редаваемого через фильтр изображения не может быть больше $\pi R_i^2/\lambda l$. При оптимальном для фильтра радиусе $R_i = R_{i0}$ полное число передаваемых фильтром элементов изображения равно $\Lambda/\lambda$.

Проведенное исследование позволяет сделать следующие выводы.

1. Использование в коллинеарном фильтре светового и звукового пучков конечного радиуса сопровождается смещением центральной частоты фильтра. Это смещение необходимо учитывать при работе спектрографа.

2. Существует оптимальное соотношение между длиной фильтра и радиусом его поперечного сечения, при котором потребляемая фильтром акустическая мощность минимальна, а искажения формы передаточной характеристики незначительны.

3. Максимальное число элементов оптического изображения, которое может быть передано через коллинеарный фильтр без искажений его передаточной характеристики, пропорционально квадрату радиуса звукового пучка и обратно пропорционально длине фильтра.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Harris S., Wallace R.//J. Opt. Soc. Am. 1969. **59**, N 6. P. 744. [2] Chang I.//Appl. Phys. Lett. 1976. **90**. P. 12. [3] Волошинов В. Б., Парыгин В. Н.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1980. **21**, № 2. С. 90. [4] Балакший В. И., Парыгин В. Н., Чирков Л. Е. Физические основы акустооптики. М., 1985. [5] Магдич Л. Н.//Изв. АН СССР, сер. физ. 1980. **44**, № 8. С. 1683.

Поступила в редакцию
06.10.92

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1993. Т. 34, № 5

УДК 533.951

# НЕЛИНЕЙНАЯ ЛЕНГМЮРОВСКАЯ ВОЛНА: КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ И АСИМПТОТИКИ

**А. Н. Гапоненко, Л. С. Кузьменков, О. О. Трубачев**
*(кафедра теоретической физики)*

**Численно исследовано поведение нелинейного сдвига частоты, амплитуд второй и третьей гармоник в кубическом по полю волны приближении в релятивистской максвелловской плазме. Указана область применимости низкотемпературных асимптотик для исследуемых величин. Обнаружено, что для волн с фазовой скоростью, близкой к скорости света, хорошее приближение дает холодная гидродинамика.**

Нелинейные ленгмюровские волны, впервые исследованные в [1], вновь привлекли интерес в связи с появившимися возможностями их экспериментального изучения [2] и вероятными приложениями (например, плазменное ускорение частиц, см. [3]).

В [4] рассмотрены эти волны для случая слабой нелинейности с учетом конечной температуры плазмы и релятивистской динамики частиц. Влияние захваченных частиц не учитывалось. Получены выражения для нелинейного сдвига частоты, амплитуд второй и третьей гармоник. Предсказано явление «кинетического резонанса»: обращение в нуль нелинейного сдвига частоты при определенных соотношениях между температурой плазмы и фазовой скоростью волны, которое может привести к заметному увеличению максимально достижимой амплитуды электрического поля при возбуждении двухмодовой лазерной накачкой [5]. Полученные формулы содержат интегральные выражения (аналогичные интегралам, входящим в продольную диэлектрическую проницаемость [6]), не сводящиеся к известным специальным функциям. Значительно более простой вид имеют их низкотемпературные асимптотики [4], однако не ясна область применимости этих асимптотик.

В настоящей работе численно исследовано поведение нелинейного сдвига частоты, амплитуд второй и третьей гармоник в зависимости от температуры плазмы и фазовой скорости волны и на этой основе проанализировано соответствие низкотемпературных асимптотик точным значением этих функций в широком диапазоне температур.

Рассмотрим стационарную продольную волну $\mathbf{E}(\tau)=\{0,\ 0,\ E(\tau)\}$, распространяющуюся вдоль оси $z$ в однородной изотропной плазме. Здесь $\tau=t-qz/c$, $q=c/u$, $c$ — скорость света, $u$ — фазовая скорость волны. В кубическом по полю приближении из системы уравнений Власова—Максвелла получим уравнение [4]

$$\frac{1}{\omega_l^2}\frac{d^2\psi}{d\tau^2}+\psi=\frac{M\psi^2}{e}+\frac{N\psi^3}{e^2}, \tag{1}$$

где $\psi(\tau)=\int eE(\tau)\,d\tau$,

$$M=-\frac{2\pi ce^3}{\omega_l^2}\int\frac{p_{0\perp}^2}{p_0^3\,(1-qv_z/c)^3}\frac{\partial f_0}{\partial p_z}\,d^3p, \tag{2}$$

$$N=-\frac{2\pi ce^4}{\omega_l^2}\int\frac{p_{0\perp}^2\,(p_z-qp_0)}{p_0^5\,(1-qv_z/c)^5}\frac{\partial f_0}{\partial p_z}\,d^3p, \tag{3}$$

$$\omega_l^2=-4\pi e^2\int\frac{c/q}{1-qv_z/c}\frac{\partial f_0}{\partial p_z}\,d^3p, \tag{4}$$

$$p_0^2=p^2+m^2c^2,\quad p_{0\perp}^2=p_0^2-p_z^2.$$

Подынтегральные выражения для $M$, $N$, $\omega_l^2$ (2)—(4) при подстановке в качестве $f_0$ релятивистского распределения Максвелла $f_{0M}=A\exp\{-cp_0/\vartheta\}$ ($\vartheta$ — температура электронов, отнесенная к энергии покоя электрона) имеют полюсные особенности в досветовой области ($q>1$) при $v_z=u$. Это является следствием пренебрежения захваченными частицами, т. е. в (2)—(4) $f_0$ — функция распределения только пролетных частиц. Так как пролетные частицы со скоростями, близкими к $u$, отсутствуют, то в этой области необходимо полагать $f_0=0$.

Решение (1) имеет вид [4]

$$E(\tau)=\frac{d\psi}{d\tau}=E_0\sin(\omega\tau+\varphi_0)+\frac{ME_0^2}{3\omega_l}\sin[2(\omega\tau+\varphi_0)]-$$

$$-\frac{3}{32}\left(N-\frac{2}{3}M^2\right)\frac{E_0^3}{\omega_l^2}\sin[3(\omega\tau+\varphi_0)], \tag{5}$$

$$\omega^2=\omega_l^2\left[1-\left(\frac{5}{6}M^2+\frac{3}{4}N\right)\frac{E_0^2}{\omega_l^2}\right]\equiv\omega_l^2\left[1+\xi\frac{E_0^2}{\omega_l^2}\right]. \tag{6}$$

Если $f_0=f_{0M}$ (с учетом сделанного выше замечания), то поведение величин $M$, $N$, $\xi$ в пределе низких температур электронов плазмы $\vartheta$ определяется асимптотическими формулами [4]

$$M \approx \frac{3}{2}\,\frac{e}{mc}\,q\left(1+7\,\frac{\vartheta}{mc^2}\,q^2\right), \tag{7}$$

$$N \approx \frac{1}{2}\left(\frac{e}{mc}\right)^2-\frac{5}{2}\left(\frac{e}{mc}\right)^2 q^2\left(1+18\,\frac{\vartheta}{mc^2}\,q^2\right), \tag{8}$$

$$\xi \approx -\frac{3}{8}\left(\frac{e}{mc}\right)^2+\frac{15}{2}\left(\frac{e}{mc}\right)^2\frac{\vartheta}{mc^2}\,q^4. \tag{9}$$

Для произвольных изотропных распределений $f_0(p)$ в формулах (2)—(4) можно выполнить интегрирование по углам сферической системы координат в импульсном пространстве. В результате найдем

$$M=-\frac{4\pi^2ce^3}{\omega_l^2}\int\limits_0^\infty\frac{p^2}{p_0^3}\left\{\frac{3p^2}{a^4}\ln\left(\frac{1-a}{1+a}\right)+\right.$$

$$\left.+\,2\,\frac{a^4\,(p^2+p_0^2)-5a^2p^2+3p^2}{a^3\,(1-a^2)^2}\right\}\frac{\partial f_0}{\partial p}\,dp, \tag{10}$$

$$N=-\frac{4\pi^2ce^4}{\omega_l^2}\int\limits_0^\infty\frac{p^2}{p_0^5}\left\{\frac{p^2}{a^5}\ln\left(\frac{1-a}{1+a}\right)+\frac{2}{3}\,\frac{1}{(1-a^2)^4}\times\right.$$

$$\times\,(qp_0a^3\,(2p^2-1)-pa^2\,(7p^2-5)-qp_0a\,(2p^2+5)+$$

$$\left.+\,15p^3+p-11p^3/a^2+3p^3/a^4)\right\}\frac{\partial f_0}{\partial p}\,dp, \tag{11}$$

$$\omega_l^2=-8\pi^2e^2\int\limits_0^\infty qp_0^2\left\{2a+\ln\left(\frac{1-a}{1+a}\right)\right\}\frac{\partial f_0}{\partial p}\,dp. \tag{12}$$

Здесь $a\equiv qp/p_0$.

Для распределений типа релятивистского максвелловского дальнейшее интегрирование в (10)—(12) выполнимо лишь численно.

При расчетах использовалась $f_0$, совпадающая с релятивистским распределением Максвелла $f_{0M}$ для $p<R$ и равная нулю при $p>R$. Таким образом, $R$ — параметр, имеющий смысл максимального значения импульса электронов. Нормировочная константа для функции распределения вычислялась интегрированием (она зависит от $R$). Вообще говоря, все результаты являются функциями $R$. Однако для любого $\vartheta$ можно выбрать $q$ такие, что существует диапазон значений $R_1(\vartheta)<R<R_2(q)$, в котором зависимость от $R$ становится несущественной. При этом $R_1(\vartheta)$ определяется условием малости $f_{0M}(R_1)$, а $R_2(q)$ — требованием того, чтобы точка $v_z=u$ не попадала в область интегрирования $[0, R]$. Практически выбиралось

$$R=mc\left((\chi\vartheta+1)^2-1\right)^{1/2},\quad \chi>20$$

(при этом $f_{0M}(R)\sim\exp(-\chi)<2\cdot10^{-9}$), а область изменения $q$ ограничивалась условием $(q^2-1)R^2<0{,}99$. Равенство $(q^2-1)R^2=1$ соответствует полюсу в конечной точке отрезка интегрирования.

Результаты расчетов коэффициента $\xi$ в выражении для нелинейного сдвига частоты (см. (6)) представлены на рис. 1—3 сплошными линиями, штриховыми даны соответствующие асимптотики (9). По осям отложены безразмерные величины: $\xi$ выражена в единицах $(e/mc)^2$, температура плазмы $\vartheta$ — в долях $mc^2$. На рис. 1, 2 изображены кривые $\xi(q)$ для различных значений $\vartheta$. Видно, что асимптотики являются хо-

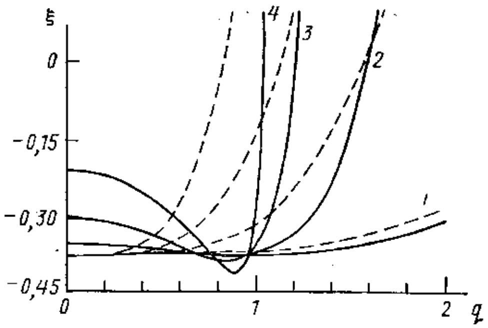


Рис. 1. Зависимость $\xi(q)$ при $\vartheta=8\cdot10^{-4}$ (1); $8\cdot10^{-3}$ (2); 0,03 (3) и 0,1 (4)

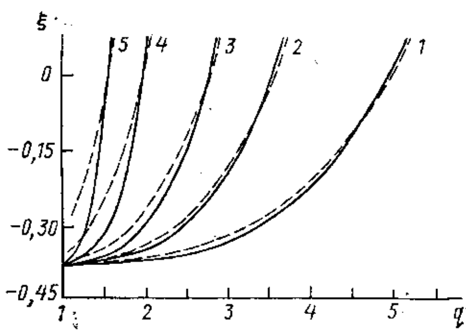


Рис. 2. Зависимость $\xi(q)$ при $\vartheta=8\cdot10^{-5}$ (1); $3\cdot10^{-4}$ (2); $8\cdot10^{-4}$ (3); $3\cdot10^{-3}$ (4) и $8\cdot10^{-3}$ (5)

рошей аппроксимацией в диапазоне от $q=0$ до нескольких единиц лишь для температур $\vartheta\leqslant10^{-3}$. Так, уже при $\vartheta=0{,}03$, $q=1$ значение $\xi$ отличается от предсказываемого асимптотикой более чем в два раза. Кроме того, становится заметной немонотонность поведения $\xi$ для сверхсветовых волн, из-за которой его значение по модулю превосходит вычисленное в гидродинамическом приближении. Это означает, что сдвиг квадрата частоты $\xi E^2$ сверхсветовых волн в плазме с конечной температурой относительно значений $\omega_l^2$, определяемых линейной теорией, может быть больше сдвига квадрата частоты в холодной плазме. В противоположность этому в досветовой области сдвиг всегда уменьшается с ростом температуры. Низкотемпературные асимптотики не отражают указанного явления в сверхсветовой области.

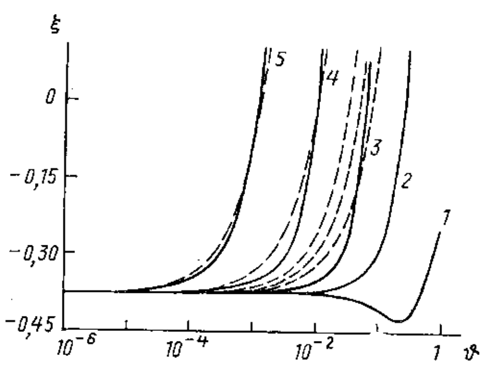


Рис. 3. Зависимость $\xi(\vartheta)$ при $q=0{,}9$ (1); 1 (2); 1,1 (3); 1,5 (4) и 2,5 (5)

При $q\approx1$ вычисленные значения $\xi$ лучше аппроксимируются формулами холодной гидродинамики, чем формулой (9). С ростом температуры отклонение $\xi$ от гидродинамических значений растут медленнее, чем соответствующие отклонения от асимптотических значений. Например, при температуре $\vartheta=0{,}1$ и $q=1$ $\xi=-0{,}29$, соответствующее асимптотическое значение $\xi_{as}=0{,}54$, а в приближении холодной гидродинамики $\xi_{hd}=-0{,}375$. Однако при высоких температурах очень сильна зависимость $\xi(q)$: изменение $q$ на несколько процентов приводит к изменению $\xi$ от максимального значения до нуля (а в гидродинамическом приближении $\xi$ есть просто константа).

Из рис. 2 особенно наглядно видно, что наилучшее соответствие (9) точному значению наблюдается в окрестности тех значений $\vartheta$ и $q$, для которых $\xi(\vartheta, q)=0$. Это приводит к тому, что полученная из (9) кривая кинетического резонанса $20\vartheta q^4=mc^2$ согласуется с вычисленной по точным формулам кривой в более широком диапазоне температур — до $\vartheta\approx 0{,}02$ (а не до $\vartheta\approx 10^{-3}$, где справедливы (7)—(9)).

Зависимость $\xi(\vartheta)$ для нескольких значений $q$ приведена на рис. 3. Введенные ранее [4] функции $M(\vartheta, q)$, $N(\vartheta, q)$ (см. (2), (3)), определяющие амплитуды второй и третьей гармоник (5), ведут себя по отношению к своим асимптотическим значениям аналогично функции $\xi(\vartheta, q)$. Значения $M$, $N$ в гидродинамическом пределе могут быть получены из (7)—(8) подстановкой $\vartheta=0$. При $q=1$ лучшим приближением является гидродинамическое, а при $q>1{,}5$, $\vartheta>8\cdot 10^{-5}$ большую точность дают асимптотические выражения (7)—(9).

Работа выполнена в рамках программы «Университеты России».

ЛИТЕРАТУРА

[1] Ахиезер А. И., Половин Р. В.//ЖЭТФ. 1956. **30**. С. 915. [2] Katsouleas T., Mori W. B.//Phys. Rev. Lett. 1988. **61**. P. 90. [3] Rosenzweig J. B., Cole B., Ho C. et al.//Physica Scripta T. 1990. **30**. P. 110. [4] Кузьменков Л. С., Соколов А. А., Трубачев О. О.//Изв. вузов, Физика. 1983. 12. С. 17. [5] Вахдейн А. С., Кузьменков Л. С., Трубачев О. О.//Физика плазмы. 1989. **15**. С. 1197. [6] Godfrey B. B., Newberger B. S., Taggart K. A.//IEEE Trans. Plasma Sci. 1975. **3**. P. 68.

Поступила в редакцию
18.11.92

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1993. Т. 34, № 5

АКУСТИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

УДК 534.222.2

## ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВИДЕОИМПУЛЬСА ПРОДОЛЬНЫХ ВОЛН В СДВИГОВЫЕ ВОЛНЫ ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ЖИДКОСТЬ—ТВЕРДОЕ ТЕЛО

**А. А. Карабутов, М. П. Матросов, Н. Б. Подымова**
*(кафедра общей физики и волновых процессов)*

**Экспериментально исследовано преобразование видеоимпульса продольных волн с плоским фазовым фронтом в сдвиговые волны на границе раздела жидкость — твердое тело. Импульсы продольных волн стандартных лазерных источников звука имели однополярную и биполярную форму в спектральном диапазоне 1—70 МГц. Были зарегистрированы импульсы сдвиговых волн с плоским фазовым фронтом и линейной поляризацией. Спектральный диапазон этих импульсов составлял 1—15 МГц.**

Лазерные источники звука в настоящее время становятся «стандартными» источниками мощных акустических видеоимпульсов [1—4]. При плоском фазовом фронте (когда граница поглощающей свет среды плоская, а лазерный пучок широкий) возбуждаются преимущественно импульсы продольных акустических волн. Они активно используются для калибровки широкополосных акустических приемников и гидрофонов [5, 6], настройки систем неразрушающего контроля и акустической эмиссии [7], в широкополосной акустической спектроскопии [8, 9]. При