ЛИТЕРАТУРА

[1] Melling T.//J. Sound and Vibrat. 1973. **29**. P. 1. [2] Thurston G. B., Hargrove L. E., Cook B. D.//J. Acoust. Soc. Am. 1957. **29**, N 9. P. 992. [3] Rudenko O. V., Khizhnykh K. L.//Opt. Acoust. Rev. 1990. **1**, N 2. P. 141. [4] Yano T., Inoue Y.//J. Sound and Vibrat. 1989. **135**, N 3. P. 385. [5] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. М., 1986. [6] Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики. М., 1975.

Поступила в редакцию
11.03.93

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1993. Т. 34, № 6

ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

УДК 536.77:538.22

КЛАСТЕРНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ ДЛЯ ГЕЙЗЕНБЕРГОВСКОГО ФЕРРОМАГНЕТИКА С НЕМАГНИТНЫМИ ПРИМЕСЯМИ

А. К. Аржников, А. В. Ведяев

(кафедра магнетизма)

Для гейзенберговского ферромагнетика с немагнитными примесями в пределе низких температур простым кластерным методом типа Бете—Пайерлса получено выражение для коэффициента жесткости D спиновых волн как функции концентрации примесей. Показано, что при изменении концентрации характер зависимости изменяется от $D \simeq J_0 bSx/2$ при $x \sim 1$, до $D \simeq J_0 bS|x-x_0|^{2\tau}$ при $x \sim x_0$.

Исследования модели Гейзенберга с немагнитными примесями неоднократно проводились различными авторами (см. ссылки в работах [1, 2]). Несмотря на то что такие исследования начались достаточно давно, их актуальность до сих пор не утрачена. Это обусловлено, с одной стороны, тем, что модель достаточно часто используется для описания различных физических экспериментов, а с другой стороны, при ее относительной простоте можно получать решения надежные с точки зрения контроля их точности. Физический смысл полученных таким образом решений понятен и достаточно богат по содержанию.

В этой работе мы предлагаем простой метод решения, который приводит к нетривиальному результату, качественно согласующемуся с полученными более сложными способами ранее [1, 2].

Гамильтониан нашей системы запишем в виде

$$H = -\frac{1}{2}\sum_{j,j'} I_{jj'} S_j m_j S_{j'} m_{j'} - g\mu_B h \sum_j S_j^z m_j,$$

где I_{jj} — интеграл обменного взаимодействия, h — внешнее магнитное поле, m_j — независимые случайные величины с распределением

$$P_{m_j} = x\delta(1-m) + (1-x)\delta(m).$$

При низких температурах основной вклад в термодинамический потенциал дают длинноволновые спиновые возбуждения, которые могут распространяться лишь в бесконечном связанном кластере из магнитных атомов. В связи с этим мы рассмотрим динамические свойства системы на перколяционном кластере (ПК) [3].

Определим поперечную функцию Грина на ПК как

$$\widehat{K}_{jj'}^{-+}(\tau,\ \tau')=\frac{1}{2}\langle TS_j^-(\tau);\ S_{j'}^+(\tau')\rangle p_j p_{j'}. \tag{1}$$

Здесь и далее мы используем стандартные обозначения для $\widehat{K}_{jj'}^{-+}(\tau,\ \tau')$ (см. [4]), при этом угловые скобки обозначают только термодинамическое усреднение. Тот факт, что этот коррелятор определен на ПК, отражен в наличии множителей p_j, которые принимают значения 0, если узел j не принадлежит ПК, и 1 в противоположном случае. Случайные величины p_j в отличие от величин m_j уже не являются независимыми, но каждая из них распределена по закону, аналогичному $P_{m_j}(m)$:

$$P_{p_j}(p)=c(x)\,\delta(1-p)+(1-c(x))\,\delta(p), \tag{2}$$

где $c(x)$ — мощность перколяционного кластера [6, 7].

Используя стандартное разложение в ряд по теории возмущений коррелятора (1) (см. [2, 4]) и учитывая, что рассматривается случай низких температур, представим $K_{ij}^{-+}(\tau,\ \tau')$ в виде бесконечного ряда по параметру $(a/R_0)^3$ (a — параметр решетки, R_0 — характерный радиус взаимодействия). Пренебрегая членами, малыми по температуре и по параметру $(a/R_0)^3$, уравнение соответствующее этому ряду, можно записать в виде

$$K_{jj'}^{-+}=p_j\langle S_j^z\rangle K_j^0(y)\left(\delta_{jj'}+\sum_l J_{jl}K_{lj'}^{-+}\right), \tag{3}$$

где

$$K_j^0=\frac{p_j\langle S_j^z\rangle}{y+p_j\sum\limits_l J_{jl}p_l\langle S_l\rangle},$$

$$y=\frac{y\mu_B Sh-i\cdot 2\pi nkT}{kT}, \tag{4}$$

k — напряженность магнитного поля. Отсутствие шляпки над $K_{jj'}^{-+}$ означает приближенный характер уравнения (4).

В пределе $T\sim 0$, $\langle S_j^z\rangle\sim S$. Подставляя это значение в (4) и считая, что взаимодействие $I_{jj'}$ отлично от нуля только между ближайшими соседями, получим

$$\left(y+S\sum_l p_l J_{lj}\right)K_{jj'}^{-+}+SJ_{jj'}K_{jj'}^{-+}=\delta_{jj'}q_jS+p_jS\sum J_{jl}K_{lj'}^{-+}+$$

$$+S\sum_l J_{jl}K_{j'}^{-+}\delta_{jj'}. \tag{5}$$

Здесь мы домножили левую и правую часть уравнения (4) на $Y_j=(K_j^0)^{-1}$ и учли соотношения для случайных величин p_j и $K_{jj'}^{-+}$:

$$p_j^2=p_j \quad\text{и}\quad p_jK_{jj'}^{-+}p_{j'}=K_{jj'}^{-+}. \tag{6}$$

Усредняя (5) по конфигурациям примесей с распределением (2) и считая, что p_l и $K_{jj'}^{-+}$ независимы, если l не совпадает с j, j', получим

$$(y+cS(J_0-J_{\mathbf{k}}))K_{\mathbf{k}}^{-+}=cS+(1-c)S\frac{1}{N}\sum(J_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}-J_{\mathbf{q}})K_{\mathbf{q}}^{-+}. \tag{7}$$

Здесь $J_{\mathbf{k}}$ и $K_{\mathbf{k}}^{-+}$ — фурье-образы соответствующих функций:

$$J_{\mathbf{k}}=\sum_{j,j'}\exp\{i\mathbf{k}(\mathbf{j}-\mathbf{j}')\}J_{jj'},\quad J_{jj'}=\frac{1}{N}\sum_{\mathbf{k}}\exp\{-i\mathbf{k}(\mathbf{j}-\mathbf{j}')\}J_{\mathbf{k}},$$

$$K_{\mathbf{k}}^{-+}=\frac{1}{N^{1/2}}\sum_{j,j'}\exp\{i\mathbf{k}(\mathbf{j}-\mathbf{j}')\}K_{jj'}^{-+},\quad K_{jj'}^{-+}=$$

$$=\frac{1}{N^{1/2}}\sum_{\mathbf{k}}\exp\{-i\mathbf{k}(\mathbf{j}-\mathbf{j}')\}K_{\mathbf{k}}^{-+}.$$

Из выражения (7) видно, что данное приближение для усредненной функции Грина соответствует приближению виртуального кристалла. Следующее за ним приближение получится, если мы решим уравнение (4) методом итераций по $K_{jj'}^{-+}$. Тогда аналог уравнения (5) имеет вид

$$Y_j\prod_{\Delta}Y_{j+\Delta}K_{jj'}^{-+}=\delta_{jj'}p_jS\prod_{\Delta}Y_{j+\Delta}+p_jSJ_{jj'}p_{j'}\prod_{\Delta}Y_{j+\Delta}+$$

$$+p_jS\sum_{l,l'}J_{jl}p_lS\prod_{\Delta}Y_{j+\Delta}J_{ll'}K_{l'j'}^{-+}. \tag{8}$$

Используя при усреднении уравнения (8) распределение (2) и соотношения (5), получим (далее везде черта сверху означает конфигурационное среднее)

$$\overline{Y_j\prod_{\Delta}Y_{j+\Delta}\overline{K}_{jj'}^{-+}}=\delta_{jj'}S\overline{p_j\prod_{\Delta}Y_{j+\Delta}}+S^2J_{jj'}\overline{p_jp_{j'}\prod_{\substack{\Delta\\ j+\Delta\neq j'}}Y_{j+\Delta}}+$$

$$+S^2\sum_{l,l'}J_{jl}\overline{p_jp_l\prod_{\substack{\Delta\\ j+\Delta\neq l}}Y_{j+\Delta}}J_{ll'}\overline{K}_{l'j'}^{-+}-S^2\sum_{l}J_{jl}\overline{p_jp_l\prod_{\substack{\Delta\\ j+\Delta\neq l}}Y_{j+\Delta}}J_{lj}\overline{K}_{jj'}^{-+}+$$

$$+S^2\sum_{l}J_{jl}\overline{p_l\prod_{\substack{\Delta\\ j+\Delta\neq l}}Y_{j+\Delta}}J_{lj}\overline{K}_{jj'}^{-+}. \tag{9}$$

Как и ранее, при усреднении произведений $\overline{p_jp_{j'}\ldots p_{j''}}$ мы считаем их распределения независимыми, тем самым пренебрегая корреляциями между ними. Эти корреляции не вносят существенного вклада, пока число элементов в каждом из таких произведений не превышает $(Z-1)$ (Z — число ближайших соседей). При этом связанность перколяционного кластера сохраняется в любом случае, так как, если узел не принадлежит ПК, функция Грина обращается в нуль по определению (1).

Запишем явные выражения для усредненных величин:

$$\overline{Y}_j=y_0+SJ_0,\quad \overline{Y_j\prod_{\Delta}Y_{j+\Delta}}=(y+SJ_0)\left[\frac{SJ_0}{Z}+c\frac{SJ_0}{Z}(Z-1)+y\right]^Z.$$

$$\overline{p_i p_l \prod_{\substack{\Delta \\ j+\Delta \neq l}} Y_{j+\Delta}} = c^2 \left[\frac{SJ_0}{Z} + c \frac{SJ_0}{Z} (Z-1) + y \right]^{(Z-1)}, \tag{10}$$

$$\overline{p_l \prod_{\substack{\Delta \\ j+\Delta \neq l}} Y_{j+\Delta}} = c \left[\frac{SJ_0}{Z} + c \frac{SJ_0}{Z} (Z-1) + y \right]^{Z}.$$

Учитывая эти соотношения и переходя к фурье-представлению в (9), получим

$$\overline{K}_{\mathbf{k}}^{-+} = cS \frac{SJ_0/Z + c\,(SJ_0/Z)\,(Z-1) + y + cSJ_{\mathbf{k}}}{(c^2S^2/Z^2)\,(J_0^2 - J_{\mathbf{k}}^2) + y\,(SJ_0/Z)\,(1 + 2Zc - c) + y^2}. \tag{11}$$

Наиболее информативной характеристикой ПФГ является жесткость спиновых волн (коэффициент при $\mathbf{k}^2$ в законе дисперсии). Именно этим коэффициентом определяется поведение намагниченности при низких температурах [2, 4]. Разлагая в ряд по $\mathbf{k}$ числитель и знаменатель (11), получим

$$\overline{K}_{\mathbf{k}}^{-+} = cS \frac{(SJ_0/Z)\,(1 - c + 2Zc) + y + SJ_0 c\,(a\mathbf{k})^2}{(SJ_0/Z)\,(1 - c + 2Zc) + y - SJ_0 Zc^2\,(a\mathbf{k})^2/(1 + 2Zc - c)} \times$$

$$\times \frac{1}{SJ_0 Zc^2\,(a\mathbf{k})^2/(1 + 2Zc - c) + y} + O(\mathbf{k}^4).$$

Из этого выражения следует, что коэффициент жесткости спиновых волн равен

$$D = \frac{SJ_0 Za^2 c^2}{1 + 2Zc - c}.$$

Учтем зависимость мощности перколяционного кластера от концентрации x в двух предельных случаях: при $x \to 1$ $c(x) \sim x$ и при $x \to x_c$ $c(x) \sim |x - x_c|^{\tau}$ (см. [6, 7]) (x_c — критическая концентрация, при которой исчезает перколяционный кластер, τ — критический показатель мощности перколяционного кластера, например, для кубической решетки $\tau = 0{,}47$, $x_c = 0{,}33$). Тогда из анализа поведения D при разных концентрациях примесей получим

$$D \simeq SJ_0 a^2 x \quad \text{при} \quad x \to 1,$$

$$D \simeq SJ_0 Za^2 |x - x_c|^{2\tau} \quad \text{при} \quad x \to x_c,$$

что качественно согласуется с результатами, полученными ранее другими методами [1, 2].

ЛИТЕРАТУРА

[1] Shender E. F., Shclovsky B. T.//Phys. Lett. 1975. 55A. P. 77. [2] Аржников А. К., Ведяев А. В.//ТМФ. 1988. 77, № 3. С. 440. [3] Лифшиц И. М., Гредескул С. А., Пастур Л. А. Введение в теорию неупорядоченных систем. М., 1979. [4] Изюмов Ю. А., Кассан-оглы Ф. А., Скрябин Ю. Н. Полевые методы в теории ферромагнетизма. М., 1973. [5] Ведяев А. В.//ТМФ. 1977. 31, № 3. С. 392. [6] Киркпатрик С.//Новости физики твердого тела. М., 1977, № 7. С. 249. [7] Де Жен П. Идеи скейлинга в физике полимеров. М., 1982.

Поступила в редакцию
01.12.92