ГЕОФИЗИКА

УДК 532.526

МОДЕЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ ПЛОСКОГО ТУРБУЛЕНТНОГО СЛОЯ СМЕШЕНИЯ В ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

Е. П. Анисимова, В. В. Петров, А. А. Сперанская

(кафедра физики моря и вод суши)

Предлагается модельное описание профиля средней скорости в плоском турбулентном слое смешения. Рассматриваемая модель учитывает наблюдающийся экспериментально факт формирования в слоях указанного типа когерентных структур. Апробация модели проводится по данным лабораторных экспериментов и натурных наблюдений.

Под плоским турбулентным слоем смешения понимается слой, возникающий на границе двух параллельных турбулентных потоков жидкости, движущихся с различными скоростями. Аналогичные слои смешения формируются в зоне отрыва пограничного слоя за плохо обтекаемыми телами и на границах турбулентных струй [1—5].

Натурные наблюдения и лабораторные эксперименты выявили автоколебатальный характер движения жидкости в плоских турбулентных слоях смешения. Выполненные авторами настоящей работы исследования показали, что пограничные слои такого типа распадаются и строятся вновь с некоторой статистически определенной частотой. Процесс роста и разрушения слоя смешения имеет пилообразный характер, при этом время срыва слоя смешения много меньше времени его формирования. Квазипериодический процесс формирования и разрушения слоя смешения сопровождается порождением вихревых структур, получивших название когерентных. Параметры, характеризующие такие вихревые структуры, имеют статистический разброс и вместе с тем обладают устойчивыми средними значениями, воспроизводимыми в экспериментах.

Существует два подхода к описанию поля скорости в рассматриваемых пограничных слоях. Один из них не учитывает наличие когерентных структур в потоке. Примером такого подхода могут служить, например, работы [6, 7], которые, формально неплохо описывая профиль скорости в турбулентных слоях смешения, не вскрывают, однако, физический смысл его формирования и, что следует подчеркнуть особо, не выявляют механизм обменных процессов здесь. Второй подход учитывает существование когерентных структур в слоях смешения, однако работы такого плана все еще единичны [8]. Именно к этому направлению и примыкает настоящее исследование.

Считая, что движение жидкости в слоях смешения носит автоколебательный характер, и основываясь на выполненных нами исследованиях, рассмотрим модельное описание течения вязкой жидкости в в плоском турбулентном слое смешения.

Предположим, что в начальный момент времени два потока жидкости, движущиеся со скоростями u_1 и u_2, приходят в соприкосновение вдоль прямой $z=0$. При этом на границе раздела двух потоков благодаря высокому градиенту скорости возникает большое вязкое трение, вследствие чего начинает формироваться слой смешения, ограниченный сверху и снизу турбулентными потоками жидкости. Слой раздела превращается в слой с непрерывным распределением скорости,

вертикальный профиль которой характеризуется наличием точки перегиба и, таким образом, является потенциально неустойчивым. Ширина слоя смешения с течением времени растет, а градиент скорости в нем убывает и, следовательно, убывает вязкое трение. Из турбулентных потоков, ограничивающих слой смешения, в последний постоянно поступают возмущения. Когда неустойчивость слоя смешения становится критической, области, прилегающие к турбулентным потокам, ускоряются. При этом толщина слоя смешения уменьшается. В области раздела потоков вновь возрастает вязкое трение, препятствуя дальнейшему перемешиванию. На этом цикл кончается и начинается новый. Таким образом, профиль скорости в слое смешения формируется под конкурирующим влиянием вязких и турбулентных сил.

В дальнейшем рассмотрении будем считать разрушение слоя смешения мгновенным, и, таким образом, его роль сводится к скачкообразному восстановлению начальных условий.

Для модельного описания течения вязкой жидкости в слое смешения используем осредненные уравнения Навье—Стокса и ограничимся рассмотрением стадии формирования слоя смешения, пренебрегая временем его разрушения. Основываясь на экспериментальных фактах, положим также, что срывы слоя смешения происходят в случайные моменты времени независимо друг от друга, т. е. будем считать процесс срыва пограничного слоя такого типа случайным пуассоновским процессом, и введем для уравнений Навье—Стокса осреднение:

$$\langle \varphi(z) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^\infty \exp\{-t/T\} \varphi(z, t)\, dt, \tag{1}$$

где t — текущее время, T — средний период автоколебаний, за который в данной модели принимается время развития слоя смешения.

Уравнение Навье—Стокса будем использовать в безразмерном виде

$$\frac{\partial u^+}{\partial t^+} + \frac{\partial u^+ w^+}{\partial z^+} = -\frac{\partial p^+}{\partial x^+} + \nu_m^+ \frac{\partial^2 u^+}{\partial z^{+}} \tag{2}$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} &z^+ = 0, && u^+ = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{u_2}{u_1}\right), \\ &z^+ = 0{,}5, && u^+ = 1, \\ &z^+ = -0{,}5, && u^+ = u_2/u_1, \\ & && |u^+| < \infty, \end{aligned} \tag{3}$$

где u и w — продольная и вертикальная составляющие скорости, x и z — продольная и вертикальная координаты, p — давление, ν_m — молекулярная вязкость, b — ширина слоя смешения, $u^+ = u/u_1$; $z^+ = z/b$; $x^+ = x/b$; $(p/\rho)^+ = p/(\rho u_1^2)$, ρ — плотность жидкости, $\nu_m^+ = \nu_m/bu_1$. Положим далее, что $u = \langle u \rangle + u'$ и $w = w'$. После вероятностного осреднения (1) в предположении, что турбулентная вязкость за период осреднения есть величина постоянная, уравнение Навье—Стокса примет вид

$$-\frac{1}{T^+} u^+(z^+, 0) + \frac{1}{T^+} \langle u^+(z^+) \rangle = (\nu_m^+ + \nu_{\text{turb}}^+) \frac{\partial^2 \langle u^+ \rangle}{\partial z^{+2}} - \frac{\partial \langle p^+ \rangle}{\partial x^+}, \tag{4}$$

где $T^+ = \frac{Tu_1}{b}$, $\nu^+_{\text{turb}} = \frac{\nu_{\text{turb}}}{bu_1}$, $u^+(z^+, 0)$ — скорость в начальный момент времени. Обозначим эту скорость через V^+ и будем считать ее постоянной величиной. Запишем $(\nu^+_m + \nu^+_{\text{turb}})$ через суммарную вязкость ν_Σ^+ и, следуя работе [6], будем считать ее в слое смешения также постоянной величиной. Представим уравнение (4) в виде

$$\nu_\Sigma^+ T^+ \frac{\partial^2 \langle u^+ \rangle}{\partial z^{+2}} = \langle u^+(z^+) \rangle + T^+ \frac{\partial \langle p^+ \rangle}{\partial x^+} - V^+. \tag{5}$$

Градиент давления $\partial\langle p^+\rangle/\partial x^+$, как и скорость V^+, считаем постоянной величиной. Тогда уравнение (5) примет вид

$$\nu_\Sigma^+ T^+ \frac{\partial^2 \langle u^+ \rangle}{\partial z^{+2}} = \langle u^+(z^+) \rangle - C, \tag{6}$$

где

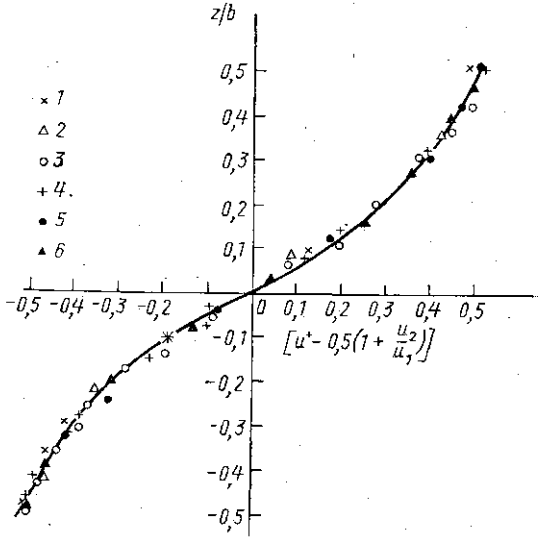
$$C = -T^+ \frac{\partial \langle p^+ \rangle}{\partial x^+} + V^+ = \text{const}.$$

Общее решение уравнения (6) выражается следующим образом:

$$u^+ = C_1 \exp\{z^+/\sqrt{\nu_\Sigma^+ T^+}\} + C_2 \exp\{-z^+ \sqrt{\nu_\Sigma^+ T^+}\} + C \tag{7}$$

и зависит от параметра C. Величины C_1 и C_2 — константы интегрирования.

Используя граничные условия (3), запишем уравнение (6) для верхней ($z \geqslant 0$) и нижней ($z \leqslant 0$) половин слоя смешения (рисунок) в виде



Распределение средней скорости в поперечном сечении плоского турбулентного слоя смешения: сплошная линия — результаты расчета по формулам (8)—(9) при $(\nu_\Sigma^+ T^+)^{0,5} = 0{,}33$ и $u_2/u_1 = 0$, значки — данные непосредственных измерений величины $u^+ = u(z)/u_1$ в слоях смешения для оз. Байкал (*1*) для суспензионных потоков различной плотности (*2, 3, 4, 5*) и для слоя смешения отрывного течения за полуцилиндром (*6*)

$$u^+ = \frac{1 - 0{,}5\,(1 + u_2/u_1)}{1 - \exp\{-0{,}5/\sqrt{\nu_\Sigma^+ T^+}\}} \left(1 - \exp\{-z^+/\sqrt{\nu_\Sigma^+ T^+}\}\right) + 0{,}5\left(1 + \frac{u_2}{u_1}\right) \tag{8}$$

при $z \geqslant 0$,

$$u^+ = \frac{0{,}5\,(1 + u_2/u_1)}{1 - \exp\{-0{,}5/\sqrt{\nu_\Sigma^+ T^+}\}} \left(\exp\{z^+/\sqrt{\nu_\Sigma^+ T^+} - 1\}\right) + 0{,}5\left(1 + \frac{u_2}{u_1}\right) \tag{9}$$

при $z \geqslant 0$.

В формулы (8) и (9) входит величина $\sqrt{\nu_\Sigma^+ T^+}$. Для ее оценки воспользуемся выражением, предложенным Прандтлем [6] и позволя-

ющим описать вертикальный профиль скорости в плоском турбулентном слое смешения:

$$u^+(z^+)=\frac{1}{2}\left(1+\frac{u_2}{u_1}\right)+\frac{1}{2}\left(1-\frac{u_2}{u_1}\right)\left[3z^+-\frac{1}{2}(2z^+)^3\right]. \qquad (10)$$

Приравняв скорости, рассчитанные по формулам (8) и (10), в точке $z^+=0{,}25$, получим $(\nu_\Sigma^+T^+)^{0,5}=0{,}33$ вне зависимости от соотношения между скоростями u_1 и u_2.

Таким образом, можно утверждать, что произведение суммарной безразмерной вязкости ν_Σ^+ на безразмерный период T^+ в плоском турбулентном слое смешения есть величина постоянная, не зависящая от скорости потоков.

С помощью решений (8) и (9), воспользовавшись найденным значением величины $(\nu_\Sigma^+T^+)^{0,5}$, легко рассчитать профиль осредненной скорости для плоского турбулентного слоя смешения. Результаты такого расчета представлены на рисунке в виде сплошной кривой. Здесь же различными значками приведены данные измерений средней скорости в слоях смешения различного типа. Использованы материалы по исследованию слоя смешения, формирующегося на границе подледного течения озера Байкал [3, 5], слоя смешения, возникающего в отрывном течении за плохо обтекаемым телом [4], и слоя смешения на границе суспензионных потоков различной исходной плотности, распространяющихся в чистой воде [5]. Для возможности сравнения профилей скорости, полученных в слоях смешения при разном соотношении скоростей u_1 и u_2, на рисунке по оси абсцисс отложена величина $[u^+-0{,}5(1+u_2/u_1)]$.

Измеренные значения средней скорости $u(z)$ в слоях смешения для подледного течения на Байкале и для суспензионных потоков с различными исходными плотностями исправлены с учетом динамической устойчивости, как это сделано в работах [9, 10].

Из рисунка следует, что профиль средней скорости, рассчитанный по формулам (8) и (9) при $(\nu_\Sigma^+T^+)^{0,5}=0{,}33$, хорошо согласуется с экспериментально измеренными вертикальными профилями продольной составляющей средней скорости в плоских турбулентных слоях смешения и в слоях смешения отрывного течения. Полученные результаты подтверждают положенную в основу настоящей работы модель пограничного слоя рассматриваемого типа, когда сравнительно медленная стадия формирования слоя смешения периодически сменяется быстрой фазой его распада, сопровождающейся возникновением когерентных турбулентных вихревых структур.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Рошко А.//Ракетная техника и космонавтика. 1976. 14, № 10. С. 8. [2] Winant C. D., Browand F. K.//J. Fluid Mech. 1974. 63. P. 2; 237. [3] Анисимова Е. П., Сперанская А. А.//Тр. междунар. симп. по стратифицированным потокам. Новосибирск, 1972. С. 1. [4] Анисимова Е. П., Сперанская А. А., Шапхаев С. Г.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1981. 22, № 3. С. 71. [5] Анисимова Е. П., Поборчая Л. В., Сперанская А. А.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1980. 21, № 6. С. 64. [6] Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М., 1969. [7] Самолюбов Б. И.//Водные ресурсы. 1991. № 5. С. 37. [8] Латышев А. В., Орданович А. Е.//Мех. жидк. и газов. 1981. № 4. С. 45. [9] Сперанская А. А.//Метеорология и гидрология. 1966. № 8. С. 37. [10] Анисимова Е. П., Петров В. В., Сперанская А. А., Шитов М. В.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1992. 33, № 5. С. 63.

Поступила в редакцию
25.05.93