Зная глубину залегания массы, легко определить ее величину по формуле (1). Из таблицы видно, что максимальные значения масс превышают 10^{14} Т в области юга Австралии, вблизи Карибского моря и на севере Атлантики.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Lerch F. J., Klosko S. M., Laubsher R. E., Wagner C. A.//Gravity model improvement using GEOS-3 (GEM-9, GEM-10). Goddard space flight center, 1977. [2] Грушинский Н. П., Сагитов М. У., Чан Ван Няк.//Сообщения ГАИШ. М., 1978. № 202—203. С. 49.

Поступила в редакцию
09.09.92

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1993. Т. 34, № 5

АСТРОНОМИЯ

УДК 521.1

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ СПУТНИКОВАЯ ЗАДАЧА С УЧЕТОМ ГАЛАКТИЧЕСКОГО ВРАЩЕНИЯ

А. А. Власов

(кафедра квантовой теории и физики высоких энергий)

Показано, что уравнения движения спутника в Солнечной системе с учетом галактического вращения последней позволяют в системе отсчета локального геоцентрического наблюдателя выявить эффекты, индуцированные галактическим вращением.

1. Практически все работы по динамике естественных и искусственных тел Солнечной системы не учитывают галактического вращения последней (см., напр., книги [1—4], статьи [5—7] и цитируемую в них литературу). По-видимому, это связано с широко распространившимся мнением, что движение Солнечной системы для анализа постньютоновских эффектов достаточно считать прямолинейно равномерным и, следовательно, в силу лоренц-ковариантности исходных уравнений не оказывающим влияния на наблюдаемую физику. Но такое толкование неудовлетворительно по двум причинам.

Во-первых, из-за путаницы в понятиях лоренц-ковариантности, лоренц-форминвариантности и постгалилеевской (асимптотической лоренцевой) инвариантности. Действительно, лоренц-ковариантность теории подразумевает, что все величины, с которыми имеет дело теория (исходные уравнения, полевые переменные и т. п.), преобразуются как тензоры при лоренц-преобразованиях специальной теории относительности. Лоренц-форминвариантность некоторого выражения означает, что форма данного выражения не меняется при преобразованиях Лоренца. Так, интервал пространства Минковского, метрика пространства Минковского и, например, уравнения Максвелла являются лоренц-форминвариантными (что в свое время и позволило обобщить ньютоновский принцип о ненаблюдаемости глобального равномерно прямолинейного движения). Однако уравнения как ОТО, так и РТГ являются форминвариантными только локально, но не глобально, будучи при этом общековариантными теориями. Поэтому как в ОТО, так и в РТГ при наличии гравитационного поля нельзя требовать полной идентичности формы физических законов в системах координат, связанных простым преобразованием Лоренца специальной теории относительности. Под постгалилеевской (асимптотической лоренцевой) инвариантностью понимается неизменность формы метрики искривленного пространства в постньютоновском приближении при специально подобранных преобразованиях координат, переходящих в случае малых скоростей и в отсутствие гравитационного поля в преобразовании Лоренца [8]. Форма законов физики в таких системах координат будет идентичной. Другими словами, всегда для ОТО и РТГ можно найти класс систем отсчета, в которых форма протекания всех постньютоновских физических процессов будет одинакова, но при этом, конечно, существуют и другие системы отсчета с отличной формой протекания физических процессов.

Во-вторых, траектория движения Солнечной системы в Галактике замкнута, таким образом, наблюдатель, связанный с Солнечной системой, является неинерциальным, а как известно, эффекты, связанные с неинерциальностью наблюдателя, всегда можно обнаружить в его локальной окрестности.

Возможность обнаружения эффектов в Солнечной системе, связанных с галактическим вращением последней, и будет продемонстрирована в данной работе для определенного класса систем отсчета.

В простейшем модельном приближении, достаточном для анализа постньютоновских эффектов, движение Солнечной системы можно полагать вращением под действием ньютоновской силы притяжения массы Галактики m_1, эффективно сосредоточенной в ее центре, тогда скорость галактического вращения V_c равна: $V_c^2=m_1/r_{13}$, где r_{13} — радиус траектории, и по порядку величины V_c не меньше скоростей периодического движения тел Солнечной системы. Таким образом, возникает необходимость модификации динамических уравнений тел Солнечной системы с учетом галактического вращения.

В данной статье, являющейся продолжением работы [9], мы будем использовать запись уравнений в «физических» величинах. Заметим, что метод получения соответствующих уравнений аналогичен методу, применяемому при выводе уравнений движения тел Солнечной системы в геоцентрической системе отсчета с учетом вращения Земли вокруг Солнца (см., напр., [5]). Так как нас интересуют только члены, связанные с галактическим вращением, мы будем для простоты считать все тела Солнечной системы точечными и не обладающими собственным вращением. Кроме того, динамику мы будем рассматривать для искусственных спутников Земли (ИСЗ), т. е. когда масса ИСЗ пренебрежимо мала по сравнению с остальными рассматриваемыми массами.

2. Уравнения движения многих точечных тел в постньютоновском приближении в ОТО содержатся в книгах [1, 3, 4] и формально совпадают в гармонической калибровке ОТО с соответствующими уравнениями релятивистской теории гравитации [2] с обобщенным ковариантным условием гармоничности, рассматривающей гравитационное поле как возмущение (не обязательно слабое) на фоне плоского пространства-времени. В инерциальной галактической системе координат для тела с координатами $\mathbf{r}_n$ уравнения имеют следующий вид:

$$\ddot{\mathbf{r}}_n=-\sum_p m_p \frac{\mathbf{r}_{np}}{r_{np}^3}+\sum_p m_p \frac{\mathbf{r}_{np}}{r_{np}^3}\left\{4\sum_q \frac{m_q}{r_{nq}}+\sum_q \frac{m_q}{r_{pq}}-\right.$$

$$\left.-2\mathbf{v}_p^2+4(\mathbf{v}_n\mathbf{v}_p)-\mathbf{v}_n^2+\frac{3}{2}\left(\frac{\mathbf{v}_p\mathbf{r}_{np}}{r_{np}}\right)^2\right\}-$$

$$-\frac{1}{2}\sum_p\sum_q\frac{m_pm_q\mathbf{r}_{np}}{r_{pq}^3r_{np}^3}(\mathbf{r}_{pq}\mathbf{r}_{np})-\frac{7}{2}\sum_p\sum_q\frac{m_pm_q\mathbf{r}_{pq}}{r_{pq}^3r_{np}}+$$

$$+\sum_p\frac{m_p}{r_{np}^3}(\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_p)(\mathbf{r}_{np},\ 4\mathbf{v}_n-3\mathbf{v}_p), \qquad (1)$$

где $\mathbf{v}_n=d\mathbf{r}_n/dt$, $\mathbf{r}_{pq}=\mathbf{r}_p-\mathbf{r}_q$, m — полная сохраняющаяся масса тела.

Будем считать, что рассматриваемая система состоит из четырех масс: массы Галактики m_1, эффективно сосредоточенной в центре инерциальной системы координат; массы Солнца m_2; массы Земли m_3 и массы спутника $m_4\approx 0$. При этом в единицах G/c^2 (в которых мы и будем работать далее, если не оговорено особо) массы имеют следующий порядок: $m_2\sim 10^5$, $m_3\sim 1$, а расстояния в сантиметрах: $r_{43}\ll 10^8$, $r_{32}\sim 10^{13}$, $r_{41}\sim 10^{22}$ (так что справедливо $m_1/r_{31}\sim m_2/r_{32}\gg m_3/r_{43}$ и $m_2/(r_{32})^2\ll m_3/(r_{43})^2$). Переходя в (1) простым ньютоновским координатным сдвигом от инерциальной галактической системы координат к неинерциальной системе с центром на Земле с осями, фиксированными по отношению к осям исходной инерциальной системы координат (квазиинерциальная формально геоцентрическая система координат), с учетом данных числовых соотношений получаем следующее уравнение движения спутника с постньютоновской точностью 10^{-8} см/с^2:

$$\ddot{\mathbf{r}}=-\frac{m_3\mathbf{r}}{r^3}-\frac{m_2\mathbf{r}}{R^3}+\frac{3m_2\mathbf{R}\,(\mathbf{r}\mathbf{R})}{R^5}+$$

$$+\frac{m_2}{R^3}\{4\,(\mathbf{R}\mathbf{u})\,\dot{\mathbf{r}}-2\,(\dot{\mathbf{r}}\mathbf{u})\,\mathbf{R}+4\,(\dot{\mathbf{r}}\mathbf{R})\,\mathbf{u}+\dot{\mathbf{r}}\,(\mathbf{R}\mathbf{V}_S)+2\mathbf{R}\,(\dot{\mathbf{r}}\mathbf{V}_S)\}+$$

$$+\frac{m_3\mathbf{r}}{r^3}\Big\{\mathbf{u}^2+\mathbf{V}_S^2+2\,(\mathbf{u}\dot{\mathbf{r}})+2\,(\mathbf{u}\mathbf{V}_S)+2\,(\dot{\mathbf{r}}\mathbf{V}_S)-\dot{\mathbf{r}}^2+4m_3/r+5m_1/r_{12}+$$

$$+5m_2/R+\frac{3\,(\mathbf{u}\mathbf{r})^2}{2r^2}+\frac{3\,(\mathbf{V}_S\mathbf{r})^2}{2r^2}+\frac{3\,(\mathbf{u}\mathbf{r})\,(\mathbf{V}_S\mathbf{r})}{r^2}\Big\}+\frac{m_3\dot{\mathbf{r}}}{r^3}(\mathbf{r},\ 4\dot{\mathbf{r}}+\mathbf{u}+\mathbf{V}_S). \qquad (2)$$

Здесь $\mathbf{r}$ — радиус-вектор, направленный от Земли к спутнику, $\mathbf{V}_S$ — линейная скорость галактического вращения ($V_S\sim 10^7$ см/с), $\mathbf{R}$ — радиус-вектор, направленный от Солнца к Земле, $\mathbf{u}$ — линейная скорость вращения Земли вокруг Солнца, r_{12} — радиус Галактики.

Перейдем теперь в уравнении (2) от формально геоцентрических к «физическим», т. е. к локально-инерциальным геоцентрическим (ЛИГ) координатам τ, ξ наблюдателя на Земле. Напомним, что если дана метрика g_{ij} в координатах $\bar{x}^i$ и $ds^2=g_{ij}d\bar{x}^id\bar{x}^j$, то при пространственном сдвиге $\bar{x}^\alpha=x^\alpha+R^\alpha$, $R^\alpha=R^\alpha(t)$, получаем

$$ds^2=dt^2\,(g_{00}+g_{0\alpha}V^\alpha+g_{\alpha\beta}V^\alpha V^\beta)+2dtdx^\alpha\,(g_{0\alpha}+g_{\alpha\beta}V^\beta)+g_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta,$$

где $V^\alpha=dR^\alpha/dt$.

Тогда переход к локально-инерциальным, «физическим» координатам T, $\mathbf{X}$ наблюдателя, движущегося относительно исходной системы координат $\bar{x}^i$ со скоростью $\mathbf{V}$, осуществляется по правилам:

$$dT=\left(\overline{g_{00}}\right)^{1/2}dt+\frac{\overline{g_{0\alpha}}dx^\alpha}{(\overline{g_{00}})^{1/2}}\equiv\lambda_i^{(0)}\,dx^i,$$

$$dX^{(\beta)}=\lambda_\alpha^{(\beta)}dx^\alpha,\ \lambda_\alpha^{(\sigma)}\lambda_\beta^{(\sigma)}\equiv-g_{\alpha\beta}+\overline{g_{0\alpha}}\,\overline{g_{0\beta}}/\overline{g_{00}},$$

где $\overline{g_{00}}=g_{00}+g_{0\alpha}V^\alpha+g_{\alpha\beta}V^\alpha V^\beta$, $\overline{g_{0\alpha}}=g_{0\alpha}+g_{\alpha\beta}V^\beta$.

В литературе величины $\lambda_j^{(i)}$ называются тетрадами.

Выражения для dT и $d\mathbf{X}$, не являющиеся в общем случае полными дифференциалами, дают физически измеряемые величины, соответственно и перевод (редукция) всех координатных тензорных величин $T^{i\ldots j}_{p\ldots q}$ к физически измеряемым $T^{(i)\ldots(j)}_{(p)\ldots(q)}$ осуществляется с помощью тетрад (см. напр., [5, 10]):

$$T^{(i)\ldots(j)}_{(p)\ldots(q)}=\lambda^{(i)}_m\ldots\lambda^{(j)}_n\lambda^k_{(p)}\ldots\lambda^l_{(q)}T^{m\ldots n}_{k\ldots l}.$$

Для перехода в ЛИГ-систему координат метрику g_{ij} достаточно взять в следующем приближении:

$$g_{00}=1-2\sum_p\frac{m_p}{\rho_p};\ g_{0\alpha}=0;\ g_{\alpha\beta}=-\delta_{\alpha\beta}\left(1+2\sum_p\frac{m_p}{\rho_p}\right),$$

где $\rho_p=|\mathbf{r}-\mathbf{r}_p|$. Соответственно получаем

$$dT=\left(1-\sum_p\frac{m_p}{\rho_p}-V^2/2\right)dt-\mathbf{V}d\mathbf{x},$$

$$d\mathbf{X}=d\mathbf{x}\left(1+\sum_p\frac{m_p}{\rho_p}\right)+\mathbf{V}(d\mathbf{x}\mathbf{V})/2.$$

Вводя обозначения $T=\tau$, $\mathbf{X}=\boldsymbol{\xi}$ и пренебрегая неоднородностями гравитационных потенциалов m_1/r_{31} и m_2/r_{32} и изменением скорости $\mathbf{v}_{31}$ в локальной окрестности наблюдателя и ограничивая тем самым рассматриваемые интервалы времени (более точно, должно выполняться неравенство $v_{43}/r_{43}\gg v_{32}/r_{32}$), имеем [5]:

$$d\tau/dt=1-((v_{31})^2/2+m_1/r_{13}+m_2/r_{32}+(\dot{\mathbf{r}}_{43}\mathbf{v}_{31})),$$

$$\mathbf{r}_{43}=(1-m_1/r_{13}-m_2/r_{32})\,\boldsymbol{\xi}-(\boldsymbol{\xi}\mathbf{v}_{31})\,\mathbf{v}_{31}/2. \tag{3}$$

Оси так введенной ЛИГ-системы параллельны осям исходной инерциальной системы координат.

Тогда с учетом (3) уравнения движения ИСЗ в ЛИГ-координатах принимают следующий вид:

$$\ddot{\boldsymbol{\xi}}=-\frac{m_3\boldsymbol{\xi}}{\xi^3}-\frac{m_2\boldsymbol{\xi}}{R^3}+\frac{3m_2\mathbf{R}\,(\boldsymbol{\xi}\mathbf{R})}{R^5}+\frac{m_2}{R^3}\{3[\dot{\boldsymbol{\xi}}[\mathbf{u}\mathbf{R}]]-[\dot{\boldsymbol{\xi}}[\mathbf{V}_S\mathbf{R}]]\}+$$
$$+\frac{m_3\boldsymbol{\xi}}{\xi^3}\{-\dot{\xi}^2+4m_3/\xi\}+\frac{m_3\dot{\boldsymbol{\xi}}}{\xi^3}(\boldsymbol{\xi},\ 4\dot{\boldsymbol{\xi}}). \tag{4}$$

Здесь точка означает производную по собственному (физическому) геоцентрическому времени τ, $\boldsymbol{\xi}$ — физический геоцентрический радиус-вектор (из центра Земли к спутнику).

Уравнения (4) совпадают с уравнениями работы [5] при $V_S=0$. Слагаемые во второй строке (4) можно интерпретировать как кориолисовы силы, связанные как с геодезической прецессией, так и с прецессией Лензе—Тирринга.

Из (4) следует, что линейная скорость галактического вращения не выпала из уравнения, входит в кориолисовы слагаемые и, следовательно, может приводить к реально наблюдаемым эффектам в ЛИГ-системе отсчета.

Отметим, что при переходе к физическим локально-инерциальным барицентрическим координатам (ЛИБ), осуществляемом с помощью тетрад аналогично описанному выше методу, проинтегрировать пространственные «дифференциалы», считая множители перед $d\mathbf{x}$ константами, как это было для ЛИГ-системы, уже нельзя, так как соответствующее неравенство $v_{42}/r_{42} \gg v_{32}/r_{32}$ для ЛИБ-системы уже несправедливо. Поэтому с нашей точки зрения тетрадный переход в ЛИБ-систему только затрудняет запись уравнений движения и поэтому мы ограничимся использованием физических координат ЛИГ-системы.

Кроме рассмотренных систем координат в литературе по астрономии используются еще так называемые динамически или кинематически невращающиеся бари- и геоцентрические системы отсчета, выводимые из условия сведения всех внешних воздействий исключительно к приливным эффектам [6, 7, 11]. Учет галактического вращения для введенной кинематически невращающейся барицентрической системы приводит только к чрезвычайно малой прецессии [11]. Способ получения в [6, 7, 11] таких систем отсчета, следовательно, отличается от тетрадного задания ЛИГ-системы, используемой в настоящей работе. Обсуждение достоинств и недостатков той или иной системы отсчета не является целью данной работы, однако необходимо подчеркнуть, что описание гравитационных эффектов для различных систем отсчета с соответствующими наблюдателями, естественно, различно. Последнее приводит, в частности, к тому, что некоторые явления, заметные в одних системах отсчета со своими наблюдателями, не проявляются в других системах отсчета с другими наблюдателями, и поэтому существование систем, где эффекты, связанные с галактическим вращением, отсутствуют, не означает еще ненаблюдаемости в принципе, для любых систем отсчета и любых наблюдателей, таких эффектов; в частности, как мы видим, в ЛИГ-системе отсчета при использовании стандартных для ОТО и РТГ физически наблюдаемых величин скорость галактического вращения V_S является явно наблюдаемой.

3. Уравнения (2), (4) можно записать и в оскулирующих элементах. Полагая для простоты, что невозмущенные значения углов равны $i=0$, $\Omega=0$, $\varpi=0$, имеем по стандартным формулам в стандартных обозначениях [1]:

$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{n\sqrt{1-e^2}}(Se\cdot\sin(\varphi) + Tp/r), \tag{5}$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{na}(S\cdot\sin(\varphi) + T(\cos(\varphi)+\cos(E))),$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{r\cos(\varphi)}{n\sqrt{1-e^2}\,a^2}W, \quad \frac{d\Omega}{dt} = \frac{r\sin(\varphi)}{n\sqrt{1-e^2}\,a^2\cdot\sin(i)}W,$$

$$\frac{d\Pi}{dt} = 2\sin^2(i/2)\frac{d\Omega}{dt} + \frac{\sqrt{1-e^2}}{nae}(-S\cos(\varphi) + T(1+r/p)\sin(\varphi)),$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{e^2}{1+\sqrt{1-e^2}}\frac{d\Pi}{dt} + 2\sqrt{1-e^2}\sin^2(i/2)\frac{d\Omega}{dt} - S\cdot 2r/(na^2),$$

где S и T — компоненты возмущающей силы $\mathbf{F}$, направленные по радиус-вектору $\mathbf{r}$ и перпендикулярно ему в плоскости траектории (компонента, перпендикулярная плоскости траектории, отсутствует):

$$S = (\mathbf{r}\mathbf{F})/r, \quad T = -\frac{e\sin(\varphi)}{p}rS + \frac{r}{na^2\sqrt{1-e^2}}(\dot{\mathbf{r}}\mathbf{F}),$$

n, e, $p=a(1-e^2)$, i, Ω, Π, ε — частота, эксцентриситет, параметр, ньютоновой орбиты ИСЗ, угол наклона плоскости орбиты, долгота восходящего узла, долгота перицентра и средняя долгота.

Считая вращение Земли вокруг Солнца круговым с частотой N, выделяя только добавочные члены в S и T и в оскулирующих элементах (обозначаемые множителем Δ и возникающие за счет того, что $V_S \neq 0$), имеем в ЛИГ-системе

$$\Delta S = \frac{m_2}{R^2} \sqrt{m_3/p}\, V_S \cos(Nt)(1 + e\cos\varphi),$$

$$\Delta T = -\frac{e\sin\varphi}{p} \xi \Delta S. \tag{6}$$

Полагая в (6) $N \ll n$, что (как можно показать) соответствует ограничениям в выбранном определении локально-инерциальных координат, интегрируя (5) по полному периоду траектории спутника, получаем в ЛИГ-системе отсчета

$$\Delta a = 0, \quad \Delta e = 0, \tag{7}$$

$$\Delta \Pi = \Delta \varepsilon = -\frac{m_2 a^2}{m_3 R^2} \sqrt{m_3/p}\, V_S \pi \sqrt{1 - e^2}.$$

Для выбранных параметров задачи последние поправки дают (по отношению к столетию) малую, но достаточную для экспериментального обнаружения величину порядка 0,05″.

Еще раз подчеркнем, что приведенные величины мы относим к столетнему промежутку времени исключительно для удобства сравнения численных данных с традиционными, так как, строго говоря, наше рассмотрение, основанное на введении ЛИГ-системы, требует выполнения неравенства $n \gg N$, что означает усреднение элементов орбиты по периоду вращения спутника, но не Земли.

Таким образом, уравнения движения ИСЗ в локально-инерциальных геоцентрических координатах содержат явно члены, связанные с галактическим вращением Солнечной системы, что приводит, например, к появлению величин, добавочных к интегральным аномальным смещениям оскулирующих элементов (7), вполне доступных наблюдениям в соответствующей системе отсчета. Экспериментальное исследование предсказанных эффектов позволит уточнить как интерпретацию используемой системы отсчета, так и характер самого галактического вращения Солнечной системы.

Автор благодарен С. М. Копейкину за обсуждение рассмотренных вопросов.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Брумберг В. А. Релятивистская небесная механика. М., 1972. [2] Логунов А. А., Мествиришвили М. А. Релятивистская теория гравитации. М., 1989; Власов А. А. Некалибровочный подход в релятивистской теории гравитации. М., 1992. [3] Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж. Гравитация. Т. 3. М., 1973. [4] Уилл К. М. Теория и эксперимент в гравитационной физике. М., 1985. [5] Кривов А. В.//Вестник ЛГУ. Сер. 1. 1988. № 1. С. 84; № 3. С. 83; № 4. С. 78. [6] Копейкин С. М.//Астрон. журн. 1989. **66**. С. 1069, 1289; 1990. **67**. С. 10. [7] Brumberg V. A., Kopejkin S. M.//Nuovo Cim. 1989. **B103**. P. 63. [8] Chandrasekhar S., Contopoulos G.//Proc. Roy. Soc. (London). 1967. **A298**. P. 123; Will C. M.//Astrophys. J. 1971. **169**. P. 125. [9] Власов А. А.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1992. **33**, № 2. С. 68. [10] Иваницкая О. С. Лоренцев базис и гравитационные эффекты в эйнштейновской теории гравитации. Минск, 1979. [11] Brumberg V. A.//Reference Systems: Proc. of IAU Col. 127/Ed. Hughes et al. 1991. P. 36.

Поступила в редакцию
26.10.92