n+1}(x,\ y,\ z), \tag{5}$$

а для амплитуды прошедшего света имеем

$$E_t=E_0\sum_{n=0}^{\infty}(jql/2)^{2n}C_{2n}(x,\ y,\ z), \tag{6}$$

где

$$C_0(x,\ y,\ z)=(1-jdz)^{-1}\exp\left\{-\frac{x^2+y^2}{r_i^2\,(1-jdz)}\right\},$$

$$C_{2n+1}(x,\ y,\ z)=\int\limits_0^z\frac{C_{2n}\ (x,\ y,\ z_1)}{1-jDz_1}\exp\left\{-\frac{x^2+y^2}{R_i^2\,(1-jDz_1)}-j\eta lz_1\right\}dz_1, \tag{7}$$

$$C_{2n}(x,\ y,\ z)=\int\limits_0^z\frac{C_{2n-1}\,(x,\ y,\ z_1)}{1+jDz_1}\exp\left\{-\frac{x^2+y^2}{R_i^2\,(1+jDz_1)}+j\eta lz_1\right\}dz_1.$$

С помощью формул (7) можно вычислить все члены рядов (5) и (6), т. е. получить полное решение задачи. При рассмотрении вопроса о дифракции в —1-м порядке соотношения (5) и (6) сохраняют свой вид, но в формулах (7) необходимо заменить D на $-D$.

Нетрудно убедиться, что в предельном случае плоских волн $r_i \to \infty$ и $R_i \to \infty$ все функции C_n упрощаются и для $\eta=0$ становятся равными $C_n=z^n/n!$. Ряды (5) и (6) при этом могут быть просуммированы и дают

$$E_d=E_0 \sin(qlz/2); \qquad E_t=E_0 \cos(qlz/2).$$

Это стандартное решение для сильного взаимодействия плоских волн (см., напр., [4]).

Первый член ряда (5) описывает дифрагированный свет в линейном по звуку приближении слабого взаимодействия:

$$E_1=j\frac{ql}{2}\int\limits_0^z \frac{\exp\{-j\eta l z_1\}}{(1-jDz_1)(1-jdz_1)} \exp\left\{-\frac{x^2+y^2}{R_i^2(1-jDz_1)}-\right.$$
$$\left.-\frac{x^2+y^2}{r_i^2(1-jdz_1)}\right\} dz_1. \tag{8}$$

Расходимости светового и звукового пучков d и D входят в это выражение симметрично. Поэтому влияние этих расходимостей на дифрагированный свет почти эквивалентно. Выражение (8) записано для дифракции света в $+1$-м порядке. Амплитуда света, дифрагировавшего в -1-м порядке (при $n_d<n_i$), имеет в первом приближении вид

$$E_{-1}=j\frac{ql}{2}\int\limits_0^z \frac{\exp\{-j\eta l z_1\}}{(1+jDz_1)(1-jdz_1)} \times$$
$$\times \exp\left\{-\frac{x^2+y^2}{R_i^2(1+jDz_1)}-\frac{x^2+y^2}{r_i^2(1-jdz_1)}\right\}dz_1.$$

При сравнимых поперечных размерах пучков света и звука, $r_i \approx R_i$, расходимость светового пучка d много меньше D. Однако для достаточно тонких световых пучков, когда $r_i=R_i(K/k_i)^{1/2}$, расходимости света и звука оказываются равными $d=D$. На рис. 1 изображены зависимости интенсивности света на выходе фильтра от D при различных параметрах расходимости светового пучка. Сплошные кривые относятся к случаю дифракции света в $+1$-м, а штриховые — к дифракции в -1-м порядке. Все кривые рассчитаны для точек, лежащих на оси звукового пучка ($x=y=0$), и для оптимальных значений η_{opt}. Под η_{opt} понимается такое значение расстройки η, при котором интенсивность дифрагированного света на оси достигает максимального значения. В приближении плоских волн при $d=D=0$ оптимальное значение η равно нулю, но при конечном радиусе R_i расстройка η_{opt} становится отличной от нуля. Если расходимость пучка света мала ($d \ll 1$), интенсивности дифракции в $+1$-м и -1-м порядках практически совпадают. При больших d они различаются незначительно. Расходимость света снижает эффективность дифракции даже в случае плоской акустической волны ($I_d<1$ при $d=1$ и $D=0$). Из рис. 1 видно, что увеличение D и d уменьшает интенсивность дифрагированного света на оси пучка. Это уменьшение можно скомпенсировать соответствующим увеличением плотности акустической мощности q^2.

Полная акустическая мощность, излучаемая пьезопреобразователем, P_a, пропорциональна произведению плотности мощности на квадрат радиуса преобразователя. Зависимость P_a^{-1} от D для заданной интенсивности дифрагированного света, приведенная на рис. 2, показывает, что существует оптимальное значение D, при котором потребляемая фильтром мощность минимальна. При малой расходимости света оптимальное D близко к 3. Оно уменьшается с ростом d.

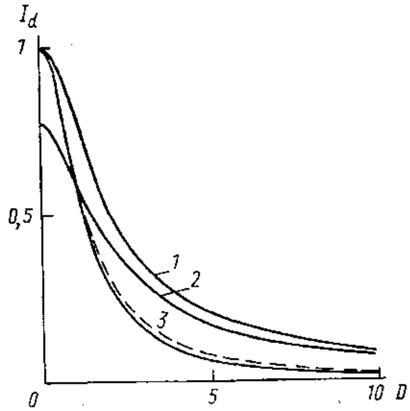

Рис. 1

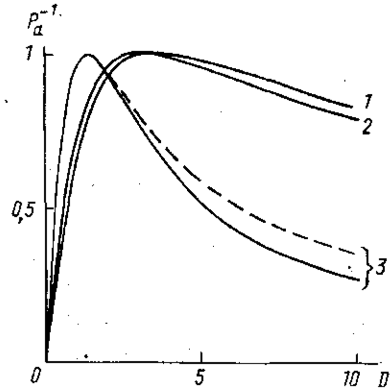

Рис. 2

Рис. 1. Зависимость интенсивности дифрагированного света на выходе фильтра от расходимости звука при различных параметрах расходимости светового пучка: сплошные линии — дифракция в +1-м порядке, штриховая — дифракция в —1-м порядке; $d=0$ (*1*), 1 (*2*) и D (*3*)

Рис. 2. Зависимость величины, обратной акустической мощности, от расходимости звука: сплошные линии — дифракция в +1-м порядке, штриховая — дифракция в —1-м порядке; $d=1$ (*1*), 0 (*2*) и D (*3*)

Важнейшей характеристикой акустооптического фильтра является его передаточная характеристика, т. е. зависимость пропускания фильтра от частоты падающего света. Эта зависимость приведена на рис. 3. Кривая, соответствующая взаимодействию плоских волн $d=D=0$, описывается функцией $\mathrm{sinc}^2(\eta l/2\pi)$. Использование акустического пучка с конечным радиусом смещает максимум полосы пропускания фильтра вправо при дифракции в +1-м порядке или влево при дифракции в —1-м порядке. Одновременно с ростом D расширяется основной лепесток полосы пропускания фильтра и увеличиваются амплитуды боковых лепестков. Уменьшение радиуса светового пучка сопровождается дополнительным сдвигом максимума пропускания вправо, увеличением ширины основного лепестка полосы пропускания и ростом ее боковых лепестков. Из рис. 3 видно, что в пределах каустики пучков света и звука (при $D\leqslant 1$ и $d\leqslant 1$) искажения формы и ширины передаточной характеристики фильтра достаточно малы (кривые $d=0$, $D=1$; $d=D=1$ и $d=1$, $D=-1$). Эти кривые соответствуют радиусам пучков $R_{i0}=(2l/K)^{1/2}$ и $r_{i0}\geqslant(2l/k_i)^{1/2}$. Выход за пределы каустики, например вследствие уменьшения радиусов светового и звукового пучков, приводит к недопустимым искажениям передаточной характеристики фильтра ($R_i=R_{i0}/2$ — $D=4$, $r_i=r_{i0}/2$ — $d=4$). При переходе от дифракции в +1-м порядке к дифракции в —1-м форма кривой пропускания практически не меняется, но сдвиги центральной частоты, вызванные расходимостями света и звука, имеют разные знаки.

На рис. 4 приведена зависимость смещения центральной частоты фильтра от D для нескольких значений d. Сплошные кривые относятся к случаю дифракции света в +1-м порядке, пунктирные — к дифракции в —1-м порядке. Максимальное смещение центральной частоты фильтра равно половине ширины его полосы пропускания. Интересно отметить, что при дифракции в —1-м порядке и $d=D$ смещения центральной частоты фильтра не происходит. Кривые, изображенные на

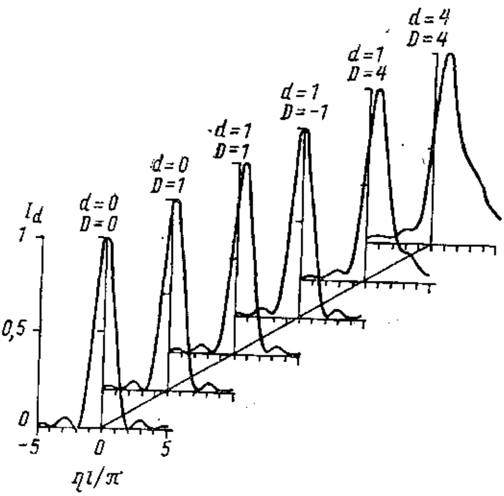

Рис. 3

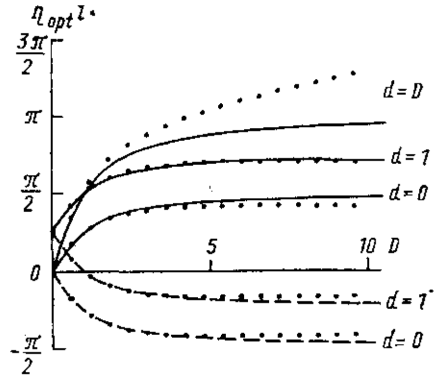

Рис. 4

Рис. 3. Передаточная характеристика акустооптического фильтра при различных параметрах расходимости света и звука

Рис. 4. Зависимость смещения центральной частоты фильтра от расходимости звука: точки — максимумы передаточных характеристик, сплошные линии — аппроксимация по формуле $\eta_{opt}l=\operatorname{arctg} d+\operatorname{arctg} D$, штриховые — аппроксимация по формуле $\eta_{opt}l=\operatorname{arctg} d-\operatorname{arctg} D$.

рис. 4, при малых расходимостях (D, $d\leqslant 2$) могут быть приближенно аппроксимированы зависимостями $\eta_{opt}l=\operatorname{arctg} d+\operatorname{arctg} D$ для дифракции в +1-м порядке и $\eta_{opt}l=\operatorname{arctg} d-\operatorname{arctg} D$ для дифракции в —1-м порядке.

Используя соотношения (5), (6) и (7), можно рассчитать интенсивность дифрагированного света при большой эффективности дифракции. При этом форма передаточной характеристики фильтра не отличается от полученной в приближении слабого взаимодействия. Однако уровень боковых лепестков при сильном взаимодействии повышается в $[\operatorname{sinc}(ql/2\pi)]^{-2}$ раз, где ql — величина, определяющая максимальное пропускание фильтра при сильном взаимодействии.

Поперечное распределение света в дифрагированном пучке определяется соотношением радиусов R_i и r_i. При $r_i<R_i$ радиус дифрагированного пучка практически совпадает с r_i, а при $R_i<r_i$ он близок к радиусу звукового пучка. Характер распределения подобен гауссовскому. При анализе вопроса о числе элементов оптического изображения, которое может быть пропущено через коллинеарный акустооптический фильтр, следует исходить из того, что минимальный размер оптического канала для каждого элемента изображения должен иметь радиус $r_{i0}=(\lambda l/\pi)^{1/2}$ и площадь λl. Таким образом, полное число элементов пе-

редаваемого через фильтр изображения не может быть больше $\pi R_i^2/\lambda l$. При оптимальном для фильтра радиусе $R_i = R_{i0}$ полное число передаваемых фильтром элементов изображения равно Λ/λ.

Проведенное исследование позволяет сделать следующие выводы.

1. Использование в коллинеарном фильтре светового и звукового пучков конечного радиуса сопровождается смещением центральной частоты фильтра. Это смещение необходимо учитывать при работе спектрографа.

2. Существует оптимальное соотношение между длиной фильтра и радиусом его поперечного сечения, при котором потребляемая фильтром акустическая мощность минимальна, а искажения формы передаточной характеристики незначительны.

3. Максимальное число элементов оптического изображения, которое может быть передано через коллинеарный фильтр без искажений его передаточной характеристики, пропорционально квадрату радиуса звукового пучка и обратно пропорционально длине фильтра.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Harris S., Wallace R.//J. Opt. Soc. Am. 1969. 59, N 6. P. 744. [2] Chang I.//Appl. Phys. Lett. 1976. 90. P. 12. [3] Волошинов В. Б., Парыгин В. Н.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1980. 21, № 2. С. 90. [4] Балакший В. И., Парыгин В. Н., Чирков Л. Е. Физические основы акустооптики. М., 1985. [5] Магдич Л. Н.//Изв. АН СССР, сер. физ. 1980. 44, № 8. С. 1683.

Поступила в редакцию
06.10.92

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1993. Т. 34, № 5

УДК 533.951

НЕЛИНЕЙНАЯ ЛЕНГМЮРОВСКАЯ ВОЛНА: КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ И АСИМПТОТИКИ

А. Н. Гапоненко, Л. С. Кузьменков, О. О. Трубачев
(кафедра теоретической физики)

Численно исследовано поведение нелинейного сдвига частоты, амплитуд второй и третьей гармоник в кубическом по полю волны приближении в релятивистской максвелловской плазме. Указана область применимости низкотемпературных асимптотик для исследуемых величин. Обнаружено, что для волн с фазовой скоростью, близкой к скорости света, хорошее приближение дает холодная гидродинамика.

Нелинейные ленгмюровские волны, впервые исследованные в [1], вновь привлекли интерес в связи с появившимися возможностями их экспериментального изучения [2] и вероятными приложениями (например, плазменное ускорение частиц, см. [3]).

В [4] рассмотрены эти волны для случая слабой нелинейности с учетом конечной температуры плазмы и релятивистской динамики частиц. Влияние захваченных частиц не учитывалось. Получены выражения для нелинейного сдвига частоты, амплитуд второй и третьей гармоник. Предсказано явление «кинетического резонанса»: обращение в нуль нелинейного сдвига частоты при определенных соотношениях между температурой плазмы и фазовой скоростью волны, которое может привести к заметному увеличению максимально достижимой ам-