

УДК 621.391.81

ДИФРАКЦИЯ РАДИОВОЛН НА СЛУЧАЙНОМ ФАЗОВОМ ЭКРАНЕ  
С МЕЛКИМИ И КРУПНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

А. Г. Вологин, В. Д. Гусев, Л. И. Приходько

*(кафедра физики атмосферы)*

Рассматривается задача дифракции радиоволн на случайном фазовом экране с мелкомасштабными и крупномасштабными (КМН) неоднородностями ионосферы. На основе ее решения анализируется влияние фокусирующего действия КМН на статистические характеристики быстрых флуктуаций отраженного от ионосферы поля. В частности, отмечается, что фокусирующее (дефокусирующее) действие КМН приводит к квазипериодическому изменению формы и ориентации характеристического эллипса коэффициента корреляции поля на Земле, что имеет экспериментальное подтверждение.

При интерпретации экспериментальных результатов по зондированию ионосферы с Земли обычно применяются две упрощенные модели, описывающие свойства отраженного сигнала: райсовская статистическая модель, справедливая в зоне дифракции Фраунгофера (когда волновой параметр  $D \gg 1$ ), и модель, основанная на приближении геометрической оптики, справедливом при условии  $D \ll 1$ . Согласно имеющимся представлениям, райсовская модель соответствует рассеянию на мелкомасштабных неоднородностях ионосферы (ММН), характерные размеры которых составляют десятки и сотни метров. Метод геометрической оптики описывает рассеяние на крупномасштабных неоднородностях (КМН) с размерами от нескольких километров до десятков и сотен километров. Последние неоднородности можно представить как волновые возмущения, распространяющиеся с различными скоростями. Однако наиболее сложной и интересной является задача дифракции и рассеяния радиоволн в неоднородном ионосферном слое с неоднородностями разного масштаба и глубины. Эта проблема является наименее изученной.

Целью настоящей работы является изучение влияния КМН ионосферы на статистические характеристики быстрых флуктуаций поля, вызванных ММН.

Для решения этого вопроса рассмотрим задачу дифракции и рассеяния радиоволн ионосферными неоднородностями как мелкомасштабными, так и крупномасштабными. При этом воспользуемся известными в литературе представлениями, согласно которым эффект рассеяния на неоднородностях локализован в тонком слое, представляющем собой дифракционный экран. Особенностью задачи является то, что рассеивающий экран находится на большом расстоянии от точки наблюдения. При распространении рассеянной волны от ионосферы до Земли происходит существенное изменение статистических свойств поля. Поэтому здесь возникает задача распространения и дифракции волн в свободном пространстве от ионосферы до Земли. В результате ее решения должно быть получено поле на поверхности Земли, которое может быть измерено экспериментально.

Для учета совместного действия КМН и ММН примем мультипликативную модель поля волны на выходе из ионосферы, базирующуюся на наличии двух типов неоднородностей с резко различающимися масштабами  $a_l \gg a_s$ , где  $a_l$ ,  $a_s$  — характерные размеры КМН и ММН соответственно. Тогда комплексная амплитуда поля на выходе из слоя ( $z=0$ ) может быть представлена в форме

$$E(x, y, 0) = E_s(x, y, 0) \exp\{ik(\Phi_0 + \Phi_1)\}, \quad (1)$$

где  $\Phi_0$  — регулярный эйконал,  $\Phi_1$  — часть эйконала, связанная с КМН ионосферы, поле  $E_s(x, y, 0)$  определяется действием ММН. В (1) учтено, что КМН экрана модулируют только фазу поля, оставляя неизменной амплитуду.

Условия наблюдения на Земле соответствуют волновой зоне ( $KH \gg 1$ ,  $H$  — расстояние от экрана), поэтому при определении поля в плоскости  $z=H$  через поле в плоскости экрана  $z=0$  можно воспользоваться френелевским приближением формулы Грина [1]:

$$E(x, y, H) = \frac{i}{\lambda H} \exp\{ik(\Phi_0 + H)\} \iint_{-\infty}^{\infty} E_s(\xi, \eta, 0) \cdot \exp\left\{ik\left(\Phi_1 + \frac{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}{2H}\right)\right\} d\xi d\eta. \quad (2)$$

Для нахождения асимптотического решения (2) фазу подынтегрального выражения

$$\varphi = k \left[ \Phi_1(\xi, \eta) + \frac{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}{2H} \right] \quad (3)$$

разложим в ряд Тейлора в окрестности точки стационарности  $(\xi_0, \eta_0)$ , определяемой системой уравнений

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial \xi} \frac{(x-\xi_0)}{H} = 0, \quad \frac{\partial \Phi_1}{\partial \eta} \frac{(y-\eta_0)}{H} = 0. \quad (4)$$

Ограничиваясь квадратичными членами разложения (3) и вынося из-под знака интеграла (2) медленно изменяющиеся функции в точке стационарности  $(\xi_0, \eta_0)$ , найдем

$$E(x, y, H) = \exp\left\{ik\left[\Phi_0 + H + \Phi_1(\xi_0, \eta_0) + \frac{(x-\xi_0)^2 + (y-\eta_0)^2}{2H}\right]\right\} \times \\ \times \frac{i}{\lambda H} \iint_{-\infty}^{\infty} E_s(\xi, \eta, 0) \exp\left\{\frac{ik}{2H} \left[(1 + H\Phi''_{1\xi\xi})(\xi-\xi_0)^2 + (1 + H\Phi''_{1\eta\eta})(\eta-\eta_0)^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + H\Phi''_{1\xi\eta}(\xi-\xi_0)(\eta-\eta_0)\right]\right\} d\xi d\eta. \quad (5)$$

Поскольку осцилляции мелкомасштабного поля сравнимы с осцилляциями остальных членов в подынтегральном выражении (5), то поле  $E_s(\xi, \eta, 0)$  не может быть вынесено из-под знака интеграла в точке стационарности  $(\xi_0, \eta_0)$ .

Двойной интеграл (5) можно представить в более простой форме, если систему координат повернуть так, чтобы член  $\Phi''_{1\xi\eta}$  исчез. В этой системе координат изменяются уравнения (4) и одновременно осуществляется поворот на тот же угол системы координат  $(x, y)$ . В результате для «мелкомасштабного» поля в новой системе координат  $(\tilde{E}_s)$  получим

$$\tilde{E}_s(x, y, H) = \frac{i}{\lambda \sqrt{H_x H_y}} \iint_{-\infty}^{\infty} E_s(\xi, \eta, 0) \exp\left\{ik\left[\frac{(\xi-\xi_0)^2}{2H_x} + \frac{(\eta-\eta_0)^2}{2H_y}\right]\right\} d\xi d\eta, \quad (6)$$

$$H_x = \frac{H}{1 - \kappa_x}; \quad H_y = \frac{H}{1 - \kappa_y}; \quad \kappa_x = -H\tilde{\Phi}_{i\xi\xi}^*; \quad \kappa_y = -H\tilde{\Phi}_{i\eta\eta}^*, \quad (7)$$

где  $\kappa_x$  и  $\kappa_y$  могут быть названы главными факторами фокусировки. Таким образом, окончательно поле на Земле, рассеянное на КМН и ММН, может быть представлено в виде произведения:

$$\begin{aligned} \tilde{E}(x, y, H) &= \tilde{E}_i(x, y, H) \tilde{E}_s(x, y, H), \\ \tilde{E}_i(x, y, H) &= \frac{1}{V(1 - \kappa_x)(1 - \kappa_y)} \exp \left\{ ik \left[ \Phi_0 + H + \tilde{\Phi}_i(\xi_0, \eta_0) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{2} H(s_x^2 + s_y^2) \right] \right\}, \quad (8) \end{aligned}$$

здесь  $s_x, s_y$  — направляющие косинусы нормали к поверхности фронта  $\tilde{\Phi}_i(\xi, \eta) = \text{const}$  в точке стационарности, а  $\tilde{E}_s(x, y, H)$  определяется выражением (6).

Анализ полученных выражений для поля на Земле показывает, что при выполнении условий  $|\kappa_{x,y}| < 1$  для определения влияния КМН можно пользоваться методом геометрической оптики. Далее, поле  $\tilde{E}_s(x, y, H)$  отличается от поля, рассеянного на ММН в отсутствие фокусирующего действия КМН. Формальное отличие состоит в том, что в интеграле Кирхгофа (6) расстояние до Земли  $H$  заменяется на  $H_x, H_y$ , определяемые с помощью (7). Следовательно, дифракционные свойства поля  $E_s$  определяются теперь двумя волновыми параметрами:

$$D_x = \frac{D_s}{1 - \kappa_x}, \quad D_y = \frac{D_s}{1 - \kappa_y}, \quad \left( D_s = \frac{2H}{ka_s^2} \right),$$

причем для рассматриваемого здесь случая  $|\kappa_{x,y}| < 1$  минимальные значения соответствующих волновых параметров равны

$$D_{x,y}^{\min} = \frac{D_s}{2}.$$

Это означает, что при наличии фокусирующего действия КМН условия наблюдения на Земле дифрагированного поля, рассеянного ММН, сохраняются и соответствуют, как и при отсутствии КМН, дальней зоне дифракции ( $D_{x,y} \gg 1$ ) и поле  $E_s$  нормализуется [2]. Следовательно, при интерпретации экспериментальных результатов по зондированию ионосферы можно пользоваться райсовской (или рэлеевской) статистической моделью сигнала, которая при наличии фокусирующего действия КМН модулируется медленной функцией типа  $\frac{1}{V(1 - \kappa_x)(1 - \kappa_y)}$ .

Статистические параметры поля  $E_s$ , рассеянного на ММН в присутствии фокусирующего действия КМН, можно получить из выражения (6). Найдем такие характеристики рассеянного поля на Земле как фактор возмущенности рассеянного поля  $\beta^2$  и пространственную функцию корреляции поля в дальней зоне.

Анализ показывает, что при условии малоуглового рассеяния дисперсия флуктуаций рассеянного поля  $E_s(x, y, H)$  совпадает с дисперсией поля  $E(x, y, H)$ ,  $\tilde{\sigma}_s^2 = \sigma^2$ , т. е. фокусирующее действие КМН не оказывает влияния на величину дисперсии флуктуаций рассеянного поля. Аналогичный результат можно получить из (6), (8) для среднего поля, т. е.  $E_s = \bar{E}$ . Отсюда следует, что при условии малоуглового рассеяния  $\beta_s^2 = \beta^2$ , т. е. фактор возмущенности рассеянного поля также не изменяется в условиях совместного действия ММН и КМН.

Для определения масштаба изменения поля (радиуса корреляции) найдем пространственную функцию корреляции мелкомасштабного поля на Земле:

$$\begin{aligned} \overline{\tilde{E}_s(x, y, H) \tilde{E}_s^*(x+x_1, y+y_1, H)} &= \sigma_s^2 \tilde{R}(x_1, y_1, H) = \\ &= \frac{1}{\lambda^2 H_x H_y} \overline{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_s(\xi_1, \eta_1, 0) E_s^*(\xi_2, \eta_2, 0) \exp \left\{ \frac{ik}{2H_x} [(\xi_1 - \xi_{01})^2 - (\xi_2 - \xi_{02})^2] + \right.} \\ &\left. + \frac{ik}{2H_y} [(\eta_1 - \eta_{01})^2 - (\eta_2 - \eta_{02})^2] \right\} d\xi_1 d\xi_2 d\eta_1 d\eta_2}. \end{aligned} \quad (9)$$

Считается, что в этом выражении  $H_x(\xi_1) \approx H_x(\xi_2)$ ;  $H_y(\eta_1) \approx H_y(\eta_2)$ , что соответствует пренебрежению изменением  $\kappa_x, \kappa_y$  при смещении точки наблюдения по координатам  $x, y$  на величины  $x_1, y_1$ . Для вычисления коэффициента корреляции  $\tilde{R}(x_1, y_1, H)$  представим ковариацию мелкомасштабного поля на экране через угловой спектр мощности рассеянного поля  $F(\alpha, \gamma)$ :

$$\begin{aligned} \overline{E_s(\xi_1, \eta_1, 0) E_s^*(\xi_2, \eta_2, 0)} &= \\ &= \overline{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(\alpha, \gamma) \exp \{ ik [(\xi_1 - \xi_2) \alpha + (\eta_1 - \eta_2) \gamma] \} d\alpha d\gamma} \end{aligned}$$

и интегрируя (9) по переменным  $\xi_1, \xi_2, \eta_1, \eta_2$ , найдем

$$\begin{aligned} \overline{\tilde{E}_s(x, y, H) \tilde{E}_s^*(x+x_1, y+y_1, H)} &= \\ &= \overline{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(\alpha, \gamma) \exp \{ ik [(\xi_{01} - \xi_{02}) \alpha + (\eta_{01} - \eta_{02}) \gamma] \} d\alpha d\gamma}. \end{aligned} \quad (10)$$

Связь между точками стационарности  $(\xi_{01}, \eta_{01})$ ,  $(\xi_{02}, \eta_{02})$  можно найти из соотношения (4). Тогда получим

$$\begin{aligned} \xi_0 &= x - H\Phi'_{i\xi}, \\ \eta_0 &= y - H\Phi'_{i\eta}. \end{aligned}$$

Для двух точек, разнесенных по  $x, y$  на величины  $x_1, y_1$ , имеем

$$\begin{aligned} \xi_{01} - \xi_{02} &= x_1 - H(\Phi'_{i\xi_1} - \Phi'_{i\xi_2}), \\ \eta_{01} - \eta_{02} &= y_1 - H(\Phi'_{i\eta_1} - \Phi'_{i\eta_2}). \end{aligned} \quad (11)$$

Поскольку масштаб изменения фазы поля, рассеянного на КМН, значительно больше масштаба изменения поля, обусловленного рассеянием на ММН, т. е.  $a_i \gg x_1, y_1$ , то для разности в правой части (11) можно приближенно записать

$$\begin{aligned} \Phi'_{i\xi_1} - \Phi'_{i\xi_2} &\approx \Phi''_{i\xi}(\xi_{01})(\xi_{01} - \xi_{02}), \\ \Phi'_{i\eta_1} - \Phi'_{i\eta_2} &\approx \Phi''_{i\eta}(\eta_{01})(\eta_{01} - \eta_{02}). \end{aligned}$$

Тогда вместо (11) получим

$$\xi_{01} - \xi_{02} = \frac{x_1}{1 - \kappa_x}, \quad \eta_{01} - \eta_{02} = \frac{y_1}{1 - \kappa_y}. \quad (12)$$

Используя (11), (12) для коэффициента корреляции рассеянного поля на Земле, можно найти из (10)

$$\tilde{R}_s(x_1, y_1, H) = R_s \left( \frac{x_1}{a_x(1-\kappa_x)}, \frac{y_1}{a_y(1-\kappa_y)} \right), \quad (13)$$

здесь  $R_s$  — коэффициент корреляции мелкомасштабного поля на выходе из ионосферы,  $a_x, a_y$  — радиусы корреляции поля на экране вдоль соответствующих осей. Таким образом, выражение (13) показывает, что фокусирующее действие КМН ионосферы приводит к тому, что при  $|\kappa_{x,y}| < 1$  масштабы изменения поля на Земле по осям уменьшаются по сравнению с соответствующими масштабами при отсутствии КМН.

Пусть сечение коэффициента корреляции  $R_s$  поля на выходе из ионосферы имеет вид

$$a_{11}x_1^2 + 2a_{12}x_1y_1 + a_{22}y_1^2 = \text{const.} \quad (14)$$

Тогда из-за фокусирующего действия КМН сечение коэффициента корреляции  $\tilde{R}_s(x_1, y_1, H)$  принимает вид

$$\frac{a_{11}x_1^2}{(1-\kappa_x)^2} + \frac{2a_{12}x_1y_1}{(1-\kappa_x)(1-\kappa_y)} + \frac{a_{22}y_1^2}{(1-\kappa_y)^2} = \text{const.} \quad (15)$$

Сопоставление (14), (15) показывает, что в общем случае форма и ориентация эллипсов коэффициентов корреляции поля  $R_s$  и  $\tilde{R}_s$  не совпадают, причем различие тем больше, чем сильнее эффект фокусировки. При этом поскольку влияние КМН приводит к чередованию эффектов фокусировки и дефокусировки (изменение знака  $\kappa_x, \kappa_y$ ), то следствием будет квазипериодическое изменение формы и ориентации характеристического эллипса (15). Указанный эффект отмечался в экспериментальных работах по измерению пространственной функции корреляции отраженного от ионосферы рассеянного поля, в частности в [3].

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. Случайные поля. М., 1978. С. 67. [2] Гольинский С. М., Гусев В. Д. // Радиотехн. и электроника. 1978. 23, № 10. С. 2053. [3] Миркотан С. Ф., Кушнеревский Ю. В. Неоднородная структура и движения в ионосфере // Результаты исследований по программе международного геофизического года. М., 1964. № 12.

Поступила в редакцию  
30.12.92